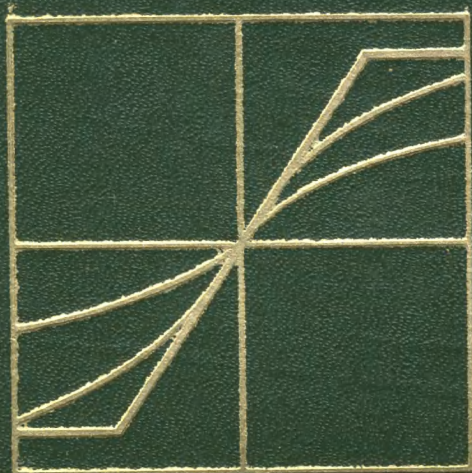
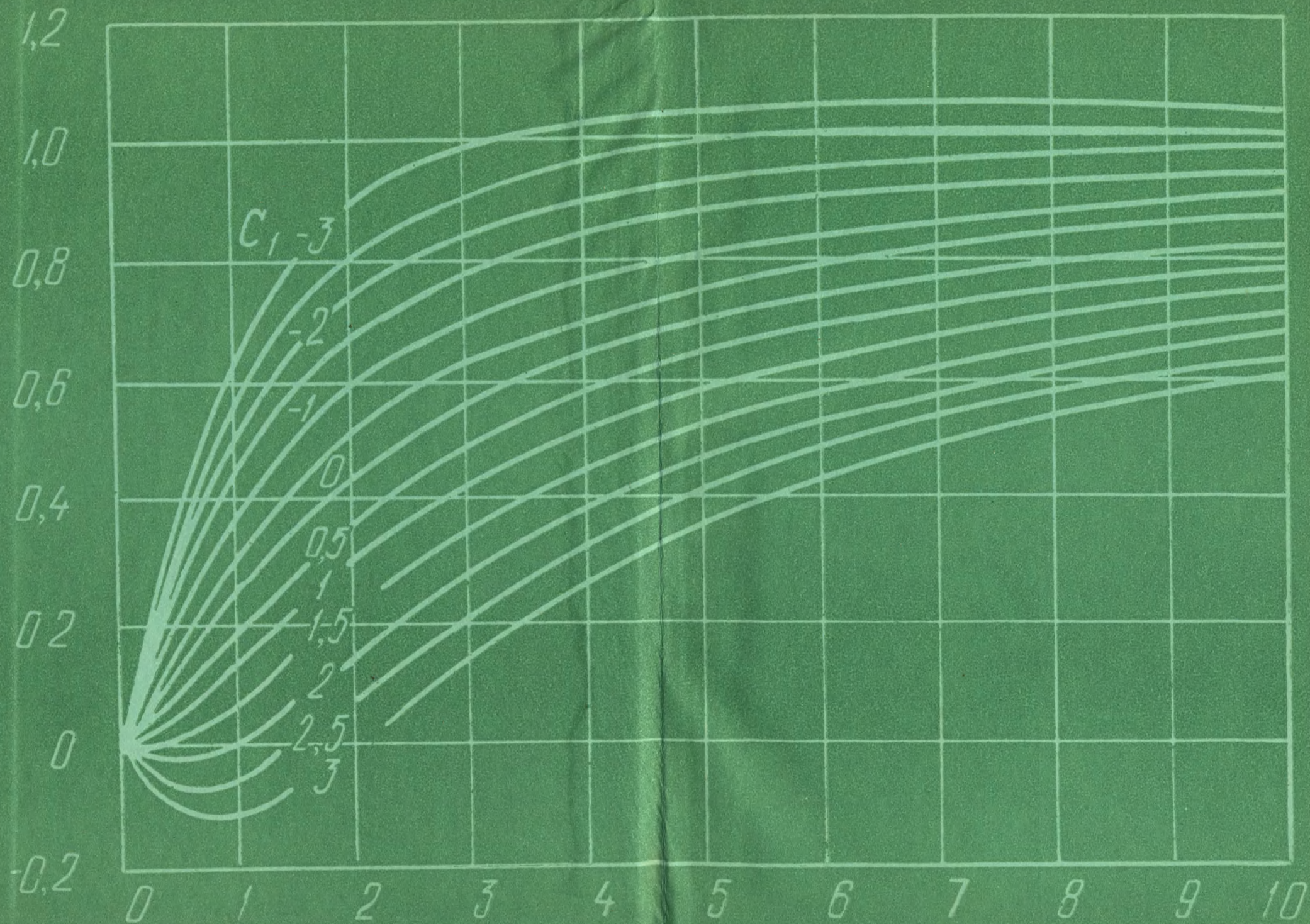


Б. М. БОГДАНОВИЧ

НЕЛИНЕЙНЫЕ  
ИСКАЖЕНИЯ  
В ПРИЕМНО-УСИЛИТЕЛЬНЫХ  
УСТРОЙСТВАХ





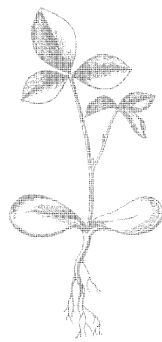


**Б. М. БОГДАНОВИЧ**

**НЕЛИНЕЙНЫЕ  
ИСКАЖЕНИЯ  
В ПРИЕМНО - УСИЛИТЕЛЬНЫХ  
УСТРОЙСТВАХ**



**МОСКВА • СВЯЗЬ • 1980**



ББК 32.849

Б73

УДК 621.375(087.2):621.396.6

**Богданович Б. М.**

**Б73**      **Нелинейные искажения в приемно-усилительных устройствах. — М.: Связь, 1980. — 280 с., ил.**

1 р. 30 к.

Книга посвящена систематическому изложению вопросов, связанных с нелинейными свойствами приемно-усилительных устройств. Рассмотрены различные виды нелинейных искажений и методы оценки нелинейных свойств радиоприемных и усилительных устройств. Приведены сведения о методах расчета нелинейных искажений как в отдельных каскадах, так и в трактах в целом, а также возможных способах минимизации искажений. Даны практические схемы и характеристики малоискажающих устройств.

Книга предназначена для инженеров в области радиотехники и связи, будет полезна аспирантам и студентам вузов.

**Б**  $\frac{30404-114}{045(01)-80}$  26—80

2402020000

**ББК 32.849**  
**6Ф2.1**

РЕЦЕНЗЕНТ В. А. ЛЕВИН



## ПРЕДИСЛОВИЕ

---

Нелинейные искажения (НИ) сигналов в радиоприемных и усилительных трактах оказывают существенное влияние на ряд важных показателей качества радиосистем и отдельных устройств: точность воспроизведения сигналов, разрешающую и пропускную способность, помехозащищенность и др. В особенности это относится к таким областям радиоэлектроники, как радио- и электрическая связь, радиоизмерения, телевидение, техника научного эксперимента и т. д. Повышение линейности трактов способствует решению проблемы электромагнитной совместимости радиоэлектронной аппаратуры.

Требования к степени линейности в настоящее время ужесточаются, поэтому приходится проектировать и создавать радиоприемные и усилительные устройства, обеспечивающие все меньшие искажения передаваемых (усиливаемых и преобразуемых) сигналов. В частности, величина допустимых НИ в ряде систем связи и технике радиоизмерений в пересчете на эквивалентный коэффициент гармоник уже сейчас должна составлять тысячные доли процента, что, как известно, встречает значительные трудности.

Основные интересующие практику вопросы, связанные с НИ в приемно-усилительных устройствах, можно условно отнести к следующим направлениям: изучение природы НИ и сопутствующих физических процессов, создание методов проектирования трактов и отдельных каскадов с учетом критериев нелинейности, определение принципов построения трактов, а также соответствующих схемотехнических и системотехнических решений, обеспечивающих малые НИ. Материалы, отражающие состояние в каждом из названных вопросов, как правило, содержатся в разрозненных публикациях в периодической печати или в виде разделов в отдельных книгах и имеют различный научный и технический уровень. Это объясняется различными объективными предпосылками. В частности, отсутствие удобных универсальных процедур анализа нелинейных радиоцепей приводит к необходимости использования разнообразных частных методов исследования НИ, что затрудняет их сопоставимость, возможность широкого распространения в практике и в ряде случаев не обеспечивает достаточной точности.

В последнее десятилетие появились работы, посвященные новому перспективному методу анализа НИ, основанному на использовании аппарата функциональных рядов Вольтерра и оператор-

ном способе решения нелинейных дифференциальных уравнений объекта исследования. В результате развития метода созданы удобные способы получения нелинейной передаточной характеристики тракта, связывающей входное воздействие и отклик в явном виде. Опыт применения метода как за рубежом, так и в нашей стране показал его эффективность и универсальность для анализа и синтеза широкого класса трактов с малой степенью нелинейности, что представляет большой практический интерес для приемно-усилительной техники. Однако освещение этого метода в отечественной литературе пока еще недостаточно.

Цель предлагаемой вниманию читателя книги — обобщить разрозненные публикации в периодической печати, а также работы автора, создав доступное для широкого круга радиоинженеров, инженеров электросвязи и научных работников пособие по проектированию, разработке и созданию приемно-усилительных устройств с малыми нелинейными искажениями. При написании работы автор исходил из следующих соображений:

1. В книге отражено минимальное количество наиболее эффективных методов исследования НИ в приемно-усилительных устройствах, описание которых дано в таком объеме, что они могут быть использованы читателем самостоятельно для решения встречающихся в практике задач. Использование минимально необходимого количества методов анализа облегчает сопоставление разных способов минимизации НИ.

2. Разделы работы, посвященные анализу и расчету трактов и их элементов, на заключительных этапах изложения имеют выраженную инженерную направленность. Они включают удобные методики расчетов, а также их результаты, представленные в виде таблиц, графиков, номограмм, обобщенные характеристики типовых каскадов и структур, разнообразный справочный материал, выводы и рекомендации, программы расчетов на ЭВМ и т. д.

3. Книга содержит примеры практических принципиальных схем каскадов и трактов, обеспечивающих малые НИ, а также рекомендуемые режимы, результаты экспериментальных исследований и т. д. В итоге представляется возможным использовать в ряде случаев готовые результаты, не производя необходимых расчетов или сведя их к минимуму.

4. Из вышеизложенного следует, что читатель может воспользоваться материалами книги независимо в различных вариантах: при изучении НИ, проектировании трактов по критериям нелинейности и при экспериментальной обработке трактов и контроле их характеристик нелинейности.

Материал книги излагается в следующей последовательности: основная терминология; описание процессов, связанных с нелинейностью трактов и их классификация; методы анализа; исследование нелинейных явлений в типовых каскадах (схемотехнический

аспект); исследование нелинейных явлений в многокаскадном тракте (системотехнический аспект).

Автор благодарит сотрудников кафедры радиоприемных устройств Минского радиотехнического института: Л. А. Глобуса, с участием которого написаны § 3.2, 5.1, 5.2; В. П. Дорошева, чьи результаты совместной работы отражены в разд. 4.2, 4.3.2, 4.4.2, 4.4.3, 5.3, 6.1.2, а также В. С. Богдановского, Э. Б. Ваксера, А. И. Воронова, И. И. Забенькова, В. М. Лозовского, Н. И. Окулича, С. С. Позняка, А. И. Шакирина, оказавших помощь в работе над подготовкой рукописи. Автор также выражает большую признательность д-ру техн. наук проф. В. А. Левину за ряд замечаний и рекомендаций, сделанных при рецензировании.

Автор заранее благодарен читателям, которые пришлют свои отзывы в издательство «Связь»: 101000, Москва, Чистопрудный бульвар, 2.

*Автор*

**НЕЛИНЕЙНЫЕ ИСКАЖЕНИЯ  
В ПРИЕМНО-УСИЛИТЕЛЬНЫХ  
УСТРОЙСТВАХ И МЕТОДЫ ИХ ОЦЕНКИ**

**1.1. Понятие о НИ и их видах**

**1.1.1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ О НЕЛИНЕЙНЫХ ИСКАЖЕНИЯХ**

При работе любого тракта передачи информации (сокращенно тракта) всегда имеются известные отличия передаваемого сообщения  $n(t)$  от сообщения на его выходе  $\tilde{n}(t)$ , т. е.

$$\tilde{n}(t) = n(t) + r(t), \quad (1.1)$$

где  $r(t)$  — «ошибка» в сообщении.

Как известно, сообщение передается в тракте с помощью электрических колебаний (сигналов). Из-за несовершенства тракта и действия на него помех (рис. 1.1) выходной сигнал  $\tilde{S}(t)$  будет отличаться от истинного  $S(t)$  на величину сигнала «ошибки»  $\varepsilon(t)$ , т. е.

$$\tilde{S}(t) = S(t) + \varepsilon(t). \quad (1.2)$$

Изменения передаваемого сигнала (1.2), приводящие к изменениям в передаваемом сообщении (1.1), условно называются искажениями сигнала в широком смысле, а сигнал  $\tilde{S}(t)$  на выходе тракта — искаженным. Величина сигнала «ошибки» соответствует «ошибке»  $r(t)$  в передаваемом сообщении, поэтому допустимая величина  $\varepsilon(t)$  или связанные с ней параметры обычно нормируются. В зависимости от природы цепей, образующих тракт или отдельные его устройства (передающие, приемные и т. д.), различают линейные и нелинейные искажения.

Нелинейные искажения (НИ) возникают в нелинейных и нелинейно-параметрических цепях. Эти цепи обладают общим свойством порождать новые колебания в спектрах проходящих через них сигналов и помех, что существенно усложняет вид сигнала «ошибки»  $\varepsilon(t)$  и методику его определения.

В самом общем случае сигналы на входе  $S_{вх}(t)$  и выходе  $\tilde{S}(t)$  тракта (см. рис. 1.1) связаны с помощью нелинейного оператора

$$\tilde{S}(t) = L[S_{вх}(t)]. \quad (1.3)$$


Рис. 1.1. Искажения сообщения и сигнала в тракте передачи информации



В свою очередь, оператор  $L$  связан с несколькими частными операторами  $L_i$ , описывающими полезные преобразования сигнала, необходимые для его передачи в тракте:

$$L = F[L_1, L_2, \dots, L_i, \dots, L_n].$$

В приемно-усилительных трактах основными преобразованиями сигнала являются: масштабные изменения уровня (усиление или ослабление), частотные преобразования в требуемую частотную область (преобразование частоты) и детектирование.

В результате полезных преобразований сигналы в разных сечениях тракта могут быть неодинаковыми, однако последнее не является достаточным условием для диагностики возникающих в тракте НИ. Это объясняется тем, что полезная информация, заключенная в сигнале, связана не с сигналом вообще, а лишь с его определенными известными параметрами, например, относящимися к закону модуляции. Поэтому при исследовании НИ в радиоприемнике модулированных колебаний под передаваемым сигналом  $S(t)$  следует понимать: огибающую полезного высокочастотного колебания (для АМ), отклонение его мгновенной частоты от частоты при отсутствии модуляции (для ЧМ) и т. д. Выходной сигнал тракта  $\bar{S}(t)$  в этом случае — сигнал на выходе УНЧ радиоприемника. Таким образом, не всякое изменение сигнала  $\bar{S}(t)$  в процессе его передачи через тракт, сопровождающееся отличием от оригинала  $S(t)$ , приводит к искажениям передаваемого сообщения.

Необходимо обратить внимание на имеющиеся в литературе различия в терминологии, относящейся к НИ и помехам в тракте. Иногда под НИ понимают лишь искажения полезного сигнала, обусловленные нелинейными свойствами тракта [20, 32]. В [89] под НИ понимается всякое детерминированное (неслучайное) нелинейное преобразование сигнала, которое приводит к искажениям передаваемого сообщения, а под помехой — всякое возмущение, не связанное с сигналом посредством детерминированной функциональной зависимости. В [2, 10] НИ, вызванные помехами, названы соответственно «нелинейными эффектами» и «нелинейными явлениями». Последние определения, однако, могут быть в равной степени отнесены к таким полезным нелинейным процессам в тракте, как детектирование, преобразование частоты, нелинейное усиление и другое, что исключает однозначность и четкость принятых выше определений. Число различных толкований в связи с предметом обсуждения можно было бы продолжить, что говорит об условности используемой различными авторами терминологии.

Ниже примем в качестве определения НИ следующее. Под НИ будем понимать любое изменение сигнала  $\bar{S}(t)$  (1.2), вызывающее

искажения передаваемого сообщения  $\tilde{n}(t)$  (1.1) и обусловленное нелинейностью оператора передачи тракта (1.3), в том числе в присутствии помех.

### 1.1.2. ВИДЫ НЕЛИНЕЙНЫХ ИСКАЖЕНИЙ

В зависимости от характера трактов, сигналов и помех различают следующие виды нелинейных искажений:

1. По отношению к полезному сигналу и помехе НИ зависимого и независимого происхождения, собственно НИ и НИ помехи [38].

Нелинейные искажения зависимого происхождения связаны непосредственно с полезным сигналом и поэтому при его отсутствии не обнаруживаются. Нелинейные искажения независимого происхождения возникают независимо от полезного сигнала и поэтому обнаруживаются в тракте и тогда, когда сигнал отсутствует.

Собственно НИ — это НИ полезного сигнала в отсутствие помехи; НИ помехи — это НИ полезного сигнала, обусловленные нелинейностью тракта при действии на него помехи. В свою очередь помехи делятся на помехи по основному каналу, по соседнему каналу, внеполосные и побочные.

В соответствии с определением [106, 107] основной канал — канал приема основного излучения полезного сигнала; соседний канал — канал, ближайший к основному, с полосой и средней частотой, соответствующими принятому в данной радиосистеме распределению частот; внеполосный канал — неосновной канал приема в полосе частот, примыкающей к полосе основного канала; побочный канал — неосновной канал приема в полосе частот, примыкающей к полосе основного канала, обусловленный нелинейными процессами в преобразователе частоты и недостаточной избирательностью резонансных цепей основного канала.

В реальных условиях работы тракта на него одновременно действуют как полезные сигналы, так и различные по характеру виды помех: сосредоточенные по спектру, шумовые, их комбинации и т. д. Однако при анализе и измерениях в трактах удобно рассматривать НИ отдельных видов: НИ сосредоточенной по спектру помехи (сокращенно — НИ сосредоточенной помехи), НИ шума, НИ сосредоточенной помехи и шума и др. Это позволяет определить доминирующий в конкретном случае фактор и выявить соответствующие способы борьбы с ним.

2. По виду искажаемых сигналов и помех НИ гармонических и квазигармонических, прочих детерминированных, недетерминированных (случайных), различных комбинаций детерминированных и недетерминированных колебаний.

3. По динамическим свойствам сигнала «ошибки»  $\varepsilon(t)$ : стационарные НИ, для которых переходные процессы не влияют на ошибку в передаваемом сообщении; нестационарные (динамические) НИ, для которых переходные процессы оказывают такое влияние.

4. По виду временной диаграммы искаженного сигнала НИ вида «отсечки» или одностороннего ограничения (рис. 1.2а), двустороннего ограничения или клиппирования [симметричного (рис. 1.2б) и несимметричного (рис. 1.2в)], типа «ступеньки» (рис. 1.2г) и т. д.

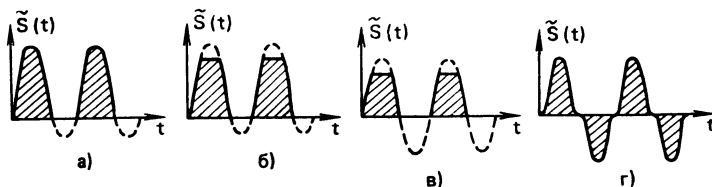


Рис. 1.2. Виды временной диаграммы искаженного сигнала

5. По виду нелинейного эффекта на выходе тракта:
  - гармонические, выражающиеся в появлении кратных гармонических составляющих входного воздействия, попадающих в полосу пропускания тракта;
  - искажения закона модуляции полезного сигнала (для модулированных сигналов);
  - перекрестные, выражающиеся в модуляции полезного сигнала составляющими модуляции помехи;
  - интермодуляционные (или вида взаимной модуляции), выражающиеся во взаимодействии в нелинейном тракте двух или более сигналов (помех), вызывающих появление новых спектральных составляющих в полосе пропускания тракта с частотами, равными сумме или разности частот входных сигналов или их гармоник;
  - вида сжатия (расширения) амплитуды сигнала, выражающиеся в непропорциональном изменении амплитуды сигнала на выходе тракта относительно его входа;
  - вида блокирования, выражающиеся в изменении (уменьшении) коэффициента передачи тракта для полезного сигнала при действии помехи;
  - вида ухудшения различимости полезного сигнала на фоне помехи, т. е. отношения сигнал/помеха ( $C/P$ ), выражающегося как в уменьшении сигнала при действии помехи, так и в увеличении уровня помехи на выходе тракта.
6. По виду амплитудно-частотной характеристики тракта НИ в узкополосных трактах, НИ в широкополосных трактах.
7. В зависимости от свойств оператора передачи тракта:
  - с резистивной нелинейностью (тракты, инерционными свойствами которых в области рабочих частот можно пренебречь);
  - с нелинейностью комплексного характера (тракты, инерционные свойства которых в области рабочих частот необходимо учитывать);
  - с несущественной нелинейностью (тракты, нелинейные элементы которых не работают в области существенной нелинейности характеристик вида «отсечки», ограничения, ключевого режима и т. д.);
  - с существенной нелинейностью (тракты, нелинейные элементы которых работают в указанных областях). Подробно об этих видах НИ см. 2.1.2 и 2.1.3.

## 1.2. Методы оценки нелинейных свойств тракта

Возможны два подхода к выбору оценки критерия нелинейных свойств трактов: по степени искажений конкретных сигналов, проходящих через тракт; по характеристикам оператора передачи тракта.

### 1.2.1. ОЦЕНКА НЕЛИНЕЙНЫХ СВОЙСТВ ПО СТЕПЕНИ ИСКАЖЕНИЙ КОНКРЕТНЫХ СИГНАЛОВ

В данном случае на вход тракта подается оговариваемый тестовый сигнал, по искажениям которого судят о нелинейных свойствах тракта. Выбор тестового сигнала определяется удобством, простотой и точностью выделения информации о степени НИ (т. е. возможностями измерения), а также близостью тестового сигнала к реальным сигналам, действующим в характеризуемом тракте.

В зависимости от вида тестового сигнала различают оценки для собственно НИ и НИ помехи. Для наиболее удобного и точного выявления того или иного критерия разработаны специальные тестовые сигналы, а также методика анализа выходного сигнала

Задача получения оценки определенного вида допускает множество решений, сравнение которых выходит за пределы книги (см. [19, 30]).

# 1. Оценки для собственно НИ

*Коэффициент нелинейных искажений*  $K_{\text{НИ}}$  — отношение среднеквадратической суммы определенных заданных компонентов выходного сигнала, отсутствующих в спектре низкочастотного входного сигнала или модулирующего напряжения высокочастотного входного сигнала, к среднеквадратической сумме заданных спектральных компонентов выходного сигнала [66, 78].

*Коэффициент гармоник (коэффициент гармонических искажений)* — коэффициент НИ, при которых входным низкочастотным сигналом (или модулирующим напряжением высокочастотного сигнала) является синусоидальное напряжение [66, 78]:

$$K_{\text{Г}} = \frac{\sqrt{A_2^2 + A_3^2 + \dots}}{\sqrt{A_1^2 + A_2^2 + A_3^2 + \dots}} \cdot 100\%, \quad (1.4)$$

где  $A_i$  — амплитуда  $i$ -й гармоники сигнала. При  $K_{\text{Г}} < 10\%$  расчет упрощается:

$$K_{\text{Г}} = \frac{\sqrt{A_2^2 + A_3^2 + \dots}}{A_1} \cdot 100\%. \quad (1.5)$$

*Затухание нелинейности* (в децибелах) — отношение вида [20]

$$B = 20 \lg \left( A_1 / \sqrt{A_2^2 + A_3^2 + \dots} \right). \quad (1.6)$$

Иногда используют *коэффициенты гармоник по отдельной гармонике*

$$K_{\text{Г}n} = (A_n / A_1) \cdot 100\% \quad (1.7)$$

и соответствующие им *затухания нелинейности по отдельным гармоникам*

$$B_n = 20 \lg (A_1 / A_n) = 20 \lg (1 / K_{\text{Г}n}). \quad (1.8)$$

Можно показать, что в области небольших НИ затухание нелинейности и выходная мощность полезного сигнала определяются следующим выражением [20]:

$$B_{n2} = B_{n1} - (n - 1) \Delta P, \quad (1.9)$$

где  $B_{n2}$  и  $B_{n1}$  — затухания нелинейности, соответствующие разности выходных уровней сигнала  $\Delta P = 10 \lg (P_{\text{вых}2} / P_{\text{вых}1})$ ;  $n$  — номер гармоники, для которой определена величина  $B_n$ .

Таким образом, при возрастании выходного уровня на величину  $\Delta P$  затухание по  $i$ -й гармонике пропорционально уменьшается



ла величину  $(n-1)\Delta P$ . С увеличением номера гармоники  $n$  крутизна наклона характеристики  $B_n = f(P_{\text{вых}})$  возрастает (рис. 1.3).

Отметим, что выражение (1.9) справедливо для малых  $K_{\Gamma n}$  и величин выходных мощностей. Начиная с  $P_{\text{вых}} > P_{\text{вых.м}}$  (мощность перегрузки, см. рис. 1.3), затухание нелинейности падает быстрее закона (1.9).

На практике  $P_{\text{вых.м}}$  соответствует такому выходному уровню, увеличение которого на величину  $\alpha$  приводит к возрастанию  $B_n$  на величину  $\beta \neq \alpha$ . В соответствии с [90] для  $B_3$ :  $\alpha = 0,1$  Нп;  $\beta = 2,5$  Нп или  $\alpha = 1$  дБ;  $\beta = 20$  дБ и т. д.

**Коэффициент сжатия (расширения)** — отношение изменения амплитуды первой гармоники выходного колебания  $\Delta I_{m\omega}$  при сжатии к амплитуде  $I_{m\omega}$  в отсутствие сжатия:

$$K_3 = (\Delta I_{m\omega} / I_{m\omega}) 100\% \quad (1.10)$$

Зависимость  $I_{m\omega}$  от амплитуды входного сигнала называют амплитудной характеристикой тракта по 1-й гармонике. Величина модуля  $K_3$  зависит от величины входного уровня и обычно возрастает с его увеличением.

**Коэффициенты нелинейных искажений  $K_{\text{НИ(ог)}}$  и гармоник огибающей  $K_{\Gamma(\text{ог})}$**  определяются аналогично  $K_{\text{НИ}}$  и  $K_{\Gamma}$  для модулирующего колебания АМ сигнала [66]. Для небольших величин  $K_{\Gamma(\text{ог})}$  в расчетах обычно достаточно учитывать 2-ю гармонику колебания огибающей сигнала. Для сигналов других форм оценка НИ определяется видом сигнала. Так, для пилообразных сигналов коэффициент НИ находится как [42]

$$\nu = \frac{\text{tg } \varphi_{\text{н}} - \text{tg } \varphi_{\text{к}}}{\text{tg } \varphi_{\text{н}}} \cdot 100\%, \quad (1.11)$$

где  $\varphi_{\text{н}}$  и  $\varphi_{\text{к}}$  — углы наклона выходного сигнала в начале и в конце периода пилы.

## 2. Оценки для НИ сосредоточенной помехи

**Коэффициент блокирования** — отношение изменения амплитуды выходного колебания на частоте полезного сигнала  $\Delta I_{m\text{с}}$  при блокировании к амплитуде того же колебания  $I_{m\text{с}}$  в отсутствие блокирования [106]:

$$K_{\text{бл}} = (\Delta I_{m\text{с}} / I_{m\text{с}}) 100\% \quad (1.12)$$

Тестовый сигнал — бигармонический, т. е.  $u = U_{m\text{с}} \cos \omega_{\text{с}}(t) + U_{m\text{п}} \cos \omega_{\text{п}}t$ , где  $U_{m\text{с}}$  — амплитуда сигнала;  $U_{m\text{п}}$  — амплитуда помехи: в соседнем канале, внеполосной, побочной.

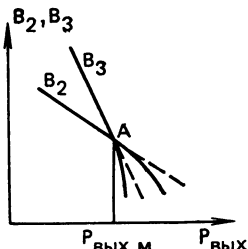


Рис. 1.3. Зависимость затухания нелинейности от выходной мощности сигнала

*Коэффициент перекрестной модуляции (перекрестных искажений) сигнала с АМ* — отношение приращения амплитуды выходного колебания на частоте полезного сигнала  $\Delta I_n$ , обусловленного перекрестной модуляцией, к амплитуде того же колебания  $I_c$  в ее отсутствие [106]:

$$K_{\text{пер}} = (\Delta I_n / I_c) 100\% . \quad (1.13)$$

Тестовый сигнал — бигармонический:  $u = U_{mc} \cos \omega_c t + U_{mn} \cos \omega_n t$ , где каждая из составляющих полезного сигнала и помехи модулирована синусоидальным колебанием с частотами  $\Omega_c$  и  $\Omega_n$ .

Для небольших величин  $K_{\text{пер}}$  в (1.13) достаточно учесть только первые гармоники огибающей полезного сигнала на частотах  $\Omega_n$  и  $\Omega_c$ . Тогда

$$K_{\text{пер}} = (\Delta I_{n\Omega} / I_{c\Omega}) 100\% . \quad (1.14)$$

Перекрестная модуляция в случае радиоприемного тракта может быть создана соседним, внеполосным и побочным каналами. Для трактов с ЧМ каждая из составляющих бигармонического тестового сигнала модулируется по частоте.

*Коэффициент перекрестных искажений сигнала с ЧМ* — отношение индекса угловой модуляции, обусловленной помехой, к индексу угловой модуляции, обусловленной полезным сигналом [8], т. е.

$$K_{\text{пер}} = (\Delta \varphi_n / \Delta \varphi_c) 100\% . \quad (1.15)$$

Коэффициенты интермодуляции или взаимной модуляции — количественные оценки интермодуляционных процессов в нелинейном тракте.

Тестовый сигнал — полигармонический, содержащий колебания некрatных частот:

$$u = \sum_{i=1}^n U_{mi} \cos 2\pi f_i t .$$

Как известно [29], на выходе нелинейного звена возникают интермодуляционные колебания с частотами вида

$$f = sf_1 + lf_2 + qf_3 + \dots , \quad (1.16)$$

где  $s, l, q$  — целые положительные и отрицательные числа.

Под порядком продукта взаимной модуляции понимаем абсолютное значение суммы коэффициентов в (1.16)  $N = |s| + |l| + |q| + \dots$

Мешающее действие взаимной модуляции уменьшается с увеличением порядка продукта. Исходя из этих соображений и удобства измерения, в радиоприемных и усилительных трактах широко используют оценку по взаимной модуляции для бигармонического

сигнала  $u = U_{m1} \cos \omega_1 t + U_{m2} \cos \omega_2 t$  на частотах интермодуляции:  $f_1 \pm f_2$  (НИ 2-го порядка);

$2f_1 \pm f_2$  (НИ 3-го порядка).

Для внеполосной интермодуляции учитывают только те компоненты интермодуляции, которые создаются внеполосными помехами с частотами  $\omega_1, \omega_2$  и попадают в полосу пропускания тракта по одному из каналов радиоприема.

Внеполосные интермодуляционные колебания бывают двух видов:

совпадающие с основным каналом усиления или радиоприема, т. е.  $sf_1 + lf_2 + qf_3 + \dots = f_0 \pm (\Delta f/2)$ , где  $f_0$  — частота настройки радиоприемника или усилителя;  $\Delta f$  — полоса пропускания тракта промежуточной частоты;

совпадающие с побочными каналами радиоприема на промежуточной частоте и на частоте зеркального канала, т. е.  $sf_1 + lf_2 + qf_3 + \dots = f_n \pm (\Delta f/2)$ , где  $f_n = f_{пр}$ , или  $f_n = f_{з.к.}$

Из (1.17) и (1.18) следует, что для радиоприемника наибольшее мешающее действие оказывают колебания помех  $f_1 \pm f_2 = f_0 \pm (\Delta f/2)$ ,  $f_1 \pm f_2 = f_n \pm (\Delta f/2)$ ,  $2f_1 \pm f_2 = f_0 \pm (\Delta f/2)$ ,  $2f_1 \pm f_2 = f_n \pm (\Delta f/2)$ .

Приведем примеры помех, создающих интермодуляционные колебания в радиоприемниках. На рис. 1.4 показана характеристика узкополосной части приемного тракта 1, приведенная к частоте  $f_0$ .

Для частот колебаний помех  $f_1$  и  $f_2$ , симметричных относительно  $f_0/2$ , т. е.  $f_1 = (f_0/2) - \Delta$ ,  $f_2 = (f_0/2) + \Delta$  (рис. 1.4а), получаем  $f_1 + f_2 = [(f_0/2) - \Delta] + [(f_0/2) + \Delta] = f_0$ . Для частот, симметричных относительно частоты  $\Delta'$ , т. е.  $f_2 = \Delta' - (f_0/2)$  и  $f_1 = \Delta' + (f_0/2)$  (рис. 1.4б), получаем  $f_1 - f_2 = f_0$ . Следовательно, случаи, иллюстрируемые рис. 1.4а,б, соответствуют интермодуляционным колебаниям 2-го порядка.

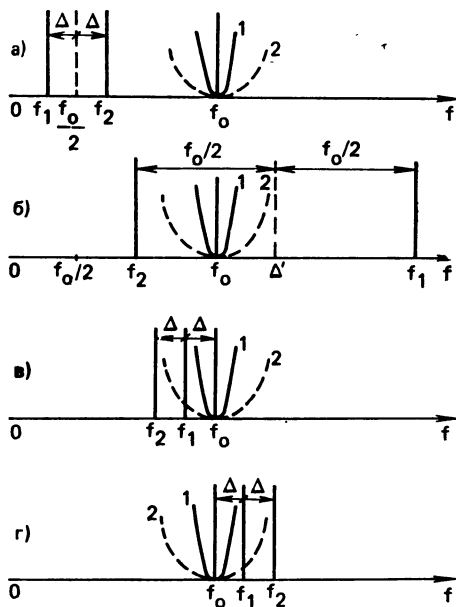


Рис. 1.4. Мешающее действие взаимной модуляции внеполосных помех для различных значений их частот и частоты основного канала приема

Интермодуляционные колебания 3-го порядка образуются, например, при расположении помех на частотах, размещенных через интервал  $\Delta$ , т. е.  $f_1=f_0-\Delta$ ,  $f_2=f_0-2\Delta$  (рис. 1.4а). Тогда  $2f_1-f_2=2(f_0-\Delta)-(f_0-2\Delta)=f_0$ . Возможно иное размещение частот:  $f_1=f_0+\Delta$ ,  $f_2=f_0+2\Delta$  (рис. 1.4б). Тогда  $2f_1-f_2=2(f_0+\Delta)-(f_0+2\Delta)=f_0$ . Другие возможные случаи образования интермодуляционных колебаний рассмотрены в [8].

Широкополосная часть радиоприемного тракта в большей или меньшей степени подавляет колебания помех с частотами  $f_1$  и  $f_2$ . На рис. 1.4 это подавление отражается характеристикой 2. Наиболее опасны колебания 3-го порядка, так как частоты  $f_1$  и  $f_2$  располагаются близко к частоте  $f_0$ . В пределе эти частоты могут находиться в двух соседних каналах с  $f_0$ , отстоящих друг от друга на величину  $\Delta$  (см. рис. 1.4а, б). Такая расстановка частот нередко используется при измерении оценки по взаимной модуляции.

*Коэффициент интермодуляции* — отношение амплитуды колебания интермодуляции вида (1.17) или (1.18), попадающего в тракт по основному или побочному каналу, к нормированной амплитуде сигнала в отсутствие интермодуляционной помехи [106, 28].

Коэффициент, соответствующий колебаниям вида (1.17), называется коэффициентом интермодуляции 2-го порядка:

$$K_{11}=(U_{m11}/U_{mc})100\%. \quad (1.19)$$

Коэффициент, соответствующий колебанию вида (1.18), называется коэффициентом интермодуляции 3-го порядка и имеет вид

$$K_{21}=(U_{m21}/U_{mc})100\%. \quad (1.20)$$

Наряду с указанными оценками НИ помехи существуют такие показатели качества тракта, которые косвенно характеризуют его нелинейные свойства. Для радиоприемных трактов к ним относятся оценки, связанные с понятием эффективной селективности (избирательности): двухсигнальной, оцениваемой по критериям блокирования или перекрестной модуляции, и трехсигнальной, оцениваемой по критерию интермодуляции 3-го порядка (интермодуляционная селективность) [106,8].

*Эффективная селективность по блокированию и перекрестной модуляции* оценивается выраженным в децибелах отношением уровня помехи, например, в соседнем канале, соответствующей допустимой величине  $K_{бл.д}$  или  $K_{пер.д}$ , к чувствительности радиоприемника. В соответствии с [82]  $K_{бл.д}=3$  дБ.

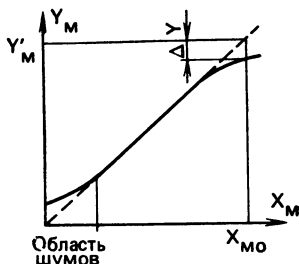
*Интермодуляционная селективность* оценивается выраженным в децибелах отношением уровня двух равных мешающих сигналов с оговариваемыми частотами, соответствующих допустимой величине  $K_{21д}$ , к чувствительности радиоприемника.

Нетрудно видеть, что в приведенных оценках эффективной селективности в качестве меры нелинейности тракта условно при-



нимается величина максимального уровня помехи, при которой величина искажений полезного сигнала оказывается еще допустимой.

Как известно, уровень полезных сигналов, передаваемых трактом с допустимыми искажениями, ограничивается с двух сторон: «снизу» — величиной собственных шумов, маскирующих сигнал; «сверху» — НИ [1]. В обеих областях нарушается пропорциональность зависимости уровня выходного сигнала от величины входного воздействия. Это иллюстрируется рис. 1.5, на котором приведена возможная амплитудная характеристика тракта. Оценка нелинейных свойств тракта, основанная на определении области уровней сигнала, в пределах которых тракт линеен в практическом смысле, называется динамическим диапазоном [8].



Количественно под динамическим диапазоном  $D$  понимают отношение максимального уровня сигнала, при котором НИ равны допустимому значению к его минимальному уровню, при котором отношение сигнал/шум на выходе тракта равно заданной величине. Различают динамический диапазон по мощности ( $D=D_P$ ), напряжению  $D_U$ , току  $D_I$ :

$$D = P_{с.макс}/P_{с.мин}; D_U = U_{с.макс}/U_{с.мин}; D_I = I_{с.макс}/I_{с.мин}. \quad (1.21)$$

Часто минимальный уровень сигнала берется равным предельной чувствительности тракта [1], т. е.  $P_{с.мин}$  равна мощности шумов  $P_{ш}$ . Чем больше величина  $P_{с.макс}$  при одном и том же нижнем пороге динамического диапазона (1.24), тем выше линейность тракта. Последнее позволяет сравнивать тракты между собой. Однако следует иметь в виду, что величина  $D$  обычно определяется исходя из избранного способа оценки НИ и в этом смысле носит частный характер. В некоторых случаях величины  $D$ , соответствующие различным критериям НИ, взаимосвязаны (см. гл. 6).

### 3. Оценки для НИ сосредоточенной помехи и шума

При отсутствии помех отношение сигнал/помеха на выходе тракта равно отношению сигнал/шум. При действии помех возникает явление блокирования, что приводит к изменению (обычно уменьшению) сигнала на выходе тракта. При этом также увеличивается уровень помехи в полосе пропускания тракта из-за ее прямого прохождения и нелинейных процессов. В последних принимают участие как гармонические компоненты помехи, так и шумовые компоненты в тракте. Подробно процесс интермодуляции сосредоточенной помехи и шума рассмотрен в § 5.3. В результате интермодуляции возрастает уровень (мощность) суммарной помехи на выходе тракта.

Из изложенного следует, что оценка нелинейных свойств тракта может быть осуществлена по величине уровня помехи, при котором отношение сигнал/помеха на выходе тракта уменьшается на допустимую величину. Чем меньше этот уровень, тем больше нелинейность тракта.

Одной из оценок подобного рода является *показатель «СИНАД»*, под которым понимают отношение

$$h_1 = \sqrt{U_c^2 + U_{\text{ш}}^2 + U_{\text{н}}^2} / \sqrt{U_{\text{ш}}^2 + U_{\text{н}}^2},$$

где  $U_c$ ,  $U_{\text{ш}}$ ,  $U_{\text{н}}$  — напряжения на выходе приемника соответственно полезного сигнала, собственного шума и всех видов искажений, возникающих в тракте при действии как сигнала, так и помехи [80]. В [106] этот показатель предложено использовать в качестве типового показателя электромагнитной совместимости радиоприемника и усилителя — относительной восприимчивости к действию внешней помехи. Используя оценку «СИНАД», можно определить такие параметры эффективной селективности, как селективность по соседнему каналу, побочным каналам и интермодуляционную селективность.

Селективность по соседнему каналу в этом случае оценивается как выраженное в децибелах отношение уровня мешающего сигнала в соседнем канале, изменяющего показатель «СИНАД» на заданную величину (обычно 6 дБ), к уровню полезного сигнала, для которого тот же показатель равен 12 дБ [80].

Селективность по побочным каналам определяется аналогично, но относится к мешающему сигналу с частотой побочного канала [80].

Интермодуляционная селективность оценивается как выраженное в децибелах отношение суммарной мощности двух мешающих сигналов оговариваемых частот, изменяющих показатель «СИНАД» на заданную величину (обычно 6 дБ), к мощности полезного сигнала, для которого тот же показатель равен 12 дБ [80].

*Обобщенный критерий искажений* предполагает оценку искажений по степени отличия искаженного  $\tilde{S}(t)$  и неискаженного  $S(t)$  сигналов. В качестве критерия может быть использован любой неотрицательный функционал  $F\{S(t), \tilde{S}(t)\}$ , обращающийся в нуль или имеющий минимум при  $S(t) = \tilde{S}(t)$  [19].

Для сравнения  $S(t)$  и  $\tilde{S}(t)$  удобно ввести понятие идеального неискажающего тракта, на выходе которого сигнал равен  $S(t)$ . Определение идеального тракта неоднозначно. Однако в ряде случаев, хотя и не всегда [19], можно считать, что такой тракт изменяет масштаб сигнала, осуществляет временную задержку и создает постоянную составляющую, т. е.  $S(t) = Kx(t - \tau) + C$ , где  $x(t)$  — входное воздействие;  $K$  и  $C$  — константы.

Наиболее удобны абсолютный и относительный среднеквадратические критерии

$$\varepsilon^2 = \overline{[S(t) - \tilde{S}(t)]^2} \text{ и } \varepsilon^2/x^2 = \overline{[S(t) - \tilde{S}(t)]^2} / \overline{[S(t)]^2}. \quad (1.22)$$

Очевидно, в общем случае (1.22) учитывают искажения в тракте, обусловленные различными причинами. Поэтому оба критерия являются обобщенными.

Для выделения искажений разных видов, в том числе НИ, необходимо использовать специальные тестовые сигналы. Они должны удовлетворять требованиям подчеркивания искажений выделяемого вида и иметь характеристики, близкие к характеристикам реальных сигналов в тракте. Выбор оптимальных тестовых сигналов рассмотрен в [19].

### 1.2.2. ОЦЕНКИ НЕЛИНЕЙНЫХ СВОЙСТВ ПО ХАРАКТЕРИСТИКАМ ОПЕРАТОРА ПЕРЕДАЧИ ТРАКТА

Нелинейные свойства можно оценивать независимо от свойств передаваемых или тестовых сигналов. Подобные оценки давно получили широкое распространение при характеристике линейных искажений, например в терминах АЧХ и ФЧХ, являющихся компонентами оператора передачи линейного тракта  $\dot{K}(j\omega)$ . С помощью таких характеристик и производных от них величин (например, неравномерности АЧХ в заданной полосе частот, отклонения ФЧХ от линейного закона и т. д.) описываются свойства трактов и оказывается возможным расчет искаженного сигнала для любого заданного воздействия.

Попытки использовать характеристики оператора передачи нелинейного тракта в радиотехнике предпринимались неоднократно. Учитывая сложность задачи, рассмотрим отдельно использование характеристик операторов для трактов с резистивным и комплексным характером нелинейности.

#### 1. Тракты с резистивным характером нелинейности

В этом случае оператор передачи тракта  $y=f(x)$  аппроксимируется удобным и по возможности простым выражением, параметры которого одновременно характеризуют степень нелинейности. Например, для ряда трактов (телевизионных, импульсных и др.) используется аппроксимация вида

$$y = Ax^\gamma, \quad (1.23)$$

где степень отличия  $\gamma$  от единицы является мерой нелинейности тракта. Выражение (1.23) позволяет определить НИ для различных воздействий: детерминированных [26] или недетерминированных [18].

Широко распространена полиномиальная аппроксимация, например, степенного вида

$$y = \sum_{i=1}^n a_i x^i. \quad (1.24)$$

Для трактов, где в (1.24) можно при допустимой погрешности удержать малое число членов, например три, оценка нелинейных свойств тракта проста и удобна при использовании относительных параметров нелинейности [8]: 2-го порядка  $y_2 = a_2/a_1$  и 3-го порядка  $y_3 = a_3/a_1$ . Эти коэффициенты связаны с НИ конкретных сигналов простой зависимостью [см. далее выражения (2.31)].

Для монотонных характеристик  $y = f(x)$  можно использовать более общие оценки, например фактор нелинейности  $d'$ :

для симметричных характеристик  $d' = (k_0 - k_{in})/k_0$ , где  $k_0$  — производная характеристики  $y = f(x)$  на линейном участке,  $k_{in}$  — в точке характеристики, максимально отклоняющейся от этого участка;

для несимметричных характеристик  $d' = (k_{\max} - k_{\min})/(k_{\max} + k_{\min})$ , где  $k$  — значения производных в точках максимальной и минимальной крутизны.

Иногда для оценки НИ используют параметры амплитудной характеристики тракта, т. е. зависимости амплитуды выходного сигнала  $Y_m$  от амплитуды входного сигнала  $X_m$  [20] (см. рис. 1.5). Коэффициент нелинейности  $\eta = \Delta Y/Y'_m$ , где  $Y'_m$  — значение ординаты  $Y_m$  для идеальной линейной характеристики в заданной точке  $X_{m0}$ , соответствующей обычно максимальному уровню.

## 2. Тракты с комплексным характером нелинейности

Описание нелинейных свойств инерционных трактов представляет сложную задачу, так как в общем случае они характеризуются нелинейными дифференциальными уравнениями, связывающими входное воздействие и отклик, как правило, в неявном виде. В последнее время получили распространение более удобные описания оператора передачи тракта с явным видом этой связи. К ним относятся описания с помощью рядов Вольтерра [12], комплексной амплитудной характеристики [96] и др. Подробные сведения о подобных описаниях приведены в гл. 2 и 3.

## 1.3. Влияние НИ на показатели качества трактов

### 1.3.1. ЗАВИСИМОСТЬ ПОКАЗАТЕЛЕЙ КАЧЕСТВА РАЗЛИЧНЫХ ТРАКТОВ ОТ НИ

В той или иной степени НИ влияют на такие показатели качества трактов передачи, как точность воспроизведения сигналов, разрешающая способность, помехозащищенность, пропускная способность и др. Однако оценка допустимых НИ в каждом конкретном случае определяется самостоятельно исходя из вида тракта, его класса, способа передачи сообщения и др.



В трактах звукового вещания при прослушивании речевых и музыкальных передач НИ ощущаются в виде неестественного звучания, изменения тембра передачи, а также характерных призвуков (шорохов, тресков, дребезжания и др.). Слышимость НИ зависит от объективных факторов (вида АЧХ, нелинейных свойств тракта), так и субъективных (чувствительности уха к разным частотам, эффекта маскирования продуктов нелинейности полезным сигналом, шумами в тракте и помещении, где осуществляется прослушивание передачи, и т. д.). Нелинейность трактов звукового вещания приводит к появлению дополнительных тонов, продуктов интермодуляционного характера и уменьшению динамического диапазона передачи [41].

Частота гармоник и суммарных колебаний при звуковоспроизведении оказывается выше частот основного тона и ими обычно маскируется. Интермодуляционные колебания возникают вследствие биений обертонов (гармоник) и основных колебаний между собой. В особенности они опасны для музыкальных передач. Слышимость НИ обычно определяется методом субъективных статистических экспертиз для данного вида передачи. Для аппаратуры высокого качества коэффициент  $K_T$  должен быть не более 1—2%, среднего качества — 5—7%. В последнее время наблюдается тенденция к ужесточению требований к этим показателям.

При передаче телефонных сообщений удобной универсальной количественной оценки натуральности речи не существует. Один из критериев — артикулярный, определяющий количеством правильно принятых звуков, слогов, фраз. Допустимая величина  $K_T$  здесь обычно больше, чем в звуковом вещании.

В различных трактах электрической связи влияние НИ определяется видом тракта, способом модуляции и т. д. В особенности жесткие требования по НИ предъявляются к многоканальным трактам связи. В групповых трактах последних, осуществляющих усиление и преобразование одновременно сигналов многих каналов, требования к НИ больше, чем в индивидуальных каналах. Это объясняется тем, что даже незначительная нелинейность группового тракта приводит к появлению на выходе каналов заметных нелинейных переходных помех [9, 14]. В современных системах многоканальной связи затухание по нелинейности должно быть порядка  $B_2=87$  дБ и  $B_3=108$  дБ (при нулевом уровне сигнала) и более.

В каналах телевидения НИ вызывают изменение соотношений амплитуд последовательностей телевизионных сигналов и вследствие этого изменение соотношений яркости элементов изображения (изменения в воспроизведении полутонов). Большие НИ могут вызвать нарушение синхронизации изображения. По сравнению с черно-белым влияние НИ в цветном телевидении более существенно: дополнительно изменяется воспроизведение цветных тонов и насыщенности деталей изображения. Нелинейность в цепях развертывающих устройств вызывает появление геометрических искажений, однако при  $\eta \leq 5\%$  эти искажения практически незаметны.

Для многих трактов импульсных сигналов даже существенная нелинейность в ряде случаев не приводит к заметному ухудшению показателей качества. Поэтому в таких трактах допустимы такие существенно нелинейные преобразования, как амплитудное ограничение, логарифмирование и др.

Особенно велико влияние НИ в ряде областей радиоизмерительной техники. Здесь НИ влияют на точность измерения и другие метрологические характеристики различных приборов, исполь-

ТАБЛИЦА 1.1

Параметр	Радиовещательные приемники						Устройства приемные	Радиоприемники радиостанций низовой связи				Приемники телевизионные (черно-белого изображения)
	каналы и тракты звукового вещания	станции-носители	переносные	автомобильные	стереофонические			КВ радиотелефонной связи	с однополосной модуляцией (КВ) сухопутной подвижной службы	с угловой модуляцией (УКВ) морской подвижной службы		
ГОСТ	11515-75	5651-76	5651-76	17692-72	20842-75		14663-76	13260-67	22579-77	12252-77	22580-77	18198-72
1	2	3	4	5	6	9	7	8	9	10	11	12
Коэффициент гармоник, %, не более	1,5—7,5	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Коэффициент гармоник * всего тракта по звуковому давлению, %, не более, в диапазонах ДВ, СВ и КВ при глубине модуляции 0,8 и номинальном звуковом давлении	—	5—12	7—10	—	—	—	—	—	—	—	—	—
То же, но по электрическому напряжению и номинальной выходной мощности	—	—	—	4—8	—	—	—	—	—	—	—	—

Продолжение табл. 1.1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Коэффициент гармоник всего тракта по звуковому давлению в диапазоне УКВ при девиации частоты 50 кГц и номинальном среднем давлении *	—	3—10	4—7	—	—	—	—	—	—	—	—
То же, по электрическому напряжению и номинальной выходной мощности	—	—	—	3—4	—	—	—	—	—	—	—
Коэффициент гармоник в стереорежиме по звуковому давлению при девиации частоты 50 кГц, %, не более *	—	—	—	—	4—7	—	—	—	—	—	—
То же, по электрическому напряжению, измеренный на выходе для подключения магнитфона на запись	—	—	—	—	2—5	—	—	—	—	—	—
Коэффициент гармоник, %, не более (при $m=0,3$ для 3-го класса)	—	—	—	—	—	10	—	—	—	—	—
Коэффициент НИ, %, не более	—	—	—	—	—	—	5—10	7—10	7—15	7—15	—
Коэффициент НИ тракта звукового сопровождения по звуковому давлению, %, не более *	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	4—7

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Внутриполосная взаимная модуляция, дБ, не более **	—	—	—	—	—	— 30... — 40	—	—	—	—	—
НИ раstra, %, не более, по горизонтали и вертикали **	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	+8... ±10
Уровень блокирующей помехи, дБ·мкВ, не менее **, при отстройке помехи на ±20 кГц ±6%	—	—	—	—	—	60—90 130	—	—	—	—	—
Уровень помех, вызывающих внеполосную взаимную модуляцию, дБ·мкВ, не менее **	—	—	—	—	—	60—80	—	—	—	—	—
Селективность двух-сигнальная по соседнему каналу при расстройках на 120 и 180 кГц в диапазоне УКВ: отношение сигнал/помехи на выходе, дБ отношение сигнал/помехи на входе, дБ, не менее	—	20	20	20	—	—	—	—	—	—	—



Окончание табл. 1.1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Двухсигнальная избирательность по соседнему каналу, дБ, не менее ***	—	—	—	—	—	—	50—80	—	—	—	—
Избирательность приемника при воздействии на его входе двух мешающих сигналов, дБ, не менее ***	—	—	—	—	—	—	50—80	—	—	—	—
Избирательность приемника по соседнему каналу, дБ, не менее ***	—	—	—	—	—	—	—	60—70	60—75	65—85	—
Избирательность приемника по побочным каналам, дБ, не менее ***	—	—	—	—	—	—	—	60—70	70—80	70—80	—
Интермодуляционная избирательность приемника, дБ, не менее ***	—	—	—	—	—	—	—	50—60	60—70	60—70	—

\* В зависимости от частоты и класса.

\*\* В зависимости от класса.

\*\*\* В зависимости от типа.

1 Методика измерения параметров изложена в ГОСТ 22504—77.

2 То же, в ГОСТ 9783—71.

зуемых, в частности, для целей поверки высокоточных источников переменных напряжений, различных масштабных устройств: прецизионных усилителей, делителей, а также анализаторов спектра, измерительных приемников и т. д. Эквивалентный коэффициент гармоник некоторых трактов радиоизмерительных приборов должен быть не более тысячных долей процента.

### **1.3.2. НОРМИРОВАНИЕ НИ**

Допустимые нормы НИ и связанных с ними критериев нормируются в соответствии с требованиями ГОСТ, различных ТУ, рекомендаций МККР, МЭК, СИСПР, СЭВ, ОИРТ, МККТТ и т. д. [66—68, 77—88, 106]. Нормы по НИ могут распространяться на тракты в целом, а также на отдельные устройства, входящие в состав трактов. В табл. 1.1 приведены некоторые нормы, регламентирующие нелинейные свойства ряда трактов и устройств в соответствии с действующими ГОСТ. Так как количественная оценка приводимых критериев НИ зависит от принятого метода их получения (измерения), то контроль соответствия нормам должен осуществляться согласно принятой в каждом конкретном случае методике [30, 66—68, 77—88].

## **ГЛАВА ВТОРАЯ**

### **МЕТОДЫ АНАЛИЗА НИ В РАДИОПРИЕМНЫХ И УСИЛИТЕЛЬНЫХ ТРАКТАХ С НЕСУЩЕСТВЕННОЙ НЕЛИНЕЙНОСТЬЮ**

---

## **2.1. Особенности анализа НИ**

### **2.1.1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ**

Исследование нелинейных свойств приемно-усилительных трактов осуществляется с помощью методов теории нелинейных электрических и радиоцепей. Совершенствование объекта исследования (каскада или тракта в целом) и ужесточение требований к нему обусловили различия в специфических особенностях задач нелинейного анализа и методах, используемых для их решения. В связи с этим условно можно выделить несколько этапов развития радиоприемной и усилительной техники — ламповой электроники, полупроводниковой электроники и микроэлектроники.

На этапе использования в тракте электронных ламп анализ НИ, как правило, не вызывал принципиальных трудностей из-за пренебрежения в большинстве случаев инерцией анализируемого устройства, а также из-за простоты нелинейных моделей компонент и тракта в целом. Поясним это на примере обобщенной мо-

дели нелинейного четырехполюсника, эквивалентного усилительному прибору (УП). В самом общем случае УП соответствует система уравнений

$$i_1 = L_1[u_1, u_2]; i_2 = L_2[u_1, u_2], \quad (2.1); (2.2)$$

где  $L_1$  и  $L_2$  — нелинейные операторы, связывающие мгновенные значения соответствующих переменных токов и напряжений, действующих на входных и выходных полюсах УП (рис. 2.1).

Для электронной лампы, используемой в режиме без сеточных токов, на низких и умеренно высоких частотах  $i_1 = 0$ . Если пренебречь влиянием нагрузки УП, то система (2.1), (2.2) преобразуется в одно уравнение

$$i_2 = f[u_1]. \quad (2.3)$$

Таким образом, передаточная характеристика каскада, связывающая входное воздействие и отклик, описывается упрощенной статической характеристикой УП (2.2) при  $u_2 = 0$ . В результате анализ НИ в рассматриваемом случае сводится к следующим операциям: 1) аппроксимации статической характеристики УП вида  $y = f(x)$  (2.3); 2) анализу колебаний тока  $i_2(t)$ , возникающих при заданном воздействии  $x(t) = u_1(t)$ .

Если влиянием нагрузки УП пренебречь нельзя, то передаточная характеристика находится с помощью простого графического построения (см. § 3.1).

Влияние инерционных свойств тракта на НИ на этапе ламповой приемно-усилительной техники учитывалось относительно редко. На практике это исследование сводилось к выявлению доминирующего фактора, составлению и интегрированию нелинейного дифференциального уравнения (как правило, приближенно в аналитическом виде или с использованием численных методов).

Анализ влияния внешних относительно УП цепей осуществлялся простейшими способами и не всегда точно. Так, при оценке эффективности линейной отрицательной обратной связи предполагалось, что коэффициент гармоник  $K_r$  уменьшался пропорционально ее глубине, что является лишь возможным частным случаем (см. 4.4.1). Расчет НИ в многокаскадном тракте сводился к независимым расчетам НИ в отдельных каскадах и определению наиболее искажающего каскада. Эффекты взаимодействия нелинейных продуктов с учетом фаз колебаний, как правило, не исследовались.

На следующем этапе, связанном с интенсивным использованием в приемно-усилительных устройствах полупроводниковых приборов, исследователи столкнулись с необходимостью учета значи-

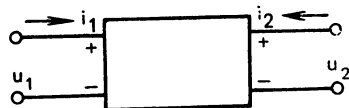


Рис. 2.1. Нелинейный четырехполюсник

тельно большего количества, чем в случае ламповой техники, источников нелинейных искажений. Было выяснено, что расчет с использованием методов, оправданных для случая ламповых радиоприемников и усилителей, недостаточен, ибо он не учитывает таких дополнительных факторов, как специфика нелинейной модели усилительного прибора, конечные сопротивления источника сигнала и нагрузки, обратные связи, взаимодействие нелинейных продуктов различных порядков в цепях усилителя, инерция элементов его схемы и т. д. Активный элемент тракта — транзистор, в отличие от электронной лампы, необходимо было описывать полной системой вида (2.1), (2.2), что усложняло анализ соответствующих схем применения. Было выяснено, что используемые в усилителях полупроводниковые приборы и элементы в ряде случаев принципиально не допускают пренебрежения инерцией, поэтому система (2.1), (2.2) имела вид системы нелинейных дифференциальных уравнений.

Если на первом этапе развития приемно-усилительной техники (ламповая электроника) основная трудность анализа НИ связывалась с определением отклика по известной характеристике оператора передачи устройства, то на этапе полупроводниковой электроники она была связана с определением самой передаточной характеристики тракта  $y=L[x]$  или непосредственно характеристики соответствующего нелинейного критерия.

Таким образом, в теории приемно-усилительных схем впервые в широких масштабах возникла необходимость в исследовании достаточно сложных нелинейных инерционных цепей. Известно, что анализ и синтез электрических цепей с учетом их нелинейных и инерционных свойств представляет значительные трудности прежде всего из-за отсутствия эффективных и универсальных методов исследования. Это вынудило ряд авторов, с одной стороны, отказаться от учета инерции, ограничивая тем самым область применимости разрабатываемых методов расчета, а, с другой стороны, в отдельных, относительно немногочисленных, работах исследовать влияние инерции лишь для конкретных частных случаев.

В настоящее время радиотехника переживает этап широкого внедрения достижений микроэлектроники. Это порождает тенденции к усложнению радиоэлектронной аппаратуры и повышению роли точного проектирования радиоустройств. Значительное усложнение объекта исследования, которому в общем случае соответствует многоэлементная нелинейно-инерционная электрическая цепь, привело к тому, что до настоящего времени вопросы анализа и синтеза приемно-усилительных трактов на современном уровне с учетом нелинейных критериев оказались недостаточно разработанными.

Здесь уместно привести высказывание Г. Ван-Триса, относящееся к общей проблеме анализа нелинейных систем и устройств

[5]: «Было бы нереально полагать, что можно найти метод синтеза или анализа, наилучший для всех случаев. Поэтому существуют две возможности.

Во-первых, можно взять какое-либо конкретное нелинейное устройство и проводить его детальный анализ. Но методы, которые при этом будут развиты, окажутся, вообще говоря, неприменимыми к другим нелинейным системам. Во-вторых, можно сосредоточить внимание на методах, не относящихся к какой-либо конкретной системе. При этом подходе стремятся сделать класс систем, к которым применим метод исследования, как можно более широким».

Таким образом, возникла актуальная проблема поиска цепей, отображающих свойства трактов достаточно широких классов, разработки теории этих цепей и методов инженерного расчета. Применительно к НИ в приемно-усилительных трактах оказалось целесообразным выделить два класса трактов: с несущественной и с существенной нелинейностью.

## 2.1.2. ПОНЯТИЕ О ТРАКТАХ С НЕСУЩЕСТВЕННОЙ И СУЩЕСТВЕННОЙ НЕЛИНЕЙНОСТЬЮ

Любому приемно-усилительному тракту соответствует система из уравнений по законам Кирхгофа и компонентных уравнений

$$\left. \begin{aligned} \Sigma y_i &= 0, \quad \Sigma x_i = 0(x), \\ y_i &= L_i[x_i], \\ \dots \dots \dots \end{aligned} \right\} \quad (2.4)$$

где  $x$  — входное воздействие;  $L_i$  — линейные или нелинейные операторы, описывающие связь переменных  $x_i$ ,  $y_i$  (токов, напряжений). Под трактами с существенной нелинейностью условимся понимать такие тракты, у которых хотя бы один из операторов  $L_i$  системы (2.4) в заданной области мгновенных значений токов и напряжений осуществляет их нелинейное преобразование вида «отсечки», ограничения, ключевого режима и т. д. И, наоборот, тракты, у которых все операторы системы (2.4) такого преобразования не осуществляют, будем называть трактами с несущественной нелинейностью.

Разница между названными трактами, разумеется, носит условный характер. Поэтому здесь примем определение несущественной нелинейности для того случая, когда операторы  $L_i$  могут быть с достаточной точностью представлены в виде «коротких» рядов (степенных или функциональных Вольтерра) с числом членов  $n$  не более трех. Необходимым, но недостаточным условием для этого является допустимость аппроксимации характеристик всех элементов тракта (емкостей, индуктивностей, резисторов) в виде степенных рядов с числом членов также не более трех (см.

§ 2.3). И, наоборот, тракты, для которых подобное представление операторов  $L_i$  оказывается неточным, будем называть трактами с существенной нелинейностью.

Условный выбор критерия  $n=3$  объясняется тем, что это число членов ряда, как будет показано ниже (§ 2.2), является минимально необходимым для исследования всех основных нелинейных эффектов в приемно-усилительных трактах, связанных с НИ: гармонического обогащения сигнала, интермодуляции, перекрестной модуляции, блокирования, сжатия амплитуды и т. д. Подобный подход с использованием «коротких» рядов нашел широкое применение в анализе приемно-усилительных трактов и их каскадов [3, 8, 34, 24, 25, 37, 12 и др.].

Для трактов с существенной нелинейностью анализ носит, как правило, частный характер. Для трактов с несущественной нелинейностью в настоящее время успешно развиваются общие подходы к анализу и синтезу широкого класса устройств, в том числе в области приемно-усилительной техники, поэтому выделение трактов этого класса оказалось полезным.

Один и тот же тракт может работать в двух режимах в зависимости от уровня сигнала на его входе. Так, для аналоговых приемно-усилительных трактов работа при малых входных сигналах соответствует режиму несущественной нелинейности, наоборот, при больших входных сигналах — режиму существенной нелинейности.

Последнее отражается на виде зависимости соответствующего нелинейного критерия от величины входного воздействия  $U_m$  (см., например, рис. 2.2а). При малых величинах  $U_m$  (область А) характеристика критерия НИ близка к характеристике, получаемой при аппроксимации с помощью «короткого» ряда ( $n=3$ ). Так, для  $K_{гз}$  эта характеристика имеет вид параболы. При необходимости расширить область А следует перейти к более сложной аппрокси-

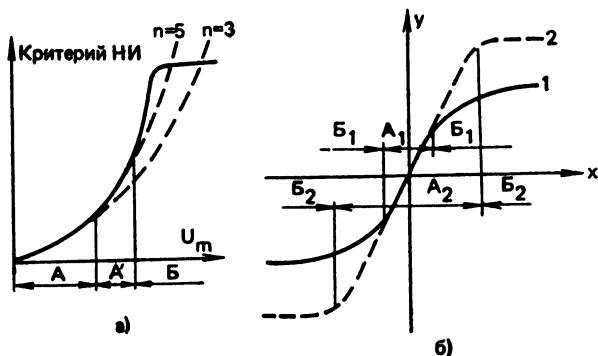


Рис. 2.2. Нелинейные характеристики трактов: а — для критерия НИ; б — передаточная

мации, например, «удлинив» ряд (область  $A'$ ). Наконец, при достаточно больших  $U_m$  осуществляется переход в область существенной нелинейности —  $B$ .

К одному и тому же тракту можно подходить как к тракту с разным характером нелинейности по другой причине. Например, преобразователи частоты, детекторы больших сигналов, мощные усилители и другое в большинстве случаев содержат отдельные элементы, работающие в области существенной нелинейности. Однако оператор «вход-выход» по полезному эффекту этих устройств может быть близок к линейному. Так, эффективно работающий преобразователь частоты должен иметь элементы с существенной нелинейностью, в то время как для огибающей полезного входного сигнала он может вести себя как устройство с несущественной нелинейностью. Различие подходов к одному и тому же тракту позволяет гибко использовать наиболее эффективные методы анализа звеньев (каскадов) и тракта в целом.

Относительные размеры областей  $A$  и  $B$  не постоянны, а изменяются в процессе развития приемно-усилительной техники. Если раньше использовались неэффективные компоненты тракта, имеющие невысокую степень линейности, малую усилительную способность, большой уровень шумов и т. д., то отдельные звенья каскадов и тракт в целом переходили в режим больших НИ при относительно небольших воздействиях (кривая 1 на рис. 2.26, где представлена симметричная передаточная характеристика тракта  $y = f(x)$  с резистивной нелинейностью). По мере совершенствования компонентной базы (повышения линейности и мощности приборов), использования эффективных методов линеаризации (например, глубоких обратных связей и т. д.) вид характеристики  $y = f(x)$  изменялся (кривая 2), а относительные размеры области  $A$  расширялись ( $A_2$ ). В настоящее время для современных приемно-усилительных трактов и их звеньев, как показано в [39], такие явления, как гармоническое обогащение спектра сигнала, интермодуляция с допустимыми коэффициентами не более нескольких процентов, как правило, происходят в области несущественной нелинейности, наоборот, блокирование и перекрестная модуляция, интермодуляция с коэффициентами 10% и более — в области существенной нелинейности. Первую группу нелинейных эффектов называют «тонкими нелинейными эффектами», вторую — «грубыми нелинейными эффектами». Подобное разделение областей подтверждает высказанное ранее соображение о возможностях упрощений при раздельном анализе в областях  $A$  и  $B$ . Например, при анализе в области  $A$  можно пренебречь существенной нелинейностью в области  $B$ , при анализе в области  $B$  — малой степенью нелинейности в области  $A$ . По мере повышения линейности приемно-усилительных трактов фактические величины соответствующих нелинейных критериев и динамического диапазона будут прибли-



жаться к их предельным величинам, определяемым для области  $B$ . В этом отношении степень близости реальных характеристик тракта к характеристикам в области  $B$  является мерой их совершенства.

В [31, 102] получены необходимые строгие условия аппроксимации характеристики  $y=f(x)$  тракта степенным рядом с числом членов  $n$  при расчете НИ:  $n \geq M+2$ ,  $n \geq N$ , где  $M$  — число перегибов функции  $y=f(x)$  в заданном интервале входного воздействия;  $N$  — порядок нелинейного преобразования.

Убывающий с ростом  $n$  характер коэффициентов ряда (1.24) для реальных электронных приборов указывает на то, что использование «коротких» рядов будет тем более справедливым, чем меньше величина соответствующего критерия НИ. Поэтому «короткие» ряды удобны для расчетов трактов с малыми НИ [12].

В [99] исследована погрешность анализа с использованием «короткого» ряда ( $n=3$ ) в области незначительной нелинейности реальных УП и показано, что она не превышает 10%, если  $K_{6,л} \leq 0,2 \div 0,3$ ;  $K_{пер} \leq 10\%$ ;  $K_{21} \leq -(30 \div 40)$  дБ, что удовлетворяет многим задачам практики. Подобные оценки можно в первом приближении применять также для случая рядов Вольтерра.

### 2.1.3. ОПРЕДЕЛЕНИЕ СВЯЗЕЙ ВОЗДЕЙСТВИЯ И ОТКЛИКА ТРАКТА

В общем случае трактов, содержащих нелинейно-инерционные цепи, система уравнений (2.1), (2.2) состоит из нелинейных дифференциальных или интегро-дифференциальных уравнений. С помощью последовательных преобразований эту систему можно свести к одному нелинейному дифференциальному уравнению, связывающему входное воздействие  $x$  и отклик  $y$ . Зависимость  $y$  от  $x$  в [10] названа мгновенной динамической характеристикой тракта (МДХ). К сожалению, в большинстве случаев уравнение МДХ оказывается сложным и выражает связь переменных в неявном виде. Удобных регулярных методов определения отклика при заданном воздействии  $x$  в случае нелинейного дифференциального уравнения не существует. Это затрудняет решение задачи и требует его повторения при изменении вида воздействия.

Применяют различные, как правило приближенные, методы решения уравнения относительно отклика  $y$ : аналитические, топологические, графического интегрирования, численного интегрирования [40]. Аналитические методы часто используют совместно с численными [16].

К аналитическим методам относятся: прямое интегрирование нелинейных дифференциальных уравнений, метод гармонического баланса, возмущений, итераций, усреднений, рядов Фурье и др. [10, 16, 21, 26, 38, 40, 41]. Примеры использования МДХ для расчета НИ в отдельных каскадах на биполярных транзисторах приведены в [10].

Хотя ряд из указанных методов обеспечен разработанными алгоритмами расчетов на ЭВМ, однако они имеют недостатки: частность анализа и синтеза, которые следует проводить для каждого воздействия в отдельности, возможность получения аналитического решения лишь для простейших случаев, громоздкость в случае сложных трактов, невозможность установления связи отклика и воздействия в явном виде, трудности вычислительного характера и т. д.

Анализ нелинейных эффектов для случайных воздействий сложен и требует специальных методов [21]. Наиболее часто используются следующие методы: прямой, огибающей, характеристических функций (контурных интегралов) и метод корреляционной функции [9, 11, 14, 18, 38 и др.]. Для всех методов характерна громоздкость анализа, в особенности для сложных цепей.

В случае резистивных трактов система (2.1), (2.2) является алгебраической (обычно трансцендентной). Решение таких систем возможно, как правило, численными методами [16]. Для несложных трактов используют графо-аналитические методы, сводящиеся к графическим построениям зависимости  $y = f(x)$  и к последующему гармоническому анализу  $y(t)$  при заданном  $x(t)$  (см. § 3.1).

Решение системы (2.1), (2.2) возможно при другом подходе. В его основе лежит представление зависимости  $y$  от  $x$  в виде нелинейного оператора  $y = L[x]$ , отражающего связь переменных в явном виде. Такое представление, как будет показано далее, облегчает анализ НИ и находит применение для их оценки (см. гл. 1).

Характеристика оператора называется нелинейной передаточной характеристикой тракта. В зависимости от свойств трактов различают два вида операторов — операторы вида функций и операторы вида функционалов.

Для операторов вида функций

$$y = f[x(t)] \quad (2.5)$$

каждому значению  $x$  в данный момент времени  $t$  соответствует определенное значение  $y(t)$  в тот же момент времени. Эти операторы описывают поведение резистивных трактов, именуемых иногда трактами без «памяти».

В приемно-усилительной технике часто используется представление  $y = f(x)$  в виде степенного полинома

$$y = Y_0 + \sum_{i=1}^n K_i x^i = Y_0 + K_1 x + K_2 x^2 + K_3 x^3 + \dots + K_i x^i + \dots, \quad (2.6)$$

где  $K_i (K_1, K_2, K_3, \dots)$  — коэффициенты ряда (линейный, квадратичный, кубичный и т. д.).

На практике часто используют разновидность разложения (2.6) в виде ряда Тейлора, для которого  $K_1=f'(x_0)$ ,  $K_2=f''(x_0)/2!$ ,  $K_3=f'''(x_0)/3!$ , ...,  $K_i=f^{(i)}(x_0)/i!$ , где  $x_0$  — точка функции (2.5), относительно которой осуществляется разложение.

Особенностью ряда Тейлора является единственность способа представления функции, в то время как применение степенных полиномов других видов дает неединственные результаты, а коэффициенты  $K_i$  полинома (2.6) зависят от способа их определения и области входного воздействия.

Спектральный анализ отклика  $y(t)$  для одногармоничного воздействия в (2.6) при малых значениях  $n$  удобно осуществлять с помощью формул кратных дуг, а также формул произведений синусов и косинусов [26]. Для общего случая ( $n$  — велико) и при полигармоническом воздействии используют обобщенные методы вычисления реакции, предложенные в работах В. А. Котельникова, И. С. Басика, Уосса и др. [41], а также полученные при этом готовые результаты. В табл. 2.1 приведены значения амплитуд составляющих выходного колебания  $y(t)$  для  $n=3$  при  $x=U_1 \cos(\omega_1 t + \varphi_1) + U_2 \cos(\omega_2 t + \varphi_2) + U_3 \cos(\omega_3 t + \varphi_3)$ . Как видно из таблицы, в результате нелинейного преобразования возникают постоянная составляющая, гармоники и комбинационные колебания. Фазовый сдвиг любой гармоники находится так же, как ее частота: умножением фазового сдвига на номер гармоники ( $n\varphi$ ), фаза колебания вида (1.16) находится как  $\varphi_{\text{ог}} \dots = s\varphi_1 \pm l\varphi_2 \pm q\varphi_3 \pm \dots$ .

Иногда функцию (2.5) представляют экспоненциальным полиномом, тригонометрическим полиномом, различными трансцендентными функциями, полиномами Чебышева, дробно-степенными и дробно-рациональными функциями и т. д. [23, 26].

Для операторов вида функционала значение  $y(t)$  определяется значением  $x(t)$  не только в момент  $t$ , но и в отдаленном прошлом для всех  $\tau \leq t$ , т. е.

$$y(t) = F\{x(\tau), t\}_{\tau \leq t} \quad (2.7)$$

Такой оператор описывает поведение трактов с нелинейностью комплексного характера, именуемых иногда трактами с «памятью». Часто отклик тракта определяется  $x(\tau)$  на конечном временном интервале  $\tau \leq T$ , где  $T$  именуется «памятью» системы. В этом случае поведение тракта не зависит от начальных условий, а тракты называются трактами с ограниченной «памятью». Как и в случае функции, большое значение имеет выбор способа представления функционала. Он должен удовлетворять требованию точности описания (2.7), а также удобству и простоте анализа тракта. В следующем разделе рассмотрен удобный способ представления функционала (2.7) с помощью так называемого функционального ряда Вольтерра (В). Такое представление отражает свойства ра-

ТАБЛИЦА 2.1

№ п/п	Член полинома	Частоты колебаний	Амплитуды колебаний
1	$Y_0$	0	$Y_0$
2 3 4	$K_1 x$	$\omega_1$ $\omega_2$ $\omega_3$	$K_1 U_1$ $K_1 U_2$ $K_1 U_3$
5	$K_2 x^2$	0	$\frac{1}{2} K_2 (U_1^2 + U_2^2 + U_3^2)$
6		$2\omega_1$	$\frac{1}{2} K_2 U_1^2$
7		$2\omega_2$	$\frac{1}{2} K_2 U_2^2$
8		$2\omega_3$	$\frac{1}{2} K_2 U_3^2$
9 10 11		$\omega_1 \pm \omega_2$ $\omega_1 \pm \omega_3$ $\omega_2 \pm \omega_3$	$K_2 U_1 U_2$ $K_2 U_1 U_3$ $K_2 U_2 U_3$
12	$K_3 x^3$	$\omega_1$	$\frac{3}{4} K_3 U_1 (U_1^2 + 2U_2^2 + 2U_3^2)$
13		$\omega_2$	$\frac{3}{4} K_3 U_2 (U_2^2 + 2U_3^2 + 2U_1^2)$
14		$\omega_3$	$\frac{3}{4} K_3 U_3 (U_3^2 + 2U_1^2 + 2U_2^2)$
15		$2\omega_1 \pm \omega_2$	$\frac{3}{4} K_3 U_1^2 U_2$
16		$2\omega_1 \pm \omega_3$	$\frac{3}{4} K_3 U_1^2 U_3$
17		$2\omega_2 \pm \omega_3$	$\frac{3}{4} K_3 U_2^2 U_3$
18		$\omega_1 \pm 2\omega_2$	$\frac{3}{4} K_3 U_1 U_2^2$
19		$\omega_1 \pm 2\omega_3$	$\frac{3}{4} K_3 U_1 U_3^2$

1	2	3	4
20	$K_3 x^3$	$\omega_2 \pm 2 \omega_3$	$\frac{3}{4} K_3 U_2 U_3^2$
21		$\omega_1 \pm \omega_2 \pm \omega_3$	$\frac{3}{4} K_3 U_1 U_2 U_3$
22		$3 \omega_1$	$\frac{1}{4} K_3 U_1^3$
23		$3 \omega_2$	$\frac{1}{4} K_3 U_2^3$
24		$3 \omega_3$	$\frac{1}{4} K_3 U_3^3$

диотрактов широкого класса и оказывается удобным при использовании операторного метода решения системы (2.4).

Далее в гл. 2 будут рассмотрены некоторые методы исследования НИ: для трактов с несущественной и для трактов с существенной нелинейностью. В § 2.6 рассмотрены методы анализа амплитудно-фазовой конверсии сигнала, приводящей к НИ в ЧМ (ФМ) трактах. Основное внимание в дальнейшем изложении уделено лишь некоторым методам, в особенности методу получения передаточной характеристики оператора передачи с помощью ряда В. Читатели, интересующиеся другими методами, могут ознакомиться с ними самостоятельно по литературе, приведенной выше.

## 2.2. Использование рядов Вольтерра для анализа НИ

### 2.2.1. РЯДЫ ВОЛЬТЕРРА И ИХ СВОЙСТВА

Как известно, связь входного воздействия  $x$  и отклика на него  $y$  для линейного тракта может быть представлена интегралом свертки

$$y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} k(\tau) x(t-\tau) d\tau, \quad (2.8)$$

где  $k(\tau)$  — импульсная переходная функция.

Последнее выражение легко интерпретируется как предельный результат суммирования откликов от элементарных воздействий (импульсов)  $x_1, x_2, \dots, x_N$  с длительностью  $\Delta t$ , из которых может

быть представлено полное входное воздействие  $x(t)$  (рис. 2.3). Величина  $N$  выбирается такой, чтобы обеспечить требуемую точность определения отклика  $y(t) = \tilde{y}(t) + \Delta y(t)$ . Предполагается, что при  $t < 0$  величина  $x(t) \equiv 0$ .

В общем случае нелинейного тракта отклик  $y(t)$  является функцией  $N$  переменных, т. е.  $y = L(x_1, x_2, \dots, x_N)$ . Тогда, используя разложение в ряд Тейлора функции многих переменных, получаем [55]

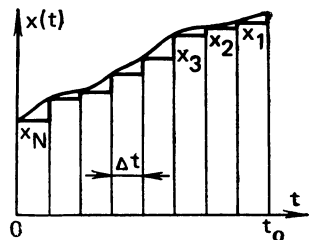


Рис. 2.3. Представление входного воздействия в виде суммы импульсов

$$\begin{aligned} \tilde{y}(t) &= [(a_1 x_1 + a_2 x_2 + \dots + a_N x_N) + (a_{11} x_1^2 + a_{12} x_1 x_2 + \\ &+ \dots + a_{NN} x_N^2) + (a_{111} x_1^3 + a_{123} x_1 x_2 x_3 + \dots + a_{NNN} x_N^3) + \dots = \\ &= \sum_{i=1}^N a_i x_i + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N a_{ij} x_i x_j + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N a_{ijk} x_i x_j x_k + \dots = \\ &= \tilde{y}_1 + \tilde{y}_2 + \tilde{y}_3 + \dots \end{aligned}$$

Последние выражения представляют собой многочлены Колмогорова — Габора.

Пусть  $a_i = k_i \Delta t$ , где  $k_i$  — амплитуда, а  $\Delta t$  — ширина элементарного импульса. Тогда  $\tilde{y}_1 = \sum_{i=1}^N k_i x_i \Delta t$ . При  $\Delta t \rightarrow 0$ ,  $N \rightarrow \infty$  и  $N \Delta t \rightarrow t_0$  выражение для  $\tilde{y}_1$  переходит в известное выражение (2.8), где интегрирование осуществляется в пределах  $0 - t_0$ :  $y_1(t) = \int_0^{t_0} k_1(\tau) x(t_0 - \tau) d\tau$ . Обозначая  $a_{ij} = k_{ij} \Delta t \Delta t$ ,  $a_{ijk} = k_{ijk} \Delta t \Delta t \Delta t$  и т. д., получаем аналогично  $y_1(t)$

$$y_2(t) = \int_0^{t_0} \int_0^{t_0} k(\tau_1, \tau_2) x(t - \tau_1) x(t - \tau_2) d\tau_1 d\tau_2,$$

$$y_3(t) = \int_0^{t_0} \int_0^{t_0} \int_0^{t_0} k(\tau_1, \tau_2, \tau_3) x(t - \tau_1) x(t - \tau_2) x(t - \tau_3) d\tau_1 d\tau_2 d\tau_3 \text{ и т. д.}$$

Заменяя в выражениях для  $y_i$  пределы интегрирования на  $[-\infty, +\infty]$ , приходим к представлению оператора передачи тракта (2.7) в виде ряда В. [5]:

$$y = \int_{-\infty}^{+\infty} k(\tau) x(t - \tau) d\tau + \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} k(\tau_1, \tau_2) x(t - \tau_1) x(t - \tau_2) d\tau_1 d\tau_2 +$$

$$\begin{aligned}
& + \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} k(\tau_1, \tau_2, \tau_3) x(t-\tau_1) x(t-\tau_2) x(t-\tau_3) d\tau_1 d\tau_2 d\tau_3 + \dots + \\
& + \int_{-\infty}^{+\infty} \dots \int_{-\infty}^{+\infty} k(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_k) \prod_{i=1}^k x(t-\tau_i) d\tau_i + \dots, \quad (2.9)
\end{aligned}$$

где  $k(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_k)$  — функции, которые характеризуют свойства тракта и называются ядрами функционала или ряда В.:  $k(\tau_1)$  — линейное или 1-го порядка;  $k(\tau_1, \tau_2)$  — квадратичное или 2-го порядка;  $k(\tau_1, \tau_2, \tau_3)$  — кубическое или 3-го порядка и т. д.

Подобно (2.8)  $k(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_k)$  иногда называют импульсными переходными функциями  $k$ -го порядка многих переменных  $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_k$  (многомерными импульсными переходными функциями).

Таким образом, ряд В. представляет собой обобщение интеграла свертки на случай нелинейной инерционной (динамической) цепи, причем каждый из членов ряда имеет вид интеграла  $n$ -мерной свертки входного сигнала и ядра.

Для устойчивых и физически реализуемых цепей выполняются условия:

- а)  $\int_{-\infty}^{+\infty} \dots \int_{-\infty}^{+\infty} |k(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n)| d\tau_1 d\tau_2 \dots d\tau_n < \infty$ ;
- б)  $k(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n) = 0$  для  $\tau_i < 0, i = 1, 2, 3, \dots, n$ ;
- в)  $\lim_{\tau_i \rightarrow -\infty} k(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n) = 0, i = 1, 2, 3, \dots, n$ .

В общем случае ряд В. в соответствии с теоремой Фреше [5, 11] приближает функционал (2.7) сколь угодно точно при бесконечном числе членов. Однако, как и в случае ряда Тейлора для резистивных цепей, можно ограничить число членов ряда В., допуская при этом ошибку

$$\left| \sum_{m+1}^{\infty} y_n(t) \right| \leq \sum_{m+1}^{\infty} a_n M_1, \quad (2.10)$$

где  $a_n = \int_{-\infty}^{+\infty} \dots \int_{-\infty}^{+\infty} |k(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n)| d\tau_1 d\tau_2 \dots d\tau_n$ ;  $M$  — норма входного воздействия, т. е. значение  $x(t)$  по модулю для всех моментов времени не должно превышать  $M$ :  $|x(t)| \leq M$ .

Для трактов с конечной «памятью»  $T$  и контролируемой ошибкой (2.10) ряд В. можно окончательно представить в виде конечной суммы:

$$y(t) \approx \sum_{i=1}^m \int_0^T \dots \int_0^T k(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_k) \prod_{i=1}^k x(t-\tau_i) d\tau_i. \quad (2.11)$$



Описание электрической цепи с помощью ряда В. (2.11) было впервые исследовано Н. Винером [4], поэтому класс цепей этого вида называется классом Вольтерра — Винера. Ряд Вольтерра (2.11) описывает операторы, удовлетворяющие условиям устойчивости, непрерывности, физической осуществимости, однозначности и др., которые практически выполняются для многих задач приемно-усилительной техники.

Отсылая интересующегося читателя к теории рядов В. и вопросам их использования в различных областях техники [5—7], в том числе приемно-усилительной [12, 24, 25, 37, 108, 110], кратко сформулируем их свойства применительно к анализу трактов с существенной нелинейностью.

К достоинствам описания электрических цепей с помощью рядов В. относятся:

1. Явная связь отклика и воздействия.
2. Одновременный компактный учет инерционных и нелинейных свойств цепи.
3. Обобщенное описание свойств тракта, которое для линейных цепей переходит в описание с помощью интеграла свертки [см. (2.8) и (2.9), где  $k(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_k) = 0$  для  $k \geq 2$ ], для резистивной цепи — в степенной ряд вида (2.6). Действительно, для последнего случая  $k(\tau) = k_1 \delta(\tau)$ ;  $k(\tau_1, \tau_2) = k_2 \delta(\tau) \delta(\tau)$ ;  $k(\tau_1, \tau_2, \tau_3) = k_3 \delta(\tau) \delta(\tau) \delta(\tau)$  и т. д., где  $\delta(\tau)$  —  $\delta$ -функция, откуда (2.11) преобразуется в (2.6).

4. Блочное представление преобразования входного воздействия в виде суммы (2.9) позволяет упростить задачу разделения нелинейных продуктов различных порядков. В итоге оказывается возможным изучение отдельных видов нелинейных преобразований вместо исследования процесса в целом.

5. Возможность введения хорошо известного в инженерной практике понятия передаточной характеристики цепи, связывающей воздействие  $x$  и отклик  $y$  в явном виде. Для линейной цепи свойства передачи цепи описываются с помощью коэффициента передачи  $K(p)$  функции комплексной переменной  $p = \sigma + j\omega$ . Характеристики  $k(\tau)$  и  $K(p)$  связаны известным преобразованием Лапласа

$$K(p) = \int_{-\infty}^{+\infty} k(\tau) e^{-p\tau} d\tau.$$

Связь отклика и воздействия в операторной форме при нулевых начальных условиях имеет вид

$$Y(p) = K(p) X(p), \quad (2.12)$$

где  $Y(p)$ ,  $K(p)$ ,  $X(p)$  — изображения соответствующих функций.

Подобно этому существует преобразование Лапласа функции многих переменных [6, 7]. Прямое преобразование  $F(p_1, p_2, \dots, p_k) \longleftrightarrow f(t_1, t_2, \dots, t_k)$ , где

$$F(p_1, p_2, \dots, p_k) = \int \int \dots \int_{-\infty}^{+\infty} f(t_1, t_2, \dots, t_k) \prod_{i=1}^k e^{-p_i t_i} dt_i, \quad (2.13)$$

позволяет получить изображение отклика  $Y(p_1, p_2, \dots, p_k)$  при введении в (2.9) новых переменных  $t_1, t_2, \dots, t_k$ . Тогда в соответствии со свойством изображения  $n$ -мерной свертки [5] имеем

$$Y(p_1, p_2, \dots, p_k) = \sum_{n=1}^k K(p_1, p_2, \dots, p_n) \prod_{i=1}^n X(p_i), \quad (2.14)$$

где  $K(p_1, p_2, \dots, p_k)$  — изображение ядра  $k$ -го порядка:

$$K(p_1, p_2, \dots, p_k) = \int \int \dots \int_{-\infty}^{+\infty} k(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_k) \prod_{i=1}^k e^{-p_i \tau_i} d\tau_i. \quad (2.15)$$

Обратное преобразование  $f(t_1, t_2, \dots, t_k) \longleftrightarrow F(p_1, p_2, \dots, p_k)$ , где

$$y(t) = \frac{1}{(2\pi)^k} \int \int \dots \int_{-\infty}^{+\infty} Y(p_1, p_2, \dots, p_k) \prod_{i=1}^k e^{p_i \tau_i} dp_i, \quad (2.16)$$

позволяет определить оригинал, т. е. временную функцию отклика  $y(t)$  по его изображению, если применять почленно (2.16) к (2.14) и положить  $t_1 = t_2 = \dots = t_k = t$ .

Как следует из (2.14), описание цепи можно осуществить в операторной форме с помощью изображений ядер различных порядков:  $K(p_1) = K(p)$ ;  $K(p_1, p_2)$ ;  $K(p_1, p_2, p_3)$  и т. д. Удобное графическое представление многомерных ядер в комплексном пространстве затруднительно. Некоторое упрощение для ядер низких порядков получается при переходе на мнимую ось, т. е. для  $p_i = j\omega_i$ . Тогда  $K(p_1, p_2, \dots, p_k) = K(j\omega_1, j\omega_2, \dots, j\omega_k) = M_1(\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_k) + jM_2(\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_k) = M(\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_k) e^{j\varphi(\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_k)}$ .

Последние характеристики могут быть представлены для ядра 1-го порядка (линейного) в виде плоских кривых функции частоты  $\omega$ , т. е. известных линейных амплитудно-частотных и фазо-частотных характеристик (АЧХ и ФЧХ), для ядра 2-го порядка — в виде поверхностей функций  $\omega_1$  и  $\omega_2$ , для ядра 3-го порядка — в виде распределений плотностей функций  $\omega_1, \omega_2, \omega_3$  или в параметрической форме.

5. Простая связь применяемых на практике нелинейных критериев с характеристиками ядер цепи (см. 2.2.2).

6. Удобство использования аппарата рядов В. при анализе НИ в трактах. Это объясняется линеаризацией и алгебраизацией системы нелинейных дифференциальных уравнений цепи при исполь-

зовании преобразования Лапласа (2.13), (2.14), что будет показано в § 2.3. В результате исследование НИ облегчается благодаря применению методов анализа линейных цепей.

Однако при использовании рядов В. в задачах анализа цепей возникают трудности:

выполнения преобразования Лапласа в многомерном пространстве сравнительно с теми же задачами в одномерном;

усложнения всех расчетов и преобразований по мере увеличения порядка учитываемого ядра (см. § 2.3);

ухудшения сходимости ряда В. при увеличении степени нелинейности цепи или увеличении входного воздействия, так как это требует учета большого числа ядер (см. [2.10]).

Следует, однако, заметить, что применительно к трактам с несущественной нелинейностью эти трудности практически не проявляются, так как исследуемые тракты имеют малую степень нелинейности цепей, практически допускающую возможность использования «коротких» рядов В., а также ограниченную и малую память  $T$ . Существенным является и то, что в целом анализируемая электрическая цепь по своему назначению — неискажающему воспроизведению усиливает сигнал — близка к линейной. Поэтому, в отличие от нелинейных цепей с существенной нелинейностью, требующих одновременного учета большого числа ядер [5], в задачах для трактов с несущественной нелинейностью возможно выделение двух последовательных задач: линейной, в которой решаются вопросы анализа передаточной характеристики цепи, устойчивости в отношении склонности к самовозбуждению, чувствительности к вариации параметров и др., и нелинейной, предметом исследования которой являются нелинейные процессы. При анализе цепи эти задачи решаются от линейной к нелинейной, так как линейные свойства цепи в конечном итоге отражаются на нелинейных процессах. При синтезе цепи целесообразно одновременно учитывать как линейные, так и нелинейные свойства, поскольку, определяя линейные характеристики цепи, мы одновременно оказываем воздействие на ее нелинейные свойства и наоборот.

Таким образом, основной недостаток методов анализа электрических цепей с использованием рядов В. — громоздкость исследования при увеличении степени нелинейности цепи — в случае цепей с несущественной нелинейностью не проявляется и по мере улучшения показателей качества радиотрактов оказывается все менее заметным.

В заключение следует обратить внимание на то, что читатель, интересующийся лишь практической стороной расчета нелинейной передаточной характеристики тракта или соответствующего нелинейного критерия, может сразу воспользоваться материалами, изложенными в 2.2.2 и 2.3.3, не знакомясь с другими разделами § 2.2 и 2.3.

### 2.2.2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОТКЛИКА НА ВХОДНОЕ ВОЗДЕЙСТВИЕ

*Полигармоническое воздействие.* Пусть на входе тракта действует сумма  $n$  синусоидальных колебаний с произвольными частотами  $\omega_i$  и фазами  $\varphi_i$ .

$$x(t) = \sum_{i=1}^n A_i \cos(\omega_i t + \varphi_i) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n A_i [e^{j(\omega_i t + \varphi_i)} + e^{-j(\omega_i t + \varphi_i)}],$$

или в операторной форме

$$X(p) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n A_i \left[ \frac{e^{j\varphi_i}}{p - j\omega_i} + \frac{e^{-j\varphi_i}}{p + j\omega_i} \right].$$

Изображение составляющей отклика  $Y(p_1, p_2, \dots, p_m)$   $m$ -го порядка в соответствии с (2.14) имеет вид

$$Y(p_1, p_2, \dots, p_m) = K(p_1, p_2, \dots, p_m) \prod_{l=1}^m X(p_l). \quad (2.17)$$

Тогда из (2.16) и (2.17) следует

$$y(t) = \frac{1}{(2\pi j)^m} \int \int \dots \int_{-\infty}^{\infty} K(p_1, p_2, \dots, p_m) \prod_{l=1}^m \left[ \sum_{i=1}^n \frac{A_i}{2} \times \right. \\ \left. \times \left( \frac{e^{j\varphi_i}}{p_l - j\omega_i} + \frac{e^{-j\varphi_i}}{p_l + j\omega_i} \right) e^{p_l t} \dots e^{p_m t} \right] dp_1 \dots dp_m.$$

Применяя теорему о вычетах [33], получаем

$$y(t) = \sum_{i_1, \dots, i_m} \frac{1}{2^m} A_{i_1} A_{i_2} \dots A_{i_m} e^{j(\pm\varphi_{i_1} \pm \varphi_{i_2} \pm \dots \pm \varphi_{i_m})} \times \\ \times K(\pm j\omega_1, \pm j\omega_2, \dots, \pm j\omega_m). \quad (2.18)$$

Количество членов в выражении (2.18) соответствует числу возможных сочетаний из  $n$  элементов по  $m$  с учетом всех возможных знаков (как положительных, так и отрицательных). Способ определения всех слагаемых для заданных  $\omega_i$ ,  $A_i$ ,  $\varphi_i$  дан в [46].

Ниже в табл. 2.2 приведены уравнения колебаний откликов для некоторых случаев, полученных с использованием (2.17). Аргументы гармонических колебаний во всех случаях табл. 2.2 вычисляются как  $\lambda_i = \arctg(\text{Im } K / \text{Re } K)$ , где  $K$  — ядро соответствующего порядка, найденное при определенной комбинации  $p_1, p_2, p_3$ , указанной в табл. 2.2.

Использование выражений табл. 2.2 предполагает симметризацию характеристик ядер  $K(p_1, p_2)$  и  $K(p_1, p_2, p_3)$  по соответствующим

ТАБЛИЦА 2.2

Вид воздействий	Ядро	Частота составляющих отклика	Уравнение составляющей отклика
1	2	3	4
$A \cos(\omega t + \varphi)$	$K(p)$	$\omega$	$A  K(j\omega)  \cos(\omega t + \varphi + \lambda_1)$
		0	$\frac{1}{2} A^2 \operatorname{Re} [K(j\omega, -j\omega)]$
	$K(p_1, p_2)$	$2\omega$	$\frac{1}{2} A^2  K(j\omega, j\omega)  \cos(2\omega t + 2\varphi + \lambda_2)$
		$\omega$	$\frac{3}{4} A^3  K(j\omega, j\omega, -j\omega)  \cos(\omega t + \varphi + \lambda_3)$
	$K(p_1, p_2, p_3)$	$3\omega$	$\frac{1}{4} A^3  K(j\omega, j\omega, j\omega)  \cos(3\omega t + 3\varphi + \lambda_4)$
$A_1 \cos(\omega_1 t + \varphi_1) + A_2 \cos(\omega_2 t + \varphi_2)$	$K(p)$	$\omega_1$	$A_1  K(j\omega_1)  \cos(\omega_1 t + \varphi_1 + \lambda'_1)$
		$\omega_2$	$A_2  K(j\omega_2)  \cos(\omega_2 t + \varphi_2 + \lambda'_2)$
	$K(p_1, p_2)$	0	$\frac{1}{2} A_1^2 \operatorname{Re} [K(j\omega_1, -j\omega_1)] + \frac{1}{2} A_2^2 \operatorname{Re} [K(j\omega_2, -j\omega_2)]$
		$2\omega_1$	$\frac{1}{2} A_1^2  K(j\omega_1, j\omega_1)  \cos(2\omega_1 t + 2\varphi_1 + \lambda'_2)$
		$2\omega_2$	$\frac{1}{2} A_2^2  K(j\omega_2, j\omega_2)  \cos(2\omega_2 t + 2\varphi_2 + \lambda'_2)$
		$\omega_1 \pm \omega_2$	$A_1 A_2  K(j\omega_1, \pm j\omega_2)  \cos[(\omega_1 \pm \omega_2)t + (\varphi_1 \pm \varphi_2) + \lambda_7]$

1	2	3	4
	$K(p_1, p_2, p_3)$	$\omega_1$	$\frac{3}{4} A_1^3  K(j\omega_1, j\omega_1, -j\omega_1)  \cos(\omega_1 t + \varphi_1 + \lambda'_8) +$ $+ \frac{3}{2} A_1 A_2^2  K(j\omega_1, j\omega_2, -j\omega_2)  \cos(\omega_1 t + \varphi_1 + \lambda''_8)$
		$\omega_2$	$\frac{3}{4} A_2^3  K(j\omega_2, j\omega_2, -j\omega_2)  \cos(\omega_2 t + \varphi_2 + \lambda''_9) +$ $+ \frac{3}{2} A_2 A_1^2  K(j\omega_2, j\omega_1, -j\omega_1)  \cos(\omega_2 t + \varphi_2 + \lambda''_9)$
		$3\omega_1$	$\frac{1}{4} A_1^3  K(j\omega_1, j\omega_1, j\omega_1)  \cos(3\omega_1 t + 3\varphi_1 + \lambda_{10})$
		$3\omega_2$	$\frac{1}{4} A_2^3  K(j\omega_2, j\omega_2, j\omega_2)  \cos(3\omega_2 t + 3\varphi_2 + \lambda_{11})$
		$2\omega_1 \pm \omega_2$	$\frac{3}{4} A_1^2 A_2  K(j\omega_1, j\omega_1, \pm j\omega_2)  \cos[(2\omega_1 \pm \omega_2)t + (2\varphi_1 \pm$ $\pm \varphi_2) + \lambda_{12}]$
		$2\omega_2 \pm \omega_1$	$\frac{3}{4} A_2^2 A_1  K(j\omega_2, j\omega_2, \pm j\omega_1)  \cos[(2\omega_2 \pm \omega_1)t +$ $+ (2\varphi_2 \pm \varphi_1) + \lambda_{13}]$

щим аргументам, т. е. возможность равноправной замены аргументов  $p_1$  и  $p_2$  для ядра 2-го порядка,  $p_1, p_2, p_3$  для ядра 3-го порядка. Поэтому порядок подстановки соответствующих переменных в табл. 2.2 может быть произвольным, например, для  $K_{\text{пер}}$ :  $K(j\omega, j\omega_{\text{п}}, -j\omega_{\text{п}})$ ,  $K(-j\omega_{\text{п}}, j\omega_{\text{п}}, j\omega)$ ,  $K(j\omega_{\text{п}}, j\omega, -j\omega_{\text{п}})$  и т. д.

Если используемые в расчетах характеристики ядер оказываются не симметризованными, то понадобится выполнить дополнительно операцию симметризации. Последняя предусматривает замену несимметризованных ядер соответствующего порядка на сумму вида

$$K(p_1, p_2, \dots) = \sum_{i=1}^n K(p_1, p_2, \dots, p_n)/n,$$

где  $n$  — число всех возможных перестановок  $p_i$ .

Так, для выражений вида  $K(j\omega, j\omega, -j\omega)$ ,  $K(j\omega_1, \pm j\omega_2)$ ,  $K(j\omega_1, j\omega_1, \pm j\omega_2)$ ,  $K(j\omega_1, j\omega_2, -j\omega_2)$  симметризация выполняется соответственно следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} & \frac{1}{3} [K(j\omega, j\omega, -j\omega) + K(j\omega, -j\omega, j\omega) + K(-j\omega, j\omega, j\omega)]; \\ & \frac{1}{2} [K(j\omega_1, \pm j\omega_2) + K(\pm j\omega_2, j\omega_1)]; \\ & \frac{1}{3} [K(j\omega_1, j\omega_1 \pm j\omega_2) + K(j\omega_1, \pm j\omega_2, j\omega_1) + \\ & + K(\pm j\omega_2, j\omega_1, j\omega_1)]; \\ & \frac{1}{6} [K(j\omega_1, j\omega_2, -j\omega_2) + K(j\omega_1, -j\omega_2, j\omega_2) + K(j\omega_2, j\omega_1, \\ & -j\omega_2) + K(j\omega_2, -j\omega_2, j\omega_1) + K(-j\omega_2, j\omega_1, j\omega_2) + \\ & + K(-j\omega_2, j\omega_2, j\omega_1)] \text{ и т. д.} \end{aligned} \right\} \quad (2.19)$$

В отдельных случаях число требуемых слагаемых в формулах вида (2.19) может быть уменьшено. Так, если в случае расчета  $K(j\omega_1, j\omega_2, -j\omega_2)$  симметризуется выражение вида  $K(p_1)K(p_2, p_3)$ , то достаточно использовать три слагаемых:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{3} [K(j\omega_1)K(j\omega_2, -j\omega_2) + K(j\omega_2)K(j\omega_1, -j\omega_2) + \\ & + K(-j\omega_2)K(j\omega_1, j\omega_2)], \end{aligned}$$

предварительно симметризовав ядро 2-го порядка  $K(p_1, p_2)$ .

Следует заметить, что при вычислении гармоник входного воздействия  $p_1=p_2=p_3=\dots=p$ , т. е. все аргументы равноправны и симметризации не требуется. Примеры применения процедуры симметризации приводятся ниже (см. гл. 4 и 6).

Используя табл. 2.2 и соответствующие определения (см. гл. 1), нетрудно найти связь ядер с используемыми на практике критериями НИ в области несущественной нелинейности:

а) Коэффициенты гармоник по отдельным составляющим  $K_{\Gamma i}$ . В соответствии с (1.7)

$$K_{\Gamma 2} = \frac{1}{2} U_m \frac{|K(j\omega, j\omega)|}{|K(j\omega)|}; \quad (2.20)$$

$$K_{\Gamma 3} = \frac{1}{4} U_m^2 \frac{|K(j\omega, j\omega, j\omega)|}{|K(j\omega)|} \text{ и т. д.}, \quad (2.21)$$

где  $U_m$  — амплитуда входного сигнала.

б) Коэффициент гармоник огибающей сигнала с амплитудной модуляцией (АМ). В соответствии с табл. 2.2 изменение амплитуды первой гармоники входного сигнала  $U_{mc} \cos \omega t$  равно

$$\Delta U_{m\omega} = \frac{3}{4} U_{mc}^3 |K(j\omega, j\omega, -j\omega)|. \quad (2.22)$$

Используя определение  $K_{\Gamma(\text{ог})}$  (1.2.1) и находя НИ огибающей с точностью до 2-й гармоники огибающей, из (2.22) нетрудно получить

$$K_{\Gamma(\text{ог})} = \frac{9}{8} m U_{m0}^2 \frac{|K(j\omega, j\omega, -j\omega)|}{|K(j\omega)|}, \quad (2.23)$$

где  $U_{m0}$  — амплитуда несущего колебания.

в) Коэффициент перекрестных искажений. Из табл. 2.2 следует, что амплитуда выходного колебания на частоте сигнала  $\omega_c$ , обусловленного совместным действием  $U_{mc} \cos \omega_c t + U_{m\pi} \cos \omega_{\pi} t$ , где  $\omega_{\pi}$  — частота помехи, равна

$$U_{m\omega_c} = \left| U_{mc} K(j\omega_c) + \frac{3}{4} U_{mc}^3 K(j\omega_c, j\omega_c, -j\omega_c) + \right. \\ \left. + \frac{3}{2} U_{mc} U_{m\pi}^2 K(j\omega_c, j\omega_{\pi}, -j\omega_{\pi}) \right|. \quad (2.24)$$

Из последнего выражения, пренебрегая вторым членом для  $U_{m\pi} \gg U_{mc}$ , нетрудно найти величину коэффициента перекрестных искажений  $K_{\text{пер}}$  в соответствии с его определением (1.14):

$$K_{\text{пер}} = 3 U_{m\pi 0}^2 \frac{m_{\pi}}{m_c} \frac{|K(j\omega_c, j\omega_{\pi}, -j\omega_{\pi})|}{|K(j\omega_c)|}, \quad (2.25)$$

где  $U_{m\pi 0}$  — амплитуда немодулированного колебания помехи;  $m_c$  и  $m_{\pi}$  — коэффициенты глубины модуляции сигнала и помехи.

г) Коэффициент блокирования для области несущественной нелинейности. В соответствии с определением (1.12) и (2.24) приближенное выражение относительного изменения амплитуды сигнала под действием помехи равно



$$K_{6л} = \frac{3}{2} U_{m\pi}^2 \frac{|K(j\omega_c, j\omega_n, -j\omega_n)|}{|K(j\omega_c)|}. \quad (2.26)$$

Для  $m_n = m_c$  получаем  $K_{6л} = K_{пер}/2$ .

д) Коэффициент интермодуляции 2-го порядка  $K_{11}$ . Из табл. 2.2 амплитуда выходного интермодуляционного колебания при действии на тракт бигармонического сигнала  $U_{m1} \cos \omega_1 t + U_{m2} \cos \omega_2 t$  равна  $U_{m11} = U_{m1} U_{m2} |K(j\omega_1, \pm j\omega_2)|$ . Отсюда в соответствии с определением (1.19) коэффициент интермодуляции

$$K_{11} = \frac{U_{m1} U_{m2}}{U_{mc}} \frac{|K(j\omega_1, \pm j\omega_2)|}{|K(j\omega_c)|}, \quad (2.27)$$

где  $U_{mc}$ ,  $\omega_c$  — амплитуда и частота колебания полезного сигнала.

е) Коэффициент интермодуляции 3-го порядка  $K_{21}$ . Из табл. 2.2 амплитуда выходного интермодуляционного колебания при действии на тракт бигармонического сигнала  $U_{m1} \cos \omega_1 t + U_{m2} \cos \omega_2 t$  равна

$$U_{m21} = \frac{3}{4} U_{m1}^2 U_{m2} |K(j\omega_1, j\omega_1, \pm j\omega_2)|. \quad (2.28)$$

Отсюда в соответствии с определением (1.20) коэффициент интермодуляции

$$K_{21} = \frac{3U_{m1}^2 U_{m2}}{4U_{mc}} \frac{|K(j\omega_1, j\omega_1, \pm j\omega_2)|}{|K(j\omega_c)|}. \quad (2.29)$$

ж) Коэффициент сжатия  $K_3$ . Используя (2.22) и определение  $K_3$  (1.10), получаем

$$K_3 = \frac{3}{4} U_{mc}^2 \frac{|K(j\omega, j\omega, -j\omega)|}{|K(j\omega)|}. \quad (2.30)$$

Для трактов, инерцией которых в области рабочих частот можно пренебречь (тракты с нелинейностью резистивного характера), выражения для нелинейных критериев значительно упрощаются:

$$\left. \begin{aligned} K_{г2} &= \frac{1}{2} U_m \frac{K_2}{K_1}, & K_{г(ор)} &= \frac{9}{8} m U_{m0}^2 \frac{K_3}{K_1}, \\ K_{г3} &= \frac{1}{4} U_m^2 \frac{K_3}{K_1}, & K_{пер} &= 3 U_{m\pi 0}^2 \frac{m_\pi}{m_c} \frac{K_3}{K_1}, \\ K_{11} &= \frac{U_{m1} U_{m2}}{U_{mc}} \frac{K_2}{K_1}, & K_{21} &= \frac{3 U_{m1}^2 U_{m2}}{4 U_{mc}} \frac{K_3}{K_1}, \\ K_3 &= \frac{3}{4} U_{mc}^2 \frac{K_3}{K_1}, & K_{6л} &= K_{пер}/2, \end{aligned} \right\} \quad (2.31)$$

где  $K_1$ ,  $K_2$ ,  $K_3$  — коэффициенты степенного ряда (2.6) соответственно 1, 2 и 3-го порядков, выражающего передаточную характеристику тракта.

*Воздействие вида случайного процесса.* Ниже приведены окончательные выражения некоторых статистических характеристик выходного сигнала, подробный вывод которых приведен в [25].

Если входной сигнал  $x(t)$  — стационарный гауссов процесс с нулевым средним значением и двусторонним спектром мощности  $W_x(t)$ , то математическое ожидание выходного сигнала

$$\begin{aligned} \langle y(t) \rangle &= \frac{1}{112} \int_{-\infty}^{+\infty} dp_1 W_x(p_1) K_2(p_1, -p_1) + \\ &+ \frac{1}{212^3} \int_{-\infty}^{+\infty} dp_1 \int_{-\infty}^{+\infty} dp_2 W_x(p_1) W_x(p_2) K_4(p_1, -p_1, p_2, -p_2) + \dots, \end{aligned}$$

где  $K_i(p_1, p_2, \dots)$  — симметризованные ядра  $i$ -х порядков передаточной характеристики тракта.

Мощность случайного процесса

$$\begin{aligned} \langle y^2(t) \rangle &= \langle y(t) \rangle^2 + \int_{-\infty}^{+\infty} dp_1 W_x(p_1) K_1(p_1) K_1(-p_1) + \\ &+ \int_{-\infty}^{+\infty} dp_1 \int_{-\infty}^{+\infty} dp_2 W_x(p_1) W_x(p_2) \left[ K_1(p_1) K_3(-p_1, p_2, -p_2) + \frac{1}{2} \times \right. \\ &\times \left. K_2(p_1, p_2) K_2(-p_1, -p_2) \right] + \dots \end{aligned}$$

Семиинварианты  $i$ -х порядков  $\kappa_i$  [11] вычисляются через моменты распределения случайного процесса  $y(t)$   $\alpha_i$ :

$\kappa_1 = \alpha_1$ ,  $\kappa_2 = \alpha_2 - \alpha_1^2$ ,  $\kappa_3 = \alpha_3 - 3\alpha_1\alpha_2 + 2\alpha_1^3$  и т. д.

Семиинвариант 1-го порядка  $\kappa_1 = \langle y(t) \rangle$ ; 2-го порядка  $\kappa_2 = \langle y^2(t) \rangle - \langle y(t) \rangle^2$ ; 3-го порядка  $\kappa_3 = 3 \int_{-\infty}^{+\infty} dp_1 \int_{-\infty}^{+\infty} dp_2 W_x(p_1) W_x(p_2) K_1(p_1) K_1(p_2) K_2(-p_1, -p_2)$  и т. д.

В [25] приведены статистические характеристики  $y(t)$  для воздействий других видов: белого шума и гармонического сигнала, случайной последовательности импульсов.

### 2.2.3. ОПИСАНИЕ НЕЛИНЕЙНЫХ И ЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ТРАКТА

В практике расчета электрической цепи широко используется представление как всей цепи в целом, так и ее элементов с помощью формализованных понятий — двухполюсников и многополюсников. В связи с этим возникает задача описания двухполюсных и многополюсных элементов для цепей класса Вольтерра —

Винера. Предполагается неавтономность исследуемых цепей, что представляет интерес в теории приемно-усилительных схем.

*Описание двухполюсников.* Различаются формализованные двухполюсные элементы, простейшие двухполюсные физические модели  $L$ -,  $C$ -,  $R$ -типов и двухполюсные источники энергии. Так как двухполюсные элементы характеризуются связью двух величин (токов и напряжений)  $i=L(u)$  или  $u=L(i)$ , то в этом случае пригодны приведенные в 2.2.1 способы описания.

Для зависимости  $i=L(u)$  в соответствии с (2.14) получаем

$$I(p_1, p_2, \dots, p_k) = \sum_{k=1}^n Y(p_1, p_2, \dots, p_k) \prod_{i=1}^k U(p_i), \text{ или в матрич-}$$

ной форме записи

$$I(p_1, p_2, p_3, \dots) = \| Y(p_1) \ Y'(p_1, p_2) \ Y''(p_1, p_2, p_3) \dots Y^{(k-1)} \times$$

$$\times (p_1, p_2, \dots, p_k) \dots \| \left\| \begin{array}{c} U(p_1) \\ U(p_1)U(p_2) \\ U(p_1)U(p_2)U(p_3) \\ \dots \\ \prod_{i=1}^k U(p_i) \\ \dots \end{array} \right\|. \quad (2.32)$$

Для зависимости  $u=L(i)$

$$U(p_1, p_2, \dots, p_k) = \sum_{k=1}^n Z(p_1, p_2, \dots, p_k) \prod_{i=1}^k I(p_i),$$

или в матричной форме записи

$$U(p_1, p_2, p_3, \dots) = \| Z(p_1) \ Z'(p_1, p_2) \ Z''(p_1, p_2, p_3) \dots Z^{(k-1)} \times$$

$$\times (p_1, p_2, \dots, p_k) \dots \| \left\| \begin{array}{c} I(p_1) \\ I(p_1)I(p_2) \\ I(p_1)I(p_2)I(p_3) \\ \dots \\ \prod_{i=1}^k I(p_i) \\ \dots \end{array} \right\|. \quad (2.33)$$

Элементы матриц  $\|Y\|$  и  $\|Z\|$  образуют системы первичных параметров нелинейных двухполюсников и являются ядрами соответствующих функциональных зависимостей.

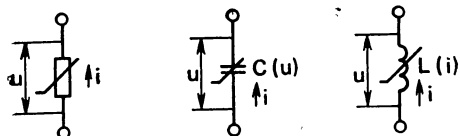
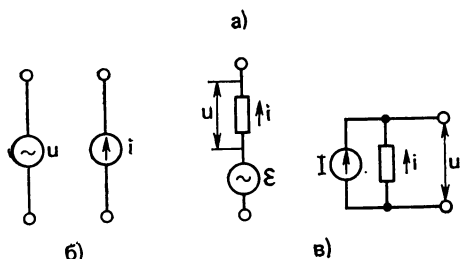


Рис. 2.4. Виды двухполюсных элементов



Простейшие двухполюсные физические модели представляются тремя цепями: резистивной, емкостной и индуктивной (рис. 2.4а). Приложенные к этим элементам токи  $i$  и напряжения  $u$  связаны зависимостями:

$$\left. \begin{aligned} i &= f(u) \text{ или } u = f(i) \text{ для резистивной цепи;} \\ i &= C(u) \frac{du}{dt} \text{ для емкостной цепи;} \\ u &= L(i) \frac{di}{dt} \text{ — для индуктивной цепи} \end{aligned} \right\} \quad (2.34)$$

где  $C(u)$  и  $L(i)$  — соответственно дифференциальная емкость и дифференциальная индуктивность, в общем случае нелинейные. Представим зависимости (2.34) в окрестностях исходной рабочей точки в виде рядов Тэйлора:

$$\left. \begin{aligned} i &= \frac{1}{n!} \sum_{n=1}^m \frac{\partial^n i}{\partial u^n} u^n = \sum_{n=1}^m G^{(n-1)} u^n; \\ u &= \frac{1}{n!} \sum_{n=1}^m \frac{\partial^n u}{\partial i^n} i^n = \sum_{n=1}^m R^{(n-1)} i^n; \\ C(u) &= C_0 + \frac{1}{n!} \sum_{n=1}^m \frac{\partial^n C(u)}{\partial u^n} u^n = \sum_{n=0}^m \xi_n u^n; \\ L(i) &= L_0 + \frac{1}{n!} \sum_{n=1}^m \frac{\partial^n L(i)}{\partial i^n} i^n = \sum_{n=0}^m \nu_n i^n, \end{aligned} \right\} \quad (2.35)$$

где  $G^{(0)} = G$ ;  $R^{(0)} = R$ .

Возможно разложение нелинейных функций в степенные ряды других видов, однако эти разложения не единственны, а коэффициенты рядов зависят от области воздействия.

Применяя преобразования Лапласа к (2.34) с учетом (2.35), приходим к следующей матричной форме записи:

для резистора:

$$I(p_1, p_2, p_3, \dots, p_n, \dots) = \|GG'G'' \dots G^{(n-1)} \dots\| \cdot \|U\|, \quad (2.36)$$

$$U(p_1, p_2, p_3, \dots, p_n, \dots) = \|RR'R'' \dots R^{(n-1)} \dots\| \cdot \|I\|; \quad (2.37)$$

для емкости<sup>1</sup>

$$I(p_1, p_2, p_3, \dots, p_n, \dots) = \left\| p_1 \xi_0 \left[ \frac{p_1 + p_2}{2} \xi_1 \frac{p_1 + p_2 + p_3}{3} \xi_2 \dots \right. \right. \\ \left. \left. \dots \frac{p_1 + p_2 + \dots + p_n}{n} \xi_{n-1} \dots \right] \right\| \cdot \|U\|; \quad (2.38)$$

для индуктивности<sup>1</sup>

$$U(p_1, p_2, p_3, \dots, p_n, \dots) = \left\| p_1 v_0 \frac{p_1 + p_2}{2} v_1 \frac{p_1 + p_2 + p_3}{3} v_2 \dots \right. \\ \left. \dots \frac{p_1 + p_2 + \dots + p_n}{n} v_{n-1} \dots \right\| \cdot \|I\|, \quad (2.39)$$

где

$$\|U\| = \left\| \begin{array}{c} U(p_1) \\ \| U(p_1)U(p_2) \\ U(p_1)U(p_2)U(p_3) \\ \dots \\ \prod_{k=1}^n U(p_k) \\ \dots \end{array} \right\|; \quad \|I\| = \left\| \begin{array}{c} I(p_1) \\ I(p_1)I(p_2) \\ I(p_1)I(p_2)I(p_3) \\ \dots \\ \prod_{k=1}^n I(p_k) \\ \dots \end{array} \right\|.$$

Двухполюсные источники энергии делятся на независимые (задающие) и зависимые источники ЭДС и источники тока. Зависимые источники (рис. 2.46) — это источники, на полюсах которых напряжения или токи зависят от других напряжений или токов в данной цепи. На эквивалентных схемах усилительных приборов с помощью зависимых источников отображается их способность усиливать подводимое колебание. Очевидно, описание их зависимости от управляющих токов  $i_y$  или напряжений  $u_y$ , в общем случае нелинейной, аналогично изученной ранее общей связи элементов. Возможны следующие виды связей:

$$i = f_1(i_y); \quad i = f_2(u_y); \quad u = f_3(i_y); \quad u = f_4(u_y).$$

Задающие источники (рис. 2.46) определяются величиной ЭДС  $\varepsilon$  или тока  $I$  и внутренним сопротивлением или проводимостью. В общем случае сопротивление (проводимость) источника нели-

<sup>1</sup> При нулевых начальных условиях и  $\xi_0 \neq 0$ ,  $v_0 \neq 0$ .

нейно и характеризуется так же, как и двухполюсные элементы (2.32), (2.33).

*Описание многополюсников.* Внешние токи (напряжения) в многополюснике являются функциями  $n$  независимых переменных, где  $n \geq 2$ .

Рассмотрим оператор типа непрерывного функционала, зависящего от двух функций  $x(\tau)$  и  $z(\tau)$ :

$$y(t) = L[x(\tau), z(\tau), t]_{\tau \leq t}. \quad (2.40)$$

Выражение (2.40) можно представить в виде

$$y[x(\tau), z(\tau), t] = L_x[x(\tau), t] + L_z[z(\tau), t] + L_{\text{см}}[x(\tau), z(\tau), t], \quad (2.41)$$

где первые два частных функционала  $L_x$  и  $L_z$  зависят только соответственно от  $x(\tau)$  и  $z(\tau)$ , а третий функционал  $L_{\text{см}}$  — смешанный, зависит одновременно от  $x(\tau)$  и  $z(\tau)$  и определяет нелинейные свойства оператора при совместном воздействии независимых переменных.

Распространяя представление функционала рядом Вольтерра на каждый член выражения (2.41), получаем

$$\begin{aligned} y(t) \approx & \sum_{k=1}^n \int \dots \int_{-\infty}^{+\infty} k_x(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_k) \prod_{i=1}^k x(t-\tau_i) d\tau_i + \\ & + \sum_{k=1}^n \int \dots \int_{-\infty}^{+\infty} k_z(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_k) \prod_{i=1}^k z(t-\tau_i) d\tau_i + \\ & + \sum_{k=1}^n \sum_{f=1}^{k-1} \int \dots \int_{-\infty}^{+\infty} k_{\text{см}f}(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_k) \prod_{i=1}^f x(t-\tau_i) \prod_{i=f+1}^k z(t-\tau_i) \times \\ & \times \prod_{i=1}^k d\tau_i. \end{aligned} \quad (2.42)$$

Вводя вместо  $t$  в (2.42) несколько переменных  $(t_1, t_2, t_3, \dots, t_k)$  и используя свойства  $n$ -мерной свертки, приходим к изображению отклика для случая двух независимых воздействий:

$$\begin{aligned} Y(p_1, p_2, \dots, p_k) = & \sum_{k=1}^n K_x(p_1, p_2, \dots, p_k) \prod_{i=1}^k X(p_i) + \\ & + \sum_{k=1}^n K_z(p_1, p_2, \dots, p_k) \prod_{i=1}^k Z(p_i) + \sum_{k=1}^n \sum_{f=1}^{k-f} K_{\text{см}f}(p_1, p_2, \dots, p_k) \times \\ & \times \prod_{i=1}^f X(p_i) \prod_{i=f+1}^k Z(p_i), \end{aligned} \quad (2.43)$$

где изображение ядер  $K_x$  и  $K_z$  определяется аналогично (2.15), а

$$K_{\text{см}f}(p_1, p_2, \dots, p_k) = \int \int \dots \int_{-\infty}^{+\infty} k_{\text{см}f}(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_k) \prod_{i=1}^k e^{-p_i \tau_i} d\tau_i.$$

Как известно, нелинейный четырехполюсник может характеризоваться одной из шести пар уравнений, связывающих токи  $(i_1, i_2)$  и напряжения  $(u_1, u_2)$  во внешней цепи (см. рис. 2.1):

$$\left. \begin{aligned} i_1 &= f_1(u_1, u_2), & i_2 &= f_2(u_1, u_2), \\ u_1 &= f_3(i_1, i_2), & u_2 &= f_4(i_1, i_2), \\ u_1 &= f_5(i_1, u_2), & i_2 &= f_6(i_1, u_2), \\ i_1 &= f_7(u_1, i_2), & u_2 &= f_8(u_1, i_2), \\ u_2 &= f_9(u_1, i_1), & i_2 &= f_{10}(u_1, i_1), \\ u_1 &= f_{11}(u_2, i_2), & i_1 &= f_{12}(u_2, i_2). \end{aligned} \right\} \quad (2.44)$$

Определяемые из последних пар уравнений системы параметров, как и в случае линейных цепей, условимся называть соответственно  $Y, Z, H, F, B, A$ .

Используя (2.43) и (2.44), приходим к матричной записи, например, для системы  $Y$ -параметров, где

$$I_1(p_1, p_2, p_3, \dots) = I_1(p_1) + I_1(p_1, p_2) + I_1(p_1, p_2, p_3) + \dots;$$

$$I_2(p_1, p_2, p_3, \dots) = I_2(p_1) + I_2(p_1, p_2) + I_2(p_1, p_2, p_3) + \dots;$$

$$\left. \begin{aligned} \left\| \begin{matrix} I_1 \\ I_2 \end{matrix} \right\|_{(p_1)} &= \left\| \begin{matrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{matrix} \right\|_{(p_1)} \left\| \begin{matrix} U_1 \\ U_2 \end{matrix} \right\|_{(p_1)}; \\ \left\| \begin{matrix} I_1 \\ I_2 \end{matrix} \right\|_{(p_1, p_2)} &= \left\| \begin{matrix} Y'_{11} & \frac{Y_{\text{см}1}}{Y'} & Y'_{12} \\ Y'_{21} & Y_{\text{см}2} & \underline{Y'_{22}} \end{matrix} \right\|_{(p_1, p_2)} \left\| \begin{matrix} U_1 U_1 \\ U_1 U_2 \\ U_2 U_2 \end{matrix} \right\|_{(p_1, p_2)}; \\ \left\| \begin{matrix} I_1 \\ I_2 \end{matrix} \right\|_{(p_1, p_2, p_3)} &= \left\| \begin{matrix} Y''_{11} & \frac{Y'_{\text{см}1}}{Y''} & \frac{Y''_{\text{см}1}}{Y''} & Y''_{12} \\ Y''_{21} & \frac{Y'_{\text{см}2}}{Y''} & \frac{Y''_{\text{см}2}}{Y''} & \underline{Y''_{22}} \end{matrix} \right\|_{(p_1, p_2, p_3)} \left\| \begin{matrix} U_1 U_1 U_1 \\ U_1 U_1 U_2 \\ U_1 U_2 U_2 \\ U_2 U_2 U_2 \end{matrix} \right\|_{(p_1, p_2, p_3)} \end{aligned} \right\} \quad (2.45)$$

и т. д.

Аналогично и для системы  $Z$ -параметров, где

$$U_1(p_1, p_2, p_3, \dots) = U_1(p_1) + U_1(p_1, p_2) + U_1(p_1, p_2, p_3) + \dots;$$

$$U_2(p_1, p_2, p_3, \dots) = U_2(p_1) + U_2(p_1, p_2) + U_2(p_1, p_2, p_3) + \dots;$$

$$\left. \begin{aligned}
 \left\| \begin{matrix} U_1 \\ U_2 \end{matrix} \right\|_{(p_1)} &= \left\| \begin{matrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{matrix} \right\|_{(p_1)} \left\| \begin{matrix} I_1 \\ I_2 \end{matrix} \right\|_{(p_1)} ; \\
 \left\| \begin{matrix} U_1 \\ U_2 \end{matrix} \right\|_{(p_1, p_2)} &= \left\| \begin{matrix} Z'_{11} & Z_{\text{CM}1} & Z'_{12} \\ Z'_{21} & Z_{\text{CM}2} & Z'_{22} \end{matrix} \right\|_{(p_1, p_2)} \left\| \begin{matrix} I_1 I_1 \\ I_1 I_2 \\ I_2 I_2 \end{matrix} \right\|_{(p_1, p_2)} ; \\
 \left\| \begin{matrix} U_1 \\ U_2 \end{matrix} \right\|_{(p_1, p_2, p_3)} &= \left\| \begin{matrix} Z''_{11} & Z'_{\text{CM}1} & Z''_{\text{CM}1} & Z''_{12} \\ Z''_{21} & Z'_{\text{CM}2} & Z''_{\text{CM}2} & Z''_{22} \end{matrix} \right\|_{(p_1, p_2, p_3)} \left\| \begin{matrix} I_1 I_1 I_1 \\ I_1 I_1 I_2 \\ I_1 I_2 I_2 \\ I_2 I_2 I_2 \end{matrix} \right\|_{(p_1, p_2, p_3)}
 \end{aligned} \right\} \quad (2.46)$$

и т. д.

Элементы матриц  $\|Y\|_{p_1, p_2, \dots, p_3}$ ,  $\|Z\|_{p_1, p_2, \dots, p_3}$  образуют системы первичных параметров нелинейного четырехполюсника и являются ядрами соответствующих функциональных зависимостей.

Параметры, относящиеся к смешанным функционалам, будем называть смешанными параметрами, а матрицы, относящиеся к ядрам ряда Вольтерра соответствующих порядков, условно — матрицами тех же порядков. Из (2.45), (2.46) следует, что все матрицы, кроме матриц первого порядка, не являются квадратными.

Аналогичным образом легко записать в матричной форме функциональную связь токов и напряжений при большем числе независимых переменных. Так, для  $i_1 = f_1(u_1, u_2, u_3)$ ,  $i_2 = f_2(u_1, u_2, u_3)$ ,  $i_3 = f_3(u_1, u_2, u_3)$  можно получить:

$$\left\| \begin{matrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{matrix} \right\|_{(p_1)} = \left\| \begin{matrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} \\ Y_{21} & Y_{22} & Y_{23} \\ Y_{31} & Y_{32} & Y_{33} \end{matrix} \right\|_{(p_1)} \left\| \begin{matrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \end{matrix} \right\|_{(p_1)} ; \quad (2.47)$$

$$\left\| \begin{matrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{matrix} \right\|_{(p_1, p_2)} = \left\| \begin{matrix} Y_{111} & Y_{112} & Y_{113} & Y_{122} & Y_{123} & Y_{133} \\ Y_{211} & Y_{212} & Y_{213} & Y_{222} & Y_{223} & Y_{233} \\ Y_{311} & Y_{312} & Y_{313} & Y_{322} & Y_{323} & Y_{333} \end{matrix} \right\|_{(p_1, p_2)} \left\| \begin{matrix} U_1 & U_1 \\ U_1 & U_2 \\ U_1 & U_3 \\ U_2 & U_2 \\ U_2 & U_3 \\ U_3 & U_3 \end{matrix} \right\|_{(p_1, p_2)} ; \quad (2.48)$$

$$\left\| \begin{matrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{matrix} \right\|_{(p_1, p_2, p_3)} = \left\| \begin{matrix} Y_{1111} & Y_{1112} & Y_{1122} & Y_{1113} & Y_{1123} & Y_{1133} & Y_{1222} & Y_{1223} & Y_{1233} & Y_{1333} \\ Y_{2111} & Y_{2112} & Y_{2122} & Y_{2113} & Y_{2123} & Y_{2133} & Y_{2222} & Y_{2223} & Y_{2233} & Y_{2333} \\ Y_{3111} & Y_{3112} & Y_{3122} & Y_{3113} & Y_{3123} & Y_{3133} & Y_{3222} & Y_{3223} & Y_{3233} & Y_{3333} \end{matrix} \right\|_{(p_1, p_2, p_3)} \times$$



$$\times \begin{vmatrix} U_1 & U_1 & U_1 \\ U_1 & U_1 & U_2 \\ U_1 & U_2 & U_2 \\ U_1 & U_1 & U_3 \\ U_1 & U_2 & U_3 \\ U_1 & U_3 & U_3 \\ U_2 & U_2 & U_2 \\ U_2 & U_2 & U_3 \\ U_2 & U_3 & U_3 \\ U_3 & U_3 & U_3 \end{vmatrix} (p_1, p_2, p_3) \quad (2.49)$$

Как следует из изложенного, с увеличением числа независимых переменных или порядка матрицы происходит ее усложнение. Для практических расчетов наиболее приемлемо использование матриц первых трех порядков двухполюсников (2.32), (2.33), четырехполюсников (2.42), (2.46), в том числе неопределенного вида (2.47) — (2.49), когда независимые напряжения (токи) четырехполюсника отсчитываются от некоторого базисного узла, расположенного вне схемы (рис. 2.5). В дальнейшем основное внимание уделяется двухполюсным и четырехполюсным элементам.

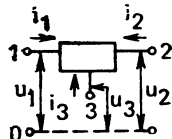


Рис. 2.5. Определение напряжений на полюсах. многополюсника относительно базисного узла

В ряде случаев возможно некоторое упрощение матриц и связанное с этим уменьшение числа независимых параметров. Так, для активного однонаправленного четырехполюсника возможно пренебрежение членами, обусловленными влиянием на нелинейные эффекты обратного прохождения сигнала с выхода четырехполюсника на его вход. В четырехполюснике, эквивалентном усилительному прибору, в ряде случаев можно приближенно считать, что выходное напряжение влияет на выходной ток в меньшей степени, чем входное. В выражениях (2.45) подчеркнуты параметры, влиянием которых в четырехполюснике, эквивалентном усилительному элементу, в первом приближении можно пренебречь.

## 2.3. Расчет нелинейной передаточной характеристики тракта

### 2.3.1. СИСТЕМА УРАВНЕНИЙ ТРАКТА

Система (2.4) в общем случае является нелинейной относительно переменных токов и напряжений, а ее решение оказывается затруднительным даже в простейших случаях и практически возможно при использовании численных методов решения и ЭВМ (см., например, [16]).

Покажем, что система описывающих уравнений и ее решение существенно упрощаются, если, во-первых, описание каждого эле-

мента и все переменные единственным образом представлять рядами В. и, во-вторых, если перейти из временной области в многомерную область комплексных переменных. Тогда в общем случае произвольной переменной  $y$   $y(t) = y^{(1)} + y^{(2)} + y^{(3)} + \dots + y^{(N)} \leftrightarrow Y(p_1, p_2, p_3, \dots) = K_y(p_1)\varepsilon(p_1) + K_y(p_1, p_2)\varepsilon(p_1)\varepsilon(p_2) + K_y(p_1, p_2, p_3)\varepsilon(p_1)\varepsilon(p_2)\varepsilon(p_3) + \dots$ , где  $\varepsilon$  — входное воздействие;

$$\dot{y}_i(t) = L_1(x) = \sum_{k=1}^m \iint \dots \int_{-\infty}^{+\infty} k(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_i) \prod_{i=1}^k x(t - \tau_i) d\tau_i; \quad (2.50)$$

$y^{(i)}$  — составляющие  $y(t)$  соответствующего порядка.

Следует обратить внимание на то, что в системе (2.4) будут уравнения вида  $y = L_1(x)$ , где  $x = L_2(\varepsilon)$ , и  $y = L_1(x, z, v, \dots)$ , где  $x = L_2(\varepsilon)$ ,  $z = L_3(\varepsilon)$ ,  $v = L_4(\varepsilon)$  и т. д.

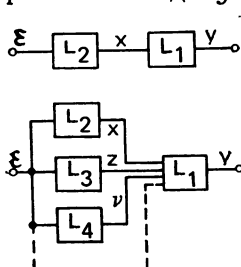


Рис. 2.6. Блочное преобразование переменных в системе уравнений нелинейного тракта

Таким образом, переменная  $y$  (2.50) может быть связана со входным воздействием  $\varepsilon(i)$  с помощью двойной нелинейной связи:  $y = L_1[L_2(\varepsilon)]$  или  $y = L_1[L_2(\varepsilon), L_3(\varepsilon), L_4(\varepsilon), \dots]$ . Эти связи условно представлены в виде блочного преобразования на рис. 2.6.

Предположим, что все операторы  $L_i$  непрерывны и решение системы (2.4) можно представить в виде ряда В. Для определения ядер этого ряда необходимо осуществить подстановку  $x = x^{(1)} + x^{(2)} + x^{(3)} + \dots + x^{(N)}$  в выражение (2.50). Тогда

$$y = \sum_{k=1}^m \iint \dots \int_{-\infty}^{+\infty} k(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_i) \prod_{i=1}^k [x^{(1)}(t - \tau_i) + x^{(2)}(t - \tau_i) + \dots + x^{(N)}(t - \tau_i)] d\tau_i, \quad (2.51)$$

где

$$x = \sum_{k=1}^n \iint \dots \int_{-\infty}^{+\infty} k(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_i) \prod_{i=1}^k \varepsilon(t - \lambda_i) d\lambda_i. \quad (2.52)$$

Условно (2.51) и (2.52) можно представить следующим образом:

$$\begin{aligned} y &= L_1[L_2(\varepsilon)] = L_1^{(1)}[x^{(1)} + x^{(2)} + \dots + x^{(N)}] + L_1^{(2)}[x^{(1)} + x^{(2)} + \dots + x^{(N)}] + L_1^{(3)}[x^{(1)} + x^{(2)} + \dots + x^{(N)}] + \dots = \\ &= \sum_{m=1, \dots, N} L_1^{(1)}[x^{(m)}] + \sum_{m, n=1, \dots, N} L_1^{(2)}[x^{(m)}, x^{(n)}] + \end{aligned}$$

$$+ \sum_{m, n, l=1, \dots, N} L_1^{(3)} [x^{(m)}, x^{(n)}, x^{(l)}] + \dots + \sum_{m, n, l, \dots, k=1, \dots, N} \times \\ \times L_1^{(k)} [x^{(m)}, x^{(l)}, \dots, x^{(k)}] + \dots \quad (2.53)$$

Число слагаемых в каждой сумме равно числу возможных сочетаний из  $N$ : соответственно для первого слагаемого — по одному, для второго — по двум, для третьего — по трем и т. д.

В выражении (2.53) аргументы в квадратных скобках условно показывают, члены какого порядка ряда (2.52) следует подставлять в ряд (2.51). Например,

$$L_1^{(2)} [x^{(1)}, x^{(1)}] = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} k_1(\tau_1, \tau_2) \left[ \int_{-\infty}^{+\infty} k_2(\lambda_1) \varepsilon(t - \lambda_1) d\lambda_1 \right]_{(t-\tau_1)} \times \\ \times \left[ \int_{-\infty}^{+\infty} k_2(\lambda_1) \varepsilon(t - \lambda_1) d\lambda_1 \right]_{(t-\tau_2)} d\tau_1 d\tau_2 \text{ и т. д.}$$

Найдем применяющиеся в случае работы тракта в области незначительной нелинейности три члена ряда  $y(t)$ :

$$\left. \begin{aligned} y^{(1)} &= L_1^{(1)} [x^{(1)}]; \\ y^{(2)} &= L_1^{(1)} [x^{(2)}] + L_1^{(2)} [x^{(1)}, x^{(1)}]; \\ y^{(3)} &= L_1^{(1)} [x^{(3)}] + L_1^{(2)} [x^{(1)}, x^{(2)}] + L_1^{(2)} [x^{(2)}, x^{(1)}] + \\ &+ L_1^{(3)} [x^{(1)}, x^{(1)}, x^{(1)}]. \end{aligned} \right\} \quad (2.54)$$

Будем считать, что оператор  $L_1^{(2)}$  предварительно симметризован относительно аргументов. Тогда независимо от порядка подстановки  $x^{(1)}$  и  $x^{(2)}$  в  $L_1^{(2)}$  получаем одинаковые результаты, т. е.

$$L_1^{(2)} [x^{(1)}, x^{(2)}] + L_1^{(2)} [x^{(2)}, x^{(1)}] = 2L_1^{(2)} [x^{(1)}, x^{(2)}] = 2L_1^{(2)} [x^{(2)}, x^{(1)}].$$

Вычислим отдельные выражения в (2.54), преобразовав их по Лапласу. Тогда для  $L_1^{(1)} [x^{(1)}]$ , отображающего линейные преобразования переменных, имеем  $Y(p) = K_1(p) K_x(p) \varepsilon(p)$ , где  $K_1$  здесь и далее выражает ядра соответствующего порядка связей переменных оператора  $L_1$ ,  $K_x$  — переменных  $x$  и  $\varepsilon$ . Но  $Y(p) = K_y(p) \varepsilon(p)$ , следовательно,

$$K_y(p) = K_1(p) K_x(p). \quad (2.55)$$

Остальные преобразования в (2.54) являются нелинейными и вычисляются следующим образом.

$$\text{Для } y = L_1^{(1)} [x^{(2)}] \\ y(t) = \int h_1(\tau) x(t - \tau) d\tau^*,$$

---

\* Здесь и далее для упрощения записей опущены пределы интегрирования (2.9).

где  $x(t-\tau) = \iint k_x(\tau_1, \tau_2) \varepsilon(t-\tau-\tau_1) \varepsilon(t-\tau-\tau_2) d\tau_1 d\tau_2$ .

Обозначив  $\tau + \tau_1 = \delta_1$ ,  $\tau + \tau_2 = \delta_2$ , т. е.  $[\tau_1 = \delta_1 - \tau, \tau_2 = \delta_2 - \tau]$ , получаем  $y(t) = \iint h_1(\tau) \left[ \iint k_x(\delta_1 - \tau, \delta_2 - \tau) \varepsilon(t - \delta_1) \varepsilon(t - \delta_2) d\delta_1 \times \right. \\ \left. \times d\delta_2 \right] d\tau = \iiint h_1(\tau) k_x(\delta_1 - \tau, \delta_2 - \tau) \varepsilon(t - \delta_1) \varepsilon(t - \delta_2) d\delta_1 d\delta_2 d\tau$ .

Обозначив  $\int h_1(\tau) k_x(\delta_1 - \tau, \delta_2 - \tau) d\tau = g(\delta_1, \delta_2)$ , находим  $y(t) = \iint g(\delta_1, \delta_2) \varepsilon(t - \delta_1) \varepsilon(t - \delta_2) d\delta_1 d\delta_2$ .

Преобразуем последнее выражение по Лапласу (2.13), (2.15)  $Y(p_1, p_2) = \iint \exp(-p_1 t_1 - p_2 t_2) \iint g(\delta_1, \delta_2) \varepsilon(t_1 - \delta_1) \varepsilon(t_2 - \delta_2) \times \\ \times d\delta_1 d\delta_2 dt_1 dt_2 = K_y(p_1, p_2) \varepsilon(p_1) \varepsilon(p_2)$ , где  $K_y(p_1, p_2) = \iint \exp(-p_1 \delta_1 - p_2 \delta_2) \int h_1(\tau) k_x(\delta_1 - \tau, \delta_2 - \tau) d\tau d\delta_1 \times \\ \times d\delta_2 = \iint \int h_1(\tau) k_x(\tau_1, \tau_2) \exp[-p_1(\tau + \tau_1) - p_2(\tau + \tau_2)] d\tau d\tau_1 d\tau_2 = \\ = \int h_1(\tau) \exp[-(p_1 + p_2)\tau] d\tau \iint k_x(\tau_1, \tau_2) \exp(-p_1 \tau_1 - p_2 \tau_2) d\tau_1 d\tau_2$ .

Таким образом,

$$\left. \begin{aligned} K_y(p_1, p_2) &= K_1(p_1 + p_2) K_x(p_1, p_2), \\ Y(p_1, p_2) &= K_1(p_1 + p_2) K_x(p_1, p_2) \varepsilon(p_1) \varepsilon(p_2). \end{aligned} \right\} \quad (2.56)$$

Для  $y = L_1^{(2)}[x^{(1)}, x^{(1)}]$

$$y(t) = \iint h_2(\tau_1, \tau_2) x(t - \tau_1) x(t - \tau_2) d\tau_1 d\tau_2,$$

где  $x(t - \tau_1) = \int k_x(\theta_1) \varepsilon(t - \tau_1 - \theta_1) d\theta_1$ ;  $x(t - \tau_2) = \int k_x(\theta_2) \varepsilon(t - \tau_2 - \theta_2) d\theta_2$ .

Тогда  $y(t) = \iint h_2(\tau_1, \tau_2) \left[ \int k_x(\theta_1) \varepsilon(t - \tau_1 - \theta_1) d\theta_1 \right] \left[ \int k_x(\theta_2) \varepsilon(t - \tau_2 - \theta_2) d\theta_2 \right] d\tau_1 d\tau_2 = \int \left[ \int k_x(\theta_1) \varepsilon(t - \tau_1 - \theta_1) d\theta_1 \right] d\tau_1 \int \left[ h_2'(\tau_1, \tau_2) \left[ \int k_x(\theta_2) \varepsilon(t - \tau_2 - \theta_2) d\theta_2 \right] d\tau_2 \right]$

Обозначив  $\tau_2 + \theta_2 = \delta_2$ ,  $\theta_2 = \delta_2 - \tau_2$ , находим

$$y(t) = \iint k_x(\theta_1) \varepsilon(t_1 - \tau_1 - \theta_1) d\theta_1 d\tau_1 \iint h_2(\tau_1, \tau_2) k_x(\delta_2 - \tau_2) \varepsilon(t - \delta_2) d\delta_2 d\tau_2.$$

Обозначим интеграл

$$\int h_2(\tau_1, \tau_2) k_x(\delta_2 - \tau_2) d\tau_2 = g(\tau_1, \delta_2). \quad (2.57)$$

$$\text{Тогда } y(t) = \iiint k_x(\theta_1) [g(\tau_2, \delta_2) \varepsilon(t_1 - \tau_1 - \theta_1) \varepsilon(t - \delta_2)] d\theta_1 d\delta_2 d\tau_1.$$

Из (2.57) получаем

$$y(t) = \iiint k_x(\delta_1 - \tau_1) g(\tau_1, \delta_2) \varepsilon(t - \delta_1) \varepsilon(t - \delta_2) d\delta_1 d\delta_2 d\tau_1,$$

где  $\delta_1 = \tau_1 + \theta_1$ ;  $\theta_1 = \delta_1 - \tau_1$ .

Введя обозначение

$$\int k_x(\delta_1 - \tau_1) g(\tau_1, \delta_1) d\tau_1 = f(\delta_1, \delta_2), \quad (2.58)$$

$$\text{находим } y(t) = \iint f(\delta_1, \delta_2) \varepsilon(t - \delta_1) \varepsilon(t - \delta_2) d\delta_1 d\delta_2.$$

Преобразуем последнее выражение по Лапласу

$$Y(p_1, p_2) = \iint \exp(-p_1 t_1 - p_2 t_2) \iint f(\delta_1, \delta_2) \varepsilon(t_1 - \delta_1) \varepsilon(t_2 - \delta_2) \times \\ \times d\delta_1 d\delta_2 dt_1 dt_2 = F_i(p_1, p_2) \varepsilon(p_1) \varepsilon(p_2),$$

$$\text{где } F(p_1, p_2) = \iint \exp(-p_1 t_1 - p_2 t_2) \int k_x(\delta_1 - \tau_1) g(\tau_1, \delta_2) d\tau_1 d\delta_1 d\delta_2.$$

С учетом (2.58)

$$F(p_1, p_2) = \iiint \exp[-p_1(\tau_1 + \theta_1) - p_2 \delta_2] k_x(\theta_1) g(\tau_1, \delta_2) d\theta_1 d\delta_2 d\tau_1 = \\ = \int k_x(\theta_1) \exp(-p_1 \theta_1) d\theta_1 \iint g(\tau_1, \delta_2) \exp(-p_1 \tau_1 - p_2 \delta_2) d\tau_1 d\delta_2 = \\ = K_x(p_1) G(p_1, p_2).$$

Используя (2.57), находим

$$G(p_1, p_2) = \iint \exp(-p_1 \tau_1 - p_2 \delta_2) \int k_x(\delta_2 - \tau_2) h_2(\tau_1, \tau_2) d\tau_2 d\tau_1 d\delta_2 = \\ = \iint \int k_x(\theta_2) h_2(\tau_1, \tau_2) \exp[-p_1 \tau_1 - p_2(\theta_2 + \tau_2)] d\tau_1 d\tau_2 d\theta_2 = \\ = \int k_x(\theta_2) \exp(-p_2 \theta_2) d\theta_2 \iint h_2(\tau_1, \tau_2) \exp(-p_1 \tau_1 - p_2 \tau_2) d\tau_1 d\tau_2 = \\ = K_x(p_2) K_1(p_1, p_2).$$

Таким образом,

$$\text{и } \left. \begin{aligned} Y(p_1, p_2) &= K_1(p_1, p_2) K_x(p_1) K_x(p_2) \varepsilon(p_1) \varepsilon(p_2) \\ K_y(p_1, p_2) &= K_1(p_1, p_2) K_x(p_1) K_x(p_2). \end{aligned} \right\} \quad (2.59)$$

$$\text{Для } L_1^{(1)}[x^{(3)}] \quad y = \int h_1(\tau) x(t - \tau) d\tau,$$

$$\text{где } x(t - \tau) = \iiint k_x(\theta_1, \theta_2, \theta_3) \varepsilon(t - \tau - \theta_1) \varepsilon(t - \tau - \theta_2) \varepsilon(t - \\ - \tau - \theta_3) d\theta_1 d\theta_2 d\theta_3.$$

Обозначив  $\tau + \theta_1 = \delta_1$ ,  $\tau + \theta_2 = \delta_2$ ,  $\tau + \theta_3 = \delta_3$ , т. е.  $\theta_1 = \delta_1 - \tau$ ,  $\theta_2 = \delta_2 - \tau$ ,  $\theta_3 = \delta_3 - \tau$ , получаем

$$y(t) = \int h_1(\tau) \iiint k_x(\delta_1 - \tau, \delta_2 - \tau, \delta_3 - \tau) \varepsilon(t - \delta_1) \varepsilon(t - \delta_2) \varepsilon(t - \delta_3) \times \\ \times d\delta_1 d\delta_2 d\delta_3 d\tau.$$

Обозначив

$$\int h_1(\tau) k_x(\delta_1 - \tau, \delta_2 - \tau, \delta_3 - \tau) d\tau = g(\delta_1, \delta_2, \delta_3), \quad (2.60)$$

$$\text{находим } y(t) = \iiint g(\delta_1, \delta_2, \delta_3) \varepsilon(t - \delta_1) \varepsilon(t - \delta_2) \varepsilon(t - \delta_3) d\delta_1 d\delta_2 d\delta_3.$$

Преобразуем последнее выражение по Лапласу

$$Y(p_1, p_2, p_3) = K_y(p_1, p_2, p_3) \varepsilon(p_1) \varepsilon(p_2) \varepsilon(p_3),$$

$$\text{где с учетом (2.60) } K_y(p_1, p_2, p_3) = \iiint \exp(-p_1 \delta_1 - p_2 \delta_2 - p_3 \delta_3) \times \\ \times \int h_1(\tau) k_x(\delta_1 - \tau, \delta_2 - \tau, \delta_3 - \tau) d\tau d\delta_1 d\delta_2 d\delta_3 = \iiint \int h_1(\tau) k_x(\theta_1, \theta_2, \theta_3) \exp[-p_1(\tau + \theta_1) - p_2(\tau + \theta_2) - p_3(\tau + \theta_3)] d\tau d\delta_1 d\delta_2 d\delta_3.$$

Таким образом,

$$\left. \begin{aligned} K_y(p_1, p_2, p_3) &= \int h_1(\tau) \exp[-(p_1 + p_2 + p_3)\tau] d\tau \iiint k_x(\theta_1, \theta_2, \theta_3) \exp(-p_1 \theta_1 - p_2 \theta_2 - p_3 \theta_3) d\theta_1 d\theta_2 d\theta_3 = K_1(p_1 + p_2 + p_3) \times \\ &\times K_x(p_1, p_2, p_3) \text{ и} \\ Y(p_1, p_2, p_3) &= K_1(p_1 + p_2 + p_3) K_x(p_1, p_2, p_3) \varepsilon(p_1) \varepsilon(p_2) \varepsilon(p_3). \end{aligned} \right\} \quad (2.61)$$

Для  $L_1^{(3)}[x^{(1)}, x^{(1)}, x^{(1)}]$

$$y(t) = \iiint h_3(\tau_1, \tau_2, \tau_3) [K_x(\theta_1) \varepsilon(t - \tau_1 - \theta_1) d\theta_1] [K_x(\theta_2) \varepsilon(t - \tau_2 - \theta_2) d\theta_2] [k_x(\theta_3) \varepsilon(t - \tau_3 - \theta_3) d\theta_3] d\tau_1 d\tau_2 d\tau_3 = \int \left[ \int k_x(\theta_1) \varepsilon(t - \tau_1 - \theta_1) d\theta_1 \right] d\tau_1 \int \left[ \int k_x(\theta_2) \varepsilon(t - \tau_2 - \theta_2) d\theta_2 \right] d\tau_2 \int \int h_3(\tau_1, \tau_2, \tau_3) \times \\ \times k_x(\theta_3) \varepsilon(t - \tau_3 - \theta_3) d\theta_3 d\tau_3.$$

$$\text{Обозначив } \tau_3 + \theta_3 = \delta_3, \theta_3 = \delta_3 - \tau_3, \int h_3(\tau_1, \tau_2, \tau_3) k_x(\delta_3 - \tau_3) d\tau_3 = g_3(\tau_1, \tau_2, \delta_3), \text{ получаем } y(t) = \int \left[ \int k_x(\theta_1) \varepsilon(t - \tau_1 - \theta_1) \times \right. \\ \left. \times d\theta_1 \right] d\tau_1 \iiint k_x(\theta_2) g_3(\tau_1, \tau_2, \delta_3) \varepsilon(t - \delta_3) \varepsilon(t - \tau_2 - \theta_2) d\tau_2 d\theta_2 d\delta_3.$$

Тогда  $y(t) = \int \left[ \int k_x(\theta_1) \varepsilon(t - \tau_1 - \theta_1) d\theta_1 \right] d\tau_1 \int \int k_x(\delta_2 - \tau_2) \times$   
 $\times g_3(\tau_1, \tau_2, \delta_3) \varepsilon(t - \delta_2) \varepsilon(t - \delta_3) d\tau_2 d\delta_2 d\delta_3$ , где  $\tau_2 + \theta_2 = \delta_2$ ;  $\theta_2' =$   
 $= \delta_2 - \tau_2$ .

Обозначив  $\int k_x'(\delta_2 - \tau_2) g_3(\tau_1, \tau_2, \delta_3) d\tau_2 = g(\tau_1, \delta_2, \delta_3)$  и  $\theta_1 +$   
 $+ \tau_1 = \delta_1$ ,  $\theta_1 = \delta_1 - \tau_1$ , получаем  $y(t) = \int \left[ \int k_x(\theta_1) \varepsilon(t - \tau_1 - \theta_1) \times \right.$   
 $\times d\theta_1 \left. \right] d\tau_1 \int \int g_2(\tau_1, \delta_2, \delta_3) \varepsilon(t - \delta_2) \varepsilon(t - \delta_3) d\delta_2 d\delta_3 =$   
 $= \int \int \int k_x(\delta_1 - \tau_1) g_2(\tau_1, \delta_2, \delta_3) \varepsilon(t - \delta_1) \varepsilon(t - \delta_2) \varepsilon(t -$   
 $- \delta_3) d\tau_1 d\delta_1 d\delta_2 d\delta_3$ .

Введем обозначение

$$\int k_x(\delta_1 - \tau) g_2(\tau_1, \delta_2, \delta_3) d\tau_1 = g_1(\delta_1, \delta_2, \delta_3). \quad (2.62)$$

Тогда  $y(t) = \int \int \int g_1(\delta_1, \delta_2, \delta_3) \varepsilon(t - \delta_1) \varepsilon(t - \delta_2) \varepsilon(t - \delta_3) d\delta_1 d\delta_2 d\delta_3$ .

Преобразуем последнее выражение по Лапласу

$$Y(p_1, p_2, p_3) = G_1(p_1, p_2, p_3) \varepsilon(p_1) \varepsilon(p_2) \varepsilon(p_3),$$

где из (2.62)  $G_1(p_1, p_2, p_3) = \int \int \int \exp(-p_1 \delta_1 - p_2 \delta_2 - p_3 \delta_3) \times$   
 $\times \int k_x(\delta_1 - \tau_1) g_2(\tau_1, \delta_2, \delta_3) d\tau_1 d\delta_1 d\delta_2 d\delta_3 = \int \int \int k_x(\theta_1) g_2(\tau_1, \delta_2,$   
 $\delta_3) \exp(-p_1 \theta_1 - p_1 \tau_1 - p_2 \delta_2 - p_3 \delta_3) d\tau_1 d\theta_1 d\delta_2 d\delta_3 =$   
 $= K_x(p_1) G_2(p_1, p_2, p_3)$ .

Аналогично выражая  $G_1$  и  $G_3$ , окончательно находим

$$\text{и } \left. \begin{aligned} Y(p_1, p_2, p_3) &= K_1(p_1, p_2, p_3) K_x(p_1) K_x(p_2) K_x(p_3) \varepsilon(p_1) \varepsilon(p_2) \varepsilon(p_3) \\ K_y(p_1, p_2, p_3) &= K_1(p_1, p_2, p_3) K_x(p_1) K_x(p_2) K_x(p_3) \end{aligned} \right\} \quad (2.63)$$

Для  $y = L_1^{(2)}[x^{(1)}, x^{(2)}]$

$$y(t) = \int \int h_2(\tau_1, \tau_2) x(t - \tau_1) x(t - \tau_2) d\tau_1 d\tau_2,$$

где  $x(t - \tau_1) = \int k_x(\theta_1) \varepsilon(t - \tau_1 - \theta_1) d\theta_1$ ;  $x(t - \tau_2) = \int \int k_x(\theta_2, \theta_3) \times$   
 $\times \varepsilon(t - \tau_2 - \theta_2) \varepsilon(t - \tau_2 - \theta_3) d\theta_2 d\theta_3$ .

Тогда  $y(t) = \int \int h_2(\tau_1, \tau_2) \left[ \int k_x(\theta_1) \varepsilon(t - \tau_1 - \theta_1) d\theta_1 \right] \left[ \int \int k_x(\theta_2,$   
 $\theta_3) \varepsilon(t - \tau_2 - \theta_2) \varepsilon(t - \tau_2 - \theta_3) d\theta_2 d\theta_3 \right] d\tau_1 d\tau_2 = \int \int \left[ \int k_x(\theta_1) \varepsilon(t - \tau_1 -$

$$-\theta_1) d\theta_1] d\tau_1 \int \int \int h_2(\tau_1, \tau_2) k_x(\theta_2, \theta_3) \varepsilon(t-\tau_2-\theta_2) \varepsilon(t-\tau_2-\theta_3) \times \\ \times d\theta_2 d\theta_3 d\tau_2.$$

Обозначив  $\tau_2 + \theta_2 = \delta_2$ ,  $\tau_2 + \theta_3 = \delta_3$ , т. е.  $\theta_2 = \delta_2 - \tau_2$ ,  $\theta_3 = \delta_3 - \tau_2$ , находим

$$y(t) = \int \left[ \int k_x(\theta_1) \varepsilon(t-\tau_1-\theta_1) d\theta_1 \right] d\tau_1 \int \int \int h_2(\tau_1, \tau_2) k_x(\delta_2 - \tau_2, \delta_3 - \tau_2) \varepsilon(t-\delta_2) \varepsilon(t-\delta_3) d\delta_2 d\delta_3 d\tau_2.$$

Обозначим интеграл  $\int h_2(\tau_1, \tau_2) k_x(\delta_2 - \tau_2, \delta_3 - \tau_2) d\tau_2 = g(\tau_1, \delta_2, \delta_3)$ .

$$\text{Тогда } y(t) = \int \left[ \int k_x(\theta_1) \varepsilon(t-\tau_1-\theta_1) d\theta_1 \right] d\tau_1 \int \int g(\tau_1, \delta_2, \delta_3) \varepsilon(t-\delta_2) \times \\ \times \varepsilon(t-\delta_3) d\delta_1 d\delta_2 = \int \int \int \int k_x(\delta_1 - \tau_1) g(\tau_1, \delta_2, \delta_3) \varepsilon(t-\delta_1) \varepsilon(t-\delta_2) \times \\ \times \varepsilon(t-\delta_3) d\delta_1 d\delta_2 d\delta_3 d\tau_1, \text{ где } \tau_1 + \theta_1 = \delta_1; \theta_1 = \delta_1 - \tau_1.$$

Введя обозначение

$$\int k_x(\delta_1 - \tau_1) g(\tau_1, \delta_2, \delta_3) d\tau_1 = f(\delta_1, \delta_2, \delta_3), \quad (2.64)$$

$$\text{получаем } y(t) = \int \int \int f(\delta_1, \delta_2, \delta_3) \varepsilon(t-\delta_1) \varepsilon(t-\delta_2) \varepsilon(t-\delta_3) d\delta_1 d\delta_2 d\delta_3.$$

Преобразуем последнее выражение по Лапласу

$$Y(p_1, p_2, p_3) = \int \int \int \exp(-p_1 t_1 - p_2 t_2 - p_3 t_3) \int \int \int f(\delta_1, \delta_2, \delta_3) \times \\ \times \varepsilon(t_1 - \delta_1) \varepsilon(t_2 - \delta_2) \varepsilon(t_3 - \delta_3) d\delta_1 d\delta_2 d\delta_3 dt_1 dt_2 dt_3 = F(p_1, p_2, p_3) \times \\ \times \varepsilon(p_1) \varepsilon(p_2) \varepsilon(p_3).$$

С учетом (2.64)

$$F(p_1, p_2, p_3) = \int \int \int \exp(-p_1 \delta_1 - p_2 \delta_2 - p_3 \delta_3) \int k_x(\delta_1 - \tau_1) g(\tau_1, \delta_2, \delta_3) d\tau_1 d\delta_1 d\delta_2 d\delta_3 = \int \int \int \int k_x(\theta_1) g(\tau_1, \delta_2, \delta_3) \exp[-p_1(\theta_2 + \tau_1) - \\ - p_2 \delta_2 - p_3 \delta_3] d\theta_1 d\tau_1 d\delta_2 d\delta_3 = \int k_x(\theta_1) \exp(-p_1 \theta_1) d\theta_1 \int \int \int g(\tau_1, \delta_2, \delta_3) \exp(-p_1 \tau_1 - p_2 \delta_2 - p_3 \delta_3) d\tau_1 d\delta_2 d\delta_3 = K_x(p_1) G(p_1, p_2, p_3), \\ \text{где}$$

$$G(p_1, p_2, p_3) = \int \int \int \exp(-p_1 \tau_1 - p_2 \delta_2 - p_3 \delta_3) \int h_2(\tau_1, \tau_2) k_x(\delta_2 - \tau_2, \delta_3 - \tau_2) d\tau_2 d\tau_1 d\delta_2 d\delta_3 = \int \int \int \int h_2(\tau_1, \tau_2) k_x(\theta_2, \theta_3) \exp[-p_1 \tau_1 - \\ - p_2(\tau_2 + \theta_2) - p_3(\tau_2 + \theta_3)] d\theta_2 d\theta_3 d\tau_1 d\tau_2 = \int \int k_x(\theta_2, \theta_3) \exp(-p_2 \theta_2 -$$



$$-p_3 \theta_3) d\theta_2 d\theta_3 \int \int h_2(\tau_1, \tau_2) \exp[-p_1 \tau_1 - (p_2 + p_3) \tau_2] d\tau_1 d\tau_2 = \\ = K_x(p_2, p_3) K_1(p_1, p_2 + p_3).$$

Таким образом,

$$\begin{aligned} Y(p_1, p_2, p_3) &= K_1(p_1, p_2 + p_3) K_x(p_1) K_x(p_2, p_3) \varepsilon(p_1) \varepsilon(p_2) \varepsilon(p_3) \} \\ \text{и} \quad K_y(p_1, p_2, p_3) &= K_1(p_1, p_2 + p_3) K_x(p_1) K_x(p_2, p_3). \end{aligned} \quad (2.65)$$

В табл. 2.3 (п. 1) приведены окончательные выражения для связи ядер соответствующих переменных, аналогичные (2.55), (2.56), (2.59), (2.61), (2.63), (2.65). Для упрощения записей здесь и далее предполагается, что в тех случаях, когда в правой части уравнения для ядер опущены аргументы, они совпадают с аргументами левых частей. Используя общие выражения п. 1 табл. 2.3, нетрудно получить аналогичные выражения для зависимостей токов и напряжений конкретных электрических цепей видов:  $L$ ,  $C$ ,  $R$  и управляемых источников (пп. 2—9). Следует заметить, что выражения для ядер 3-го порядка справедливы при выполнении условия симметризации ядра 2-го порядка (2.8). Практические рекомендации по симметрированию выражений для ядер соответствующих порядков приводились выше (см. 2.2.2).

Для четырехполюсника двойное нелинейное преобразование следует осуществить относительно зависимости вида  $y = L_1(x, z)$ , где  $x = L_2(\varepsilon)$  и  $z = L_3(\varepsilon)$ .

В соответствии с (2.41)

$$y = L_1(x)_{z=0} + L_1(z)_{x=0} + L_1(x, z)_{x \neq 0, z \neq 0}, \quad (2.66)$$

откуда следует, что первые два члена (2.66) вычисляются так же, как и в случае одной переменной. Например, для зависимости  $i_1 = f_1(u_1, u_2)$  в соответствии с табл. 2.3 (поз. 1) можно записать составляющие, обусловленные первыми двумя членами для ядра второго порядка:

$$Y_{11}(p_1 + p_2) K_{u1}(p_1, p_2) + Y_{12}(p_1 + p_2) K_{u2}(p_1, p_2) + Y'_{11}(p_1, p_2) K_{u1}(p_1) \times \\ \times K_{u1}(p_2) + Y'_{12}(p_1, p_2) K_{u2}(p_1) K_{u2}(p_2).$$

Составляющие  $y(t)$ , обусловленные смешанным оператором  $L_1(x, z)_{x \neq 0, z \neq 0}$  и возникающие в ядрах только 2-го и 3-го порядков, можно условно записать следующим образом:

$$\begin{aligned} y_{\text{см}}^{(2)} &= L_{\text{см}}^{(2)} [x^{(1)}, z^{(1)}]; \\ y_{\text{см}}^{(3)} &= L_{\text{см}}^{(3)} [x^{(1)}, x^{(1)}, z^{(1)}] + L_{\text{см}}^{(3)} [x^{(1)}, z^{(1)}, z^{(1)}] + L_{\text{см}}^{(2)} [x^{(1)}, z^{(2)}] + \\ &+ L_{\text{см}}^{(2)} [x^{(2)}, z^{(1)}]. \end{aligned}$$

Произведя вычисления, аналогичные приведенным ранее, приходим к уравнениям ядер для систем  $Y$ - и  $Z$ -параметров (табл. 2.3,

ТАБЛИЦА 3

№ п/п	Вид зависимости	Порядок ядра	Уравнение	Примечание
1	2	3	4	5
1	$y = L_1(x),$ $x = L_2(e)$	1	$K_y(p_1) = K_1(p_1) K_x(p_2);$	$\gamma = K_1(p_1, p_2) K_x(p_2);$
		2	$K_y(p_1, p_2) = K_1(p_1 + p_2) K_x(p_2);$	$\beta = K_1(p_1, p_2, p_3) K_x(p_2);$
		3	$K_y(p_1, p_2, p_3) = K_1(p_1 + p_2 + p_3) K_x(p_2);$	$+ 2 K_1(p_1, p_2 + p_3) K_x(p_2, p_3) +$
2	$i = f(u),$ $u = L(e)$	1	$K_i(p_1) = Y K_u;$	$\gamma_1 = Y' K_u(p_1) K_u(p_2);$
		2	$K_i(p_1, p_2) = Y(p_1 + p_2) K_u(p_2);$	$\beta_1 = Y'' K_u(p_1) K_u(p_2) K_u(p_3) +$
		3	$K_i(p_1, p_2, p_3) = Y(p_1 + p_2 + p_3) K_u(p_3);$	$+ 2 Y'(p_1, p_2 + p_3) K_u(p_1) K_u(p_2, p_3);$ $Y, Y', Y''$ -ядра зависимости $i = f(u)$
3	$u = f(i)$ $i = L(e)$	1	$K_u(p_1) = Z K_i;$	$\gamma_2 = Z' K_i(p_1) K_i(p_2);$
		2	$K_u(p_1, p_2) = Z(p_1 + p_2) K_i(p_2);$	$\beta_2 = Z'' K_i(p_1) K_i(p_2) K_i(p_3) +$
		3	$K_u(p_1, p_2, p_3) = Z(p_1 + p_2 + p_3) K_i(p_3);$	$+ 2 Z'(p_1, p_2 + p_3) K_i(p_1) K_i(p_2, p_3);$ $Z, Z', Z''$ -ядра зависимости $u = f(i)$
4	$u_2 = f(u_1)$ $u_1 = L(e)$	1	$K_{u_2}(p_1) = K K_{u_1};$	$\gamma_3 = K' K_{u_1}(p_1) K_{u_1}(p_2);$
		2	$K_{u_2}(p_1, p_2) = K(p_1 + p_2) K_{u_1}(p_2);$	$\beta_3 = K'' K_{u_1}(p_1) K_{u_1}(p_2) K_{u_1}(p_3) +$
		3	$K_{u_2}(p_1, p_2, p_3) = K(p_1 + p_2 + p_3) K_{u_1}(p_3);$	$+ 2 K'(p_1, p_2 + p_3) K_{u_1}(p_1) K_{u_1}(p_2, p_3);$ $K, K', K''$ -ядра зависимости $u_2 = f(u_1)$
5	$i_2 = f(i_1),$ $i_1 = L(e)$	1	$K_{i_2}(p_1) = E K_{i_1};$	$\gamma_4 = E' K_{i_1}(p_1) K_{i_1}(p_2);$
		2	$K_{i_2}(p_1, p_2) = E(p_1 + p_2) K_{i_1}(p_2);$	$\beta_4 = E'' K_{i_1}(p_1) K_{i_1}(p_2) K_{i_1}(p_3) +$
		3	$K_{i_2}(p_1, p_2, p_3) = E(p_1 + p_2 + p_3) K_{i_1}(p_3);$	$+ 2 E'(p_1, p_2 + p_3) K_{i_1}(p_1) K_{i_1}(p_2, p_3);$ $E, E', E''$ -ядра зависимости $i_2 = f(i_1)$
6	$i = f(u),$ $u = L(e)$	1	$K_i(p_1) = G K_u;$	$\gamma_5 = G' K_u(p_1) K_u(p_2);$
		2	$K_i(p_1, p_2) = G K_u(p_2);$	$\beta_5 = G'' K_u(p_1) K_u(p_2) K_u(p_3) +$
		3	$K_i(p_1, p_2, p_3) = G K_u(p_3);$	$+ 2 G'(p_1, p_2 + p_3) K_u(p_1) K_u(p_2, p_3);$ $i = G u + G' u^2 + G'' u^3 + \dots$
7	$u = f(i),$ $i = L(e)$	1	$(p_1) = R K_i;$	$\gamma_6 = R' K_i(p_1) K_i(p_2);$
		2	$u(p_1, p_2) = R K_i(p_2);$	$\beta_6 = R'' K_i(p_1) K_i(p_2) K_i(p_3) +$
		3	$K_u(p_1, p_2, p_3) = R K_i(p_3);$	$+ 2 R'(p_1, p_2 + p_3) K_i(p_1) K_i(p_2, p_3);$ $u = R i + R' i^2 + R'' i^3 + \dots$

1	2	3	4	5
8	$i = C(u) \frac{du}{dt}$ $u = L(e)$	1	$K_i(p_1) = p_1 \xi_0 K_u$ ;	$\gamma_7 = p_1' \xi_1 K_u(p_1) K_u(p_2)$ ;
		2	$K_i(p_1, p_2) = (p_1 + p_2) \xi_0 K_u + \gamma_7$ ;	$\beta_7 = p_1'' \xi_2 K_u(p_1) K_u(p_2) K_u(p_3) +$
		3	$K_i(p_1, p_2, p_3) = (p_1 + p_2 + p_3) \xi_0 K_u + \beta_7$	$+ 2 p_1''' \xi_1 K_u(p_1) K_u(p_2, p_3)$ ; $p_1' = \frac{p_1 + p_2}{2}$ , $p_1'' = \frac{p_1 + p_2 + p_3}{3}$ , $p_1''' = \frac{p_1 + p_2 + p_3}{2}$ ; $C(u) = \xi_0 + \xi_1 u + \xi_2 u^2 + \dots$
9	$u = L(i) \frac{di}{dt}$ $i = L(e)$	1	$K_u(p_1) = p_1 v_0 K_i$ ;	$\gamma_8 = p_1' v_1 K_i(p_1) K_i(p_2)$ ;
		2	$K_u(p_1, p_2) = (p_1 + p_2) v_0 K_i + \gamma_8$ ;	$\beta_8 = p_1'' v_2 K_i(p_1) K_i(p_2) K_i(p_3) +$
		3	$K_u(p_1, p_2, p_3) = (p_1 + p_2 + p_3) v_0 K_i + \beta_8$	$+ 2 p_1''' v_1 K_i(p_1) K_i(p_2, p_3)$ ; $L(i) = v_0 + v_1 i + v_2 i^2 + \dots$
10	$i_1 = f_1(u_1, u_2)$ , $\dots$	1	$K_{i1}(p_1) = Y_{11} K_{u1} + Y_{12} K_{u2}$ ; $K_{i2}(p_1) = Y_{21} K_{u1} + Y_{22} K_{u2}$	$\gamma_9 = Y_{11}' K_{u1}(p_1) K_{u1}(p_2) +$ $+ Y_{12}' K_{u2}(p_1) K_{u2}(p_2) + Y_{21} K_{u1}(p_1) K_{u2}(p_2)$ ;
				$\gamma_{10} = Y_{21}' K_{u1}(p_1) K_{u1}(p_2) +$ $+ Y_{22}' K_{u2}(p_1) K_{u2}(p_2) + Y_{21} K_{u2}(p_1) K_{u2}(p_2)$ ;
				$\beta_9 = Y_{11}'' K_{u1}(p_1) K_{u1}(p_2) K_{u1}(p_3) +$ $+ Y_{12}'' K_{u2}(p_1) K_{u2}(p_2) K_{u2}(p_3) + 2 Y_{11}' (p_1, p_2 +$

1	2	3	4	5
10	$i_2 = f_2(u_1, u_2),$ $u_1 = L_1(e),$ $u_2 = L_2(e)$	2	$K_{i1}(p_1, p_2) = Y_{11}(p_1 + p_2) K_{u1} +$ $+ Y_{12}(p_1 + p_2) K_{u2} + \gamma_9;$ $K_{i2}(p_1, p_2) = Y_{21}(p_1 + p_2) K_{u1} +$ $+ Y_{22}(p_1 + p_2) K_{u2} + \gamma_{10};$	$+ p_2) K_{u1}(p_1) K_{u1}(p_2, p_3) +$ $+ 2 Y'_{12}(p_1, p_2 + p_3) K_{u2}(p_1) K_{u2}(p_2, p_3) +$ $+ \frac{Y'_{c1} K_{u1}(p_1) K_{u1}(p_2) K_{u2}(p_3) +$ $+ Y''_{c1} K_{u1}(p_1) K_{u2}(p_2) K_{u2}(p_3) +$ $+ Y_{c1}(p_1, p_2 + p_3) [K_{u1}(p_1) K_{u2}(p_2, p_3) +$ $+ K_{u2}(p_1) K_{u1}(p_2, p_3)] ;$
		3	$K_{i1}(p_1, p_2, p_3) = Y_{11}(p_1 + p_2 + p_3) K_{u1} +$ $+ Y_{12}(p_1 + p_2 + p_3) K_{u2} + \beta_9;$ $K_{i2}(p_1, p_2, p_3) = Y_{21}(p_1 + p_2 + p_3) K_{u1} +$ $+ Y_{22}(p_1 + p_2 + p_3) K_{u2} + \beta_{10}$	$\beta_{10} = Y''_{21} K_{u1}(p_1) K_{u1}(p_2) K_{u1}(p_3) +$ $+ Y''_{22} K_{u2}(p_1) K_{u2}(p_2) K_{u2}(p_3) +$ $+ Y'_{21}(p_1, p_2 + p_3) K_{u1}(p_1) K_{u1}(p_2, p_3) +$ $+ 2 Y'_{22}(p_1, p_2 + p_3) K_{u2}(p_1) K_{u2}(p_2, p_3) +$ $+ \frac{Y'_{c1} K_{u1}(p_1) K_{u1}(p_2) K_{u2}(p_3) +$ $+ Y''_{c1} K_{u1}(p_1) K_{u2}(p_2) K_{u2}(p_3) +$ $+ Y_{c1}(p_1, p_2 + p_3) [K_{u1}(p_1) K_{u2}(p_2, p_3) +$ $+ K_{u2}(p_1) K_{u1}(p_2, p_3)] ;$

$Y_{ik}$ -ядра зависимостей  $i_1 = f_1(u_1, u_2),$   
 $i_2 = f_2(u_1, u_2)$

1	2	3	4	5
11	$u_1 = f_1(i_1, i_2),$ $u_2 = f_2(i_1, i_2),$ $i_1 = L_1(e),$ $i_2 = L_2(e)$	1	$K_{u1}(\rho_1) = Z_{11}K_{i1} + Z_{12}K_{i2},$ $K_{u2}(\rho_1) = Z_{21}K_{i1} + Z_{22}K_{i2};$	$\gamma_{11} = Z'_{11}K_{i1}(\rho_1)K_{i1}(\rho_2) + Z'_{12}K_{i2}(\rho_1) \times$ $\times K_{i2}(\rho_2) + Z_{cm1}K_{i1}(\rho_1)K_{i2}(\rho_2);$
		2	$K_{u1}(\rho_1, \rho_2) = Z_{11}(\rho_1 + \rho_2)K_{i1} +$ $+ Z_{12}(\rho_1 + \rho_2)K_{i2} + \gamma_{11};$ $K_{u2}(\rho_1, \rho_2) = Z_{21}(\rho_1 + \rho_2)K_{i1} +$ $+ Z_{22}(\rho_1 + \rho_2)K_{i2} + \gamma_{12};$	$\gamma_{12} = Z'_{21}K_{i1}(\rho_1)K_{i1}(\rho_2) + Z'_{22}K_{i2}(\rho_1) \times$ $\times K_{i2}(\rho_2) + Z_{cm2}K_{i1}(\rho_1)K_{i2}(\rho_2);$
		3	$K_{u1}(\rho_1, \rho_2, \rho_3) = Z_{11}(\rho_1 + \rho_2 + \rho_3)K_{i1} +$ $+ Z_{12}(\rho_1 + \rho_2 + \rho_3)K_{i2} + \beta_{11};$ $K_{u2}(\rho_1, \rho_2, \rho_3) = Z_{21}(\rho_1 + \rho_2 + \rho_3)K_{i1} +$ $+ Z_{22}(\rho_1 + \rho_2 + \rho_3)K_{i2} + \beta_{12}$	$\beta_{11} = Z''_{11}K_{i1}(\rho_1)K_{i1}(\rho_2)K_{i1}(\rho_3) +$ $+ Z''_{12}K_{i2}(\rho_1)K_{i2}(\rho_2)K_{i2}(\rho_3) + 2Z'_{11} \times$ $\times (\rho_1, \rho_2 + \rho_3)K_{i1}(\rho_1)K_{i1}(\rho_2, \rho_3) +$ $+ 2Z'_{12}(\rho_1, \rho_2 + \rho_3)K_{i2}(\rho_1)K_{i2}(\rho_2, \rho_3) +$ $+ Z'_{cm1}K_{i1}(\rho_1)K_{i1}(\rho_2)K_{i2}(\rho_3) +$ $+ Z'_{cm1}K_{i1}(\rho_1)K_{i2}(\rho_2)K_{i2}(\rho_3) + Z_{cm1} \times$ $\times (\rho_1, \rho_2 + \rho_3)[K_{i1}(\rho_1)K_{i2}(\rho_2, \rho_3) +$ $+ K_{i2}(\rho_1)K_{i1}(\rho_2, \rho_3)];$
				$\beta_{12} = Z''_{21}K_{i1}(\rho_1)K_{i1}(\rho_2)K_{i1}(\rho_3) + Z'_{22} \times$ $\times K_{i2}(\rho_1)K_{i2}(\rho_2)K_{i2}(\rho_3) + 2Z'_{21}(\rho_1, \rho_2 +$ $+ \rho_3)K_{i1}(\rho_1)K_{i1}(\rho_2, \rho_3) + 2Z'_{22}(\rho_1, \rho_2 +$ $+ \rho_3)K_{i2}(\rho_1)K_{i2}(\rho_2, \rho_3) + Z'_{cm2}K_{i1}(\rho_1) \times$ $\times K_{i1}(\rho_2)K_{i2}(\rho_3) + Z'_{cm2}K_{i1}(\rho_1)K_{i2}(\rho_2) \times$ $\times K_{i2}(\rho_3) + Z_{cm2}(\rho_1, \rho_2 + \rho_3)[K_{i1}(\rho_1) \times$ $\times K_{i2}(\rho_2, \rho_3) + K_{i2}(\rho_1)K_{i1}(\rho_2, \rho_3)];$ $Z_{ijk}$ — ядра зависимости $\mu_1 = f_1(i_1, i_2),$ $u_2 = f_2(i_1, i_2)$

поз. 10, 11). Уравнения для других систем можно записать по аналогии с приведенными.

Подобным способом вычисляются ядра для двойного нелинейного преобразования в случае трех и более переменных.

### 2.3.2. РЕШЕНИЕ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ ТРАКТА

Подставляя выражения всех возможных функциональных зависимостей в систему (2.4) и выделяя из нее подсистемы относительно ядер 1-го и других порядков, получаем обобщенные структуры уравнений тракта [12]:

для ядра 1-го порядка (линейные свойства тракта)

$$\begin{vmatrix} A & 0 \\ 0 & B \\ C & D \end{vmatrix}_{(p=p_1)} \begin{vmatrix} K_{xi} \\ K_{yi} \end{vmatrix}_{(p=p_1)} = \begin{vmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \end{vmatrix}, \quad (2.67)$$

для ядра  $n$ -го порядка (нелинейные свойства тракта)

$$\begin{vmatrix} A & 0 \\ 0 & B \\ C & D \end{vmatrix}_{\left(p=\sum_{i=1}^n p_i\right)} \begin{vmatrix} K_{xi} \\ K_{yi} \end{vmatrix}_{(p_1, p_2, \dots, p_n)} = \begin{vmatrix} 0 \\ f_1 \\ f_2 \\ \vdots \end{vmatrix}_{(p_1, p_2, \dots, p_n)}, \quad (2.68)$$

где  $f_i$  — правые части компонентных уравнений, приведенные в примечаниях табл. 2.3.

Подматрицы  $A$  и  $B$  соответствуют системе уравнений, составленных на основании 1-го и 2-го законов Кирхгофа, подматрицы  $C$  и  $D$  — компонентным уравнениям элементов схемы ( $C$  — для двухполюсников и многополюсников,  $D$  — для зависимых источников).

Свойства подсистем (2.67), (2.68) следующие:

1. Подсистемы позволяют получить в операторной форме ядра функциональных зависимостей всех токов (напряжений) относительно входного воздействия  $e$ .

2. Подсистемы линейны относительно ядер токов и напряжений, т. е. при использовании рядов  $B$  и преобразования в область комплексных переменных происходит линеаризация нелинейной задачи в том смысле, что ядра всех токов и напряжений одного и того же порядка оказываются связанными линейной зависимостью. Это замечательное свойство подсистем существенно упрощает процедуру вычисления корней, так как позволяет использовать эффективные методы решения линейных систем уравнений. Нетрудно показать, что линеаризация задачи анализа для отдельных ядер не противоречит, однако, общему свойству нелинейной цепи — невыполнению принципа суперпозиции.

3. Структура левых частей подсистем для всех ядер одинакова, вследствие чего определитель  $\Delta$  для любого корня системы определяется правилом Крамера  $X_s = \Delta s / \Delta$ . В случае высших порядков он отличается от определителя  $\Delta$  для 1-го порядка только аргументом [вместо  $p_1 \rightarrow (p_1 + p_2)$  для ядра 2-го порядка;  $(p_1 + p_2 + p_3)$  для ядра 3-го порядка и т. д.].

4. При переходе к подсистемам высших порядков изменяются правые части уравнений, содержащие только известные параметры всех компонентов и корни подсистем низших порядков.

Таким образом, процедура решения подсистем соответствует последовательному приближению: вначале определяется первое приближение (линейное решение), затем по линейному — второе, далее по линейному и второму — третье и т. д.

5. Процедура составления подсистем при использовании табл. 2.3 оказывается элементарной при сколь угодно сложной электрической цепи и практически не требует дополнительных вычислений. Она сводится к следующим операциям:

а) записываются независимые уравнения по законам Кирхгофа;

б) все свободно стоящие в уравнениях токи и напряжения заменяются ядрами соответствующих порядков, например,  $i \rightarrow K_i(p_1)$ , или  $K_i(p_1, p_2)$ , или  $K_i(p_1, p_2, p_3)$  и т. д.;

в) входное воздействие  $\varepsilon(i)$  заменяется единицей для линейной подсистемы и нулем для подсистем высших порядков<sup>1</sup>;

г) для токов и напряжений, связанных функциональными зависимостями, используются соответствующие позиции в табл. 2.3.

6. В области частот, где инерцией всей цепи или некоторых ее элементов можно пренебречь, подсистемы значительно упрощаются, так как все функции заменяются числовыми значениями (см. далее табл. 2.4), а решение (2.4) находится в виде степенного ряда (2.6).

7. С увеличением порядка ядра искомого отклика на заданное воздействие увеличивается сложность описания функциональных связей и, следовательно, возрастает громоздкость подсистем. Поэтому при записи подсистем следует использовать все возможные в конкретном случае упрощения: пренебрежение отдельными параметрами матриц нелинейных элементов (см. 2.2.3), пренебрежение нелинейными свойствами отдельных компонентов цепи и др. Например, для линейных цепей в табл. 2.3 необходимо положить  $\beta = 0$ ,  $\gamma = 0$ , для нелинейных цепей — учесть пренебрежимость инерцией отдельных компонентов, преобладание нелинейных свойств компонентов определенного порядка, т. е. только 2-го или 3-го. Так, для нелинейного двухполюсника (поз. 2 табл. 2.3) с пре-

<sup>1</sup> Так как все реакции вычисляются относительно  $\varepsilon$ , то  $\varepsilon(p_1, p_2, \dots) = \varepsilon(p_1)$  и не содержит ядер высших порядков.

небрежно малым удельным весом нелинейности 2-го порядка выражение для  $\gamma$  при этом упрощается:  $\gamma = Y'' K_u(p_1) K_u(p_2) K_u(p_3)$  и т. д. В последующем используются все возможные упрощения и приведены примеры составления подсистем и их решения.

8. При представлении токов и напряжений в исходных рабочих точках для всех элементов тракта в виде рядов Тэйлора (т. е. единственным способом) определяемая передаточная характеристика будет тоже единственной. Вследствие этого не требуется коррекция ранее найденных членов ряда В. при необходимости увеличения их числа.

### 2.3.3. ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ РАСЧЕТА НЕЛИНЕЙНОЙ ПЕРЕДАТОЧНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ ТРАКТА

Возможны различные способы определения нелинейной передаточной характеристики:

- 1) путем непосредственного решения подсистем вида (2.67), (2.68) (прямой метод);
- 2) с помощью универсального алгоритма нахождения их решения;

- 3) с помощью обобщенного метода «генератора искажений».

Ниже приведены описания соответствующих практических процедур, требующих знакомства лишь с разд. 2.2.1 и 2.2.2.

1. *Прямой метод.* Тракты с нелинейностью резистивного характера. В этом случае ряд В. преобразуется в степенной ряд вида

$$y = K^{(1)}\varepsilon + K^{(2)}\varepsilon^2 + K^{(3)}\varepsilon^3 + \dots, \quad (2.69)$$

где  $y$  и  $\varepsilon$  — отклик и воздействие на тракт.

Коэффициенты ряда (2.69) зависят от коэффициентов степенных рядов, в которые должны быть разложены токи и напряжения  $j$ -х компонент в исходных рабочих точках  $I_0$ ,  $U_0$ :

$$\left. \begin{aligned} i_j &= G u_j + G' u_j^2 + G'' u_j^3 + \dots, \\ u_j &= R i_j + R' i_j^2 + R'' i_j^3 + \dots, \end{aligned} \right\} \quad (2.70)$$

где  $G$ ,  $G'$ ,  $G''$ ,  $R$ ,  $R'$ ,  $R''$  — параметры компонент, а также от коэффициентов  $K^{(l)}_{ij}$  и  $K^{(l)}_{uj}$ , связывающих  $j$ -е токи и напряжения с входным воздействием  $\varepsilon$ :

$$\left. \begin{aligned} i_j &= K^{(1)}_{ij} \varepsilon + K^{(2)}_{ij} \varepsilon^2 + K^{(3)}_{ij} \varepsilon^3 + \dots, \\ u_j &= K^{(1)}_{uj} \varepsilon + K^{(2)}_{uj} \varepsilon^2 + K^{(3)}_{uj} \varepsilon^3 + \dots \end{aligned} \right\} \quad (2.71)$$

Методика определения  $K^{(1)}$ ,  $K^{(2)}$  и  $K^{(3)}$  передаточной характеристики (2.69) следующая:

- 1) составляется система алгебраических уравнений анализируемой цепи;



2) по системе составляются три подсистемы относительно иско-  
мых членов ряда (2.69): линейного  $K^{(1)}$ , квадратичного  $K^{(2)}$  и ку-  
бичного  $K^{(3)}$ .

Для этого:

а) все свободностоящие  $j$ -е токи и напряжения заменяются ко-  
эффициентами степенных рядов соответствующих порядков (2.71),  
т. е.  $u_j \rightarrow K^{(1)}_{uj}$ , или  $K^{(2)}_{uj}$ , или  $K^{(3)}_{uj}$ ,  $i \rightarrow K^{(1)}_{ij}$ , или  $K^{(2)}_{ij}$ , или  $K^{(3)}_{ij}$ ,  
где  $l$  означает номер порядка;

б) входное воздействие  $\varepsilon$  заменяется единицей для линейной  
подсистемы и нулем для подсистем 2-го и 3-го порядков;

в) для компонентных уравнений, связывающих токи и напря-  
жения, приложенные к резистивным элементам тракта (линейным  
и нелинейным), уравнения относительно  $K^{(l)}_{ij}$  и  $K^{(l)}_{uj}$  берутся из  
табл. 2.4.

Величины первичных параметров нелинейных резисторов  $G$ ,  $G'$ ,  
 $G''$ ,  $R$ ,  $R'$ ,  $R''$  и управляемых источников  $L^{(1)}$ ,  $L^{(2)}$ ,  $L^{(3)}$  находятся  
по их известным вольт-амперным (ампер-вольтовым) и передаточ-  
ным характеристикам нелинейных элементов в соответствии с  
табл. 2.4. Эти параметры являются функциями управляющих для  
данного элемента тока или напряжения  $I_0$ ,  $U_0$ . Если аналитиче-  
ские выражения соответствующих характеристик неизвестны, то  
первичные параметры можно определить экспериментальным пу-  
тем. Способы определения параметров нелинейных четырехполюс-  
ников приведены в § 2.4.

3) Подсистемы решаются последовательно относительно коэф-  
фициентов ряда искомого напряжения или тока (2.69).

При необходимости подсистемы могут  
быть решены на ЭЦВМ, для чего можно  
использовать программы решения линей-  
ных алгебраических уравнений.

Далее вычисляются соответствующие  
нелинейные критерии (2.31).

**Пример.** Определить нелинейную  
передаточную характеристику  $u_2 = L[\varepsilon]$  с  
коэффициентами  $K^{(1)}$ ,  $K^{(2)}$  и  $K^{(3)}$  для  
Г-образного соединения двух нелинейных  
резисторов и источника сигнала  $\varepsilon$  с со-  
противлением  $R_r$  (рис. 2.7).

Система уравнений имеет вид

$$u_r + u_1 + u_2 - \varepsilon = 0, \quad i = f_1(u_1), \quad i = f_2(u_2), \quad u_r = f_3(i),$$

отклик  $u_2 = L[\varepsilon] = K^{(1)}\varepsilon + K^{(2)}\varepsilon^2 + K^{(3)}\varepsilon^3$ , где  $K^{(1)} = K^{(1)}_{u_2}$ ;  $K^{(2)} = K^{(2)}_{u_2}$ ;  
 $K^{(3)} = K^{(3)}_{u_2}$ .

Используя приведенное выше правило и табл. 2.4 (пп. 1, 3, и 4),  
составим соответствующие подсистемы.

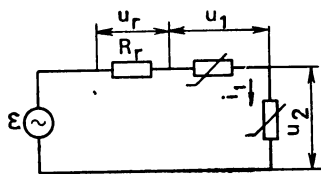
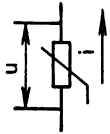
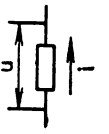
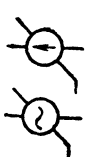
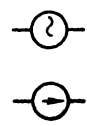
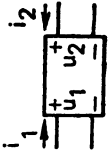
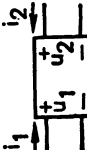


Рис. 2.7. Пример опреде-  
ления передаточной харак-  
теристики нелинейной цепи

№ п/п	Вид элемента	Заданный вид описания элемента	Порядок подсистемы	Компонентные уравнения	Обозначения	Первичные параметры элемента
1	2	3	4	5	6	7
1	Нелинейный резистор		$i = f(u)$	$K_i^{(1)} = GK_u^{(1)}$	$\gamma = G' [K_u^{(1)}]^2 ;$ $\beta = G'' [K_u^{(1)}]^3 +$ $+ 2 G' K_u^{(1)} K_u^{(2)}$	$G, G', G''$ — коэффициенты ряда $i = Gu + G'u^2 + G''u^3$ , где $\frac{\partial i}{\partial u} \Big _{U_0, U_0'} ; G' = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 i}{\partial u^2} \Big _{U_0, U_0'} ; G'' = \frac{1}{6} \frac{\partial^3 i}{\partial u^3} \Big _{U_0, U_0'}$
				$K_i^{(2)} = GK_u^{(2)} + \gamma$		
				$K_i^{(3)} = GK_u^{(3)} + \beta$		
2	То же	$u = f(i)$	1	$K_u^{(1)} = RK_i^{(1)}$	$\lambda = R' [K_i^{(1)}]^2 ;$ $\theta = R'' [K_i^{(1)}]^3 +$ $+ 2 R' K_i^{(1)} K_i^{(2)}$	$R, R', R''$ — коэффициенты ряда $u = Ri + R'i^2 + R''i^3$ , где $\frac{\partial u}{\partial i} \Big _{I_0, U_0} ; R' = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial i^2} \Big _{I_0, U_0} ; R'' = \frac{1}{6} \frac{\partial^3 u}{\partial i^3} \Big _{I_0, U_0}$
				$K_u^{(2)} = RK_i^{(2)} + \lambda$		
				$K_u^{(3)} = RK_i^{(3)} + \theta$		
3	Линейный резистор		$i = f(u)$	$K_i^{(1)} = GK_u^{(1)}$	—	$i = Gu$
				$K_i^{(2)} = GK_u^{(2)}$		
				$K_i^{(3)} = GK_u^{(3)}$		

1	2	3	4	5	6	7
4	То же	$u = f(i)$	<div>1</div> <div>2</div> <div>3</div>	$K_u^{(1)} = RK_i^{(1)}$ $K_u^{(2)} = RK_i^{(2)}$ $K_u^{(3)} = RK_i^{(3)}$	—	$u = R i$
5	Нелинейный управляемый источник 	$y = L(x);$ $y = u(i);$ $x = u(i)$	<div>1</div> <div>2</div> <div>3</div>	$K_y^{(1)} = L^{(1)} K_x^{(1)}$ $K_y^{(2)} = L^{(1)} K_x^{(2)} + y$ $K_y^{(3)} = L^{(1)} K_x^{(3)} + \xi$	$y = L^{(2)} [K_x^{(1)}]^2$ $\xi = L^{(3)} [K_x^{(1)}]^3 +$ $+ 2L^{(2)} K_x^{(1)} K_x^{(2)}$	$L^{(1)}, L^{(2)}, L^{(3)}$ — коэффициенты ряда $y = L^{(1)} x + L^{(2)} x^2 + L^{(3)} x^3$ , где $L^{(1)} = \frac{\partial y}{\partial x} \Big _{I_0, U_0}; L^{(2)} = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \Big _{I_0, U_0};$ $L^{(3)} = \frac{1}{6} \frac{\partial^3 y}{\partial x^3} \Big _{I_0, U_0}$
6	Линейный управляемый источник 	$y = L(x);$ $y = u(i);$ $x = u(i)$	<div>1</div> <div>2</div> <div>3</div>	$K_y^{(1)} = L^{(1)} K_x^{(1)}$ $K_y^{(2)} = L^{(1)} K_x^{(2)}$ $K_y^{(3)} = L^{(1)} K_x^{(3)}$	—	$y = L^{(1)} x$

1	2	3	4	5	6	7
	Нелинейный безынерционный четырехполюсник 	$i_1 = \bar{f}_1(u_1, u_2);$ $i_2 = \bar{f}_2(u_1, u_2)$	1	$K_{i1}^{(1)} = G_{11} K_{u1}^{(1)} + G_{12} K_{u2}^{(1)};$ $K_{i2}^{(1)} = G_{21} K_{u1}^{(1)} + G_{22} K_{u2}^{(1)}$	$\gamma_9 = \underline{G'_{11}} [K_{u1}^{(1)}]^2 + \underline{G'_{12}} \times$ $\times \underline{[K_{u2}^{(1)}]^2 + G_{cm1} K_{u1}^{(1)} K_{u2}^{(1)}};$ $\gamma_{10} = \underline{G'_{21}} [K_{u1}^{(1)}]^2 + \underline{G'_{22}} \times$ $\times \underline{[K_{u2}^{(1)}]^2 + G_{cm2} K_{u1}^{(1)} K_{u2}^{(1)}};$ $\beta_9 = \underline{G''_{11}} [K_{u1}^{(1)}]^3 + \underline{G''_{12}} \times$ $\times \underline{[K_{u2}^{(1)}]^3 + 2G'_{11} [K_{u1}^{(1)}] \times}$ $\times \underline{[K_{u2}^{(2)}] + 2G'_{12} [K_{u2}^{(1)}] \times}$ $\times \underline{[K_{u2}^{(2)}] + G'_{cm1} [K_{u1}^{(1)}]^2 \times}$ $\times \underline{[K_{u2}^{(1)}] + G'_{cm1} K_{u1}^{(1)} \times}$ $\times \underline{[K_{u2}^{(1)}]^2 + G_{cm1} [K_{u1}^{(1)}] \times}$ $\times \underline{K_{u2}^{(2)} + K_{u2}^{(1)} K_{u1}^{(2)}}$	См. (2.45)
7			2	$K_{i1}^{(2)} = G_{11} K_{u1}^{(2)} + G_{12} K_{u2}^{(2)} + \gamma_9;$ $K_{i2}^{(2)} = G_{21} K_{u1}^{(2)} + G_{22} K_{u2}^{(2)} + \gamma_{10};$		
			3	$K_{i1}^{(3)} = G_{11} K_{u1}^{(3)} + G_{12} K_{u2}^{(3)} + \beta_9;$ $K_{i2}^{(3)} = G_{21} K_{u1}^{(3)} + G_{22} K_{u2}^{(3)} + \beta_{10};$	$\beta_{10} = \underline{G''_{21}} [K_{u1}^{(1)}]^3 + \underline{G''_{22}} \times$ $\times \underline{[K_{u2}^{(1)}]^3 + 2G'_{21} [K_{u1}^{(1)}] \times}$ $\times \underline{[K_{u2}^{(2)}] + 2G'_{22} [K_{u2}^{(1)}] \times}$ $\times \underline{[K_{u2}^{(2)}] + 2G'_{22} [K_{u2}^{(1)}] \times}$	

1	2	3	4	5	6	7
				$+ G_{22} K_{u2}^{(3)} + \beta_{10}$	$\times \frac{[K_{u2}^{(2)}] + G'_{cm2} [K_{u1}^{(1)}]^2 \times}{\times [K_{u2}^{(1)}] + G'_{cm2} [K_{u1}^{(1)}] \times}$ $\times \frac{[K_{u2}^{(1)}]^2 + G_{cm2} [K_{u1}^{(1)} K_{u2}^{(2)} + K_{u2}^{(1)} K_{u1}^{(2)}]}{+ K_{u2}^{(1)} K_{u1}^{(2)}}$	
8	<p>Линейный безы- нерционный четы- рехполюсник</p> 	То же	1	$K_{i1}^{(1)} = G_{11} K_{u1}^{(1)} + G_{12} K_{u2}^{(1)} ;$ $K_{i2}^{(1)} = G_{21} K_{u1}^{(1)} + G_{22} K_{u2}^{(1)}$		
			2	$K_{i1}^{(2)} = G_{11} K_{u1}^{(2)} + G_{12} K_{u2}^{(2)} ;$ $K_{i2}^{(2)} = G_{21} K_{u1}^{(2)} + G_{22} K_{u2}^{(2)}$	—	См. (2.45)
			3	$K_{i1}^{(3)} = G_{11} K_{u1}^{(3)} + G_{12} K_{u2}^{(3)} ;$ $K_{i2}^{(3)} = G_{21} K_{u1}^{(3)} + G_{22} K_{u2}^{(3)}$		

Подсистема первого порядка:

$$K_{\text{уг}}^{(1)} + K_{\text{ул}}^{(1)} + K_{\text{у2}}^{(1)} - 1 = 0, \quad K_i^{(1)} = G_2^{(1)} K_{\text{у2}}^{(1)},$$

$$K_i^{(1)} = G_1^{(1)} K_{\text{ул}}^{(1)}, \quad K_{\text{уг}}^{(1)} = R_{\text{г}} K_i^{(1)},$$

откуда  $K_i^{(1)} = 1/L$ ;  $K_{\text{ул}}^{(1)} = R_1/L$ ;  $K_{\text{у2}}^{(1)} = K^{(1)} = R_2/L$ ;  $L = (1/G_1^{(1)}) + (1/G_2^{(1)}) + R_{\text{г}}$ .

Подсистема второго порядка:

$$K_{\text{уг}}^{(2)} + K_{\text{ул}}^{(2)} + K_{\text{у2}}^{(2)} = 0, \quad K_i^{(2)} = G_2^{(1)} K_{\text{у2}}^{(2)} + \gamma_2,$$

$$K_i^{(2)} = G_1^{(1)} K_{\text{ул}}^{(2)} + \gamma_1, \quad K_{\text{уг}}^{(2)} = R_{\text{г}} K_i^{(2)},$$

где  $\gamma_1 = G_1^{(2)} [K_{\text{ул}}^{(1)}]^2$ ;  $\gamma_2 = G_2^{(2)} [K_{\text{у2}}^{(1)}]^2$ , откуда  $K_i^{(2)} = (\gamma_1 R_1 + \gamma_2 R_2)/L$ ;

$$K_{\text{ул}}^{(2)} = (\gamma_1 R_2 - \gamma_2 (R_{\text{г}} + R_2))/LR_1; \quad K_{\text{у2}}^{(2)} = K^{(2)} = (\gamma_1 R_1 - \gamma_2 (R_{\text{г}} + R_2))/LR_2.$$

Подсистема третьего порядка:

$$K_{\text{уг}}^{(3)} + K_{\text{ул}}^{(3)} + K_{\text{у2}}^{(3)} = 0, \quad K_i^{(3)} = G_2^{(1)} K_{\text{у2}}^{(3)} + \beta_2,$$

$$K_i^{(3)} = G_1^{(1)} K_{\text{ул}}^{(3)} + \beta_1, \quad K_{\text{уг}}^{(3)} = R_{\text{г}} K_i^{(3)},$$

где  $\beta_1 = G_1^{(3)} [K_{\text{ул}}^{(1)}]^3 + 2G_1^{(2)} K_{\text{ул}}^{(1)} K_{\text{ул}}^{(2)}$ ;  $\beta_2 = G_2^{(3)} [K_{\text{у2}}^{(1)}]^3 + 2G_2^{(2)} K_{\text{у2}}^{(1)} K_{\text{у2}}^{(2)}$ ,

откуда  $K_i^{(3)} = (\beta_1 R_1 + \beta_2 R_2)/L$ ;  $K_{\text{ул}}^{(3)} = (\beta_1 R_2 - \beta_2 (R_{\text{г}} + R_2))/LR_1$ ;

$$K_{\text{у2}}^{(3)} = K^{(3)} = (\beta_1 R_1 - \beta_2 (R_{\text{г}} + R_2))/LR_2^{-1}.$$

*Тракты с нелинейностью комплексного характера.* Определение передаточной характеристики тракта для рассматриваемого случая можно осуществить:

1) в общем случае, получив в результате анализа (см. 2.3.2) ядра  $K(p_1)$ ,  $K(p_1, p_2)$ ,  $K(p_1, p_2, p_3)$ ;

2) для конкретного частного воздействия (передаточная характеристика для частных нелинейных критериев  $K_{\text{гн}}$ ,  $K_{\text{пер}}$  и т. д.).

В первом случае процедура анализа, описанная выше, дополняется следующими операциями:

а) к компонентным уравнениям для резистивных элементов добавляются уравнения для реактивных элементов (поз. 8, 9 в табл. 2.3), произвольных нелинейных операторов (поз. 2—7) и четырехполюсников (поз. 10, 11);

б) составленные таким образом подсистемы последовательно решаются относительно ядра искомой переменной.

При определении отклика на частное воздействие возможны два способа анализа. Во-первых, путем подстановки в найденные характеристики ядер переменных  $p_i$ , соответствующих искомому критерию [см. (2.20) — (2.30)]. Требуемая процедура симметризации ядер может быть выполнена на различных этапах анализа:

при составлении подсистем уравнений или после их решения, т. е. применительно к найденному ядру.

Как следует из анализа табл. 2.3, симметризация ядер 2-го порядка, образующих описание всех компонент цепи, оказывается достаточной для симметризации искомого ядра передаточной функции 2-го порядка. Для ядра 3-го порядка требуется дополнительно симметризовать выражение вида  $2K_1(p_1, p_2 + p_3) K_x(p_1) K_x(p_2, p_3)$ .

Так как  $K_1(p_1, p_2 + p_3)$  для емкостных и индуктивных нелинейных элементов симметризовано (поз. 8 и 9 табл. 2.3), то вместо выражения  $K_x(p_1) K_x(p_2, p_3)$  и ему аналогичных необходимо во всех уравнениях подставить  $[K_x(p_1) K_x(p_2, p_3) + K_x(p_2) K_x(p_1, p_3) + K_x(p_3) K_x(p_1, p_2)]/3$ .

На практике для анализа сложных трактов более удобен второй способ определения отклика на частное воздействие. Он заключается в том, что характер воздействия учитывается заранее в каждом компонентном уравнении в соответствии с процедурой подстановки, указанной в табл. 2.2, или выражениями (2.20) — (2.30). В этом случае компонентные уравнения справедливы лишь для конкретного воздействия, однако они упрощаются сравнительно с общим случаем, что упрощает выражение для отклика тракта.

Для практических расчетов удобно использовать табл. 2.5 (в случае расчетов  $K_{Г2}$  и  $K_{Г3}$ ) и табл. 2.6 (в случае расчетов  $K_{пер}$ ,  $K_{21}$ ,  $K_{11}$ ,  $K_{Г(ог)}$ ,  $K_{бл}$ ). Подсистемы составляются и решаются последовательно, как обычно, от низших порядков к высшим.

Порядок определения характеристик соответствующих нелинейных критериев следующий.

Для коэффициентов гармоник  $K_{Г2}$ ,  $K_{Г3}$ :

- 1) аналогично случаю нелинейности резистивного характера составляются подсистемы уравнений для резистивных элементов [пп. а), б), в)];

- 2) к полученным подсистемам, используя табл. 2.5, добавляют компонентные уравнения для реактивных элементов;

- 3) подсистемы последовательно решаются относительно ядер выходного напряжения (тока);

- 4) в соответствии с (2.20), (2.21) определяется передаточная характеристика  $K_{Г2}$  или  $K_{Г3}$ .

Для коэффициента взаимной модуляции  $K_{11}$ :

- 1) см. пп. а), б) для нелинейности резистивного характера;

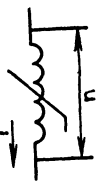
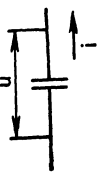

- 2) используя табл. 2.6 (поз.  $K_{11}$ ), к составленным в п. 1 подсистемам добавляются компонентные уравнения 2-го порядка;

- 3) характеристики ядер 1-го порядка на частотах помех  $\omega_1$  и  $\omega_2$ , входящие в выражения для ядра 2-го порядка, определяются аналогично  $K_{Гn}$  для ядра 1-го порядка;

- 4) полученные подсистемы решаются относительно ядер выходного тока (напряжения);

- 5) в соответствии с (2.27) определяется передаточная характеристика  $K_{11}$ .

ТАБЛИЦА 2.5

№ п/п	Вид элемента	Порядок подсистем	Компонентные уравнения	Обозначения	Первичные параметры элемента
1	Нелинейная емкость (см. рисунок табл. 2.6, стр. 78) $i = C(u) \frac{du}{dt}$	1 2 3	$K_i^{(1)} = j \omega C_0 K_u^{(1)}$ $K_i^{(2)} = 2 j \omega C_0 K_u^{(2)} + \gamma_1$ $K_i^{(3)} = 3 j \omega C_0 K_u^{(3)} + \beta_1$	$\gamma_1 = j \omega C_1 [K_u^{(1)}]^2$ , $\beta_1 = j \omega C_2 [K_u^{(1)}]^3 +$ $+ 3 j \omega C_1 K_u^{(1)} K_u^{(2)}$	$C_0, C_1, C_2$ — коэффициенты ряда $C(u) = C_0 + C_1 u + C_2 u^2$
2	Нелинейная индуктивность  $u = L(i) \frac{di}{dt}$	1 2 3	$K_u^{(1)} = j \omega L_0 K_i^{(1)}$ $K_u^{(2)} = 2 j \omega L_0 K_i^{(2)} + \lambda_1$ $K_u^{(3)} = 3 j \omega L_0 K_i^{(3)} + \theta_1$	$\lambda_1 = j \omega L_1 [K_i^{(1)}]^2$ , $\theta_1 = j \omega L_2 [K_i^{(1)}]^3 +$ $+ 3 j \omega L_1 K_i^{(1)} K_i^{(2)}$	$L_0, L_1, L_2$ — коэффициенты ряда $L(i) = L_0 + L_1 i + L_2 i^2$
3	Линейная емкость  $i = C_0 \frac{du}{dt}$	1 2 3	$K_i^{(1)} = j \omega C_0 K_u^{(1)}$ $K_i^{(2)} = 2 j \omega C_0 K_u^{(2)}$ $K_i^{(3)} = 3 j \omega C_0 K_u^{(3)}$	—	$C_0$ — линейная емкость
4	Линейная индуктивность  $i = L_0 \frac{di}{dt}$	1 2 3	$K_u^{(1)} = j \omega L_0 K_i^{(1)}$ $K_u^{(2)} = 2 j \omega L_0 K_i^{(2)}$ $K_u^{(3)} = 3 j \omega L_0 K_i^{(3)}$	—	$L_0$ — линейная индуктивность



Для критериев  $K_{21}$ ,  $K_{\text{пер}}$ ,  $K_{\Gamma(\text{ор})}$ :

1) см. пп. а), б) для нелинейности резистивного характера;  
2) используя табл. 2.6 (поз.  $K_{21}$ ,  $K_{\text{пер}}$ ,  $K_{\Gamma(\text{ор})}$ ), к составленным в п. 1 подсистемам добавляются компонентные уравнения 3-го порядка;

3) характеристики ядер 1-го порядка на заданных частотах  $\omega_1$ ,  $\omega_2$ ,  $\omega$ ,  $\omega_{\text{п}}$ , входящие в выражения для ядер 3-го порядка, определяются аналогично  $K_{\Gamma n}$  для ядра 1-го порядка;

4) характеристики ядер 2-го порядка, входящие в выражения для ядер 3-го порядка от соответствующих аргументов, определяются аналогично  $K_{11}$  при подстановке в  $K_{11}$  соответствующих частот вместо  $\omega_1$ ,  $\omega_2$  (см. табл. 2.6):

для  $K_{\text{пер}}$ :  $\omega_1 = \omega_{\text{п}}$ ,  $\omega_2 = -\omega_{\text{п}}$ ,

$\omega_1 = \omega_{\text{с}}$ ,  $\omega_2 = -\omega_{\text{п}}$ ,

$\omega_1 = \omega_{\text{с}}$ ,  $\omega_2 = -\omega_{\text{п}}$ ;

для  $K_{\Gamma(\text{ор})}$ :  $\omega_1 = \omega$ ,  $\omega_2 = -\omega$ ,

$\omega_1 = \omega$ ,  $\omega_2 = \omega$ ;

для  $K_{21}$ :  $\omega_1 = \omega_1$ ,  $\omega_2 = \pm \omega_2$ ;

$\omega_1 = \omega_1$ ,  $\omega_2 = \omega_1$ ;

5) составленные подсистемы решаются относительно ядер выходного напряжения (тока);

6) в соответствии с (2.23), (2.25), (2.29) определяется передаточная характеристика соответствующего критерия.

Таким образом, процедура составления подсистем уравнений оказывается достаточно простой и унифицированной для сколь угодно сложного тракта, основана на использовании готовых результатов (приведенных в табл. 2.4—2.6) и не требует дополнительных расчетов.


2. Метод использования универсального алгоритма решения подсистем. Из анализа подсистемы (2.68) следует, что для тракта, содержащего  $n$  двухполюсных нелинейных компонент, структура искоемых ядер высших порядков, начиная со 2-го, следующая:


$$K_{\text{и вых}}(p_1, p_2, \dots, p_k) = \sum_{i=1}^n f_i K_{\text{пер}} \left( \sum_{i=1}^k p_i \right). \quad (2.72)$$


В (2.72)  $f_i$  — функция  $p_1, p_2, \dots, p_k$ , представляющая собой правые части уравнений (2.68);  $K_{\text{пер}}(p)$  — некоторая линейная передаточная функция, способ определения которой дан в [12, 47].




Для ядра 2-го порядка

$$f_{i2} = K'_i(p_1, p_2) K_{xi}(p_1) K_{xi}(p_2); \quad (2.73)$$

№ п/п	Вид элемента	Вид критерия	Поря- док ядра	Компонентное уравнение	Обозначения
1	2	3	4	5	6
1	Нелинейная емкость    $i = C(u) \frac{du}{dt}$	$K_{\text{пер}} = 2K_{\text{бл}}$	3	$K_i = j\omega_c C_0 K_u + j\omega_c \frac{C_2}{3} K_u(j\omega_c) \times$ $\times K_u(j\omega_n) K_u(-j\omega_n) + \gamma_2$	$\gamma_2 = j\omega_c \frac{C_1}{3} [K_u(j\omega_c) K_u(j\omega_n),$ $-j\omega_n) + K_u(j\omega_n) K_u(j\omega_c, -j\omega_n) +$ $+ K_u(-j\omega_n) K_u(j\omega_c, j\omega_n)]$
		$K_r(\text{от})$	3	$K_i = j\omega C_0 K_u + \frac{1}{3} j\omega C_2 K_u^2(j\omega) \times$ $\times K_u(-j\omega) + \gamma_3$	$\gamma_3 = \frac{1}{2} j\omega C_1 [K_u(j\omega) K_u(j\omega,$ $-j\omega) + K_u(-j\omega) K_u(j\omega, j\omega)]$
		$K_{11}$	2	$K_i = j(\omega_1 \pm \omega_2) C_0 K_u + \gamma_4$	$\gamma_4 = \frac{1}{2} j(\omega_1 \pm \omega_2) C_1 K_u(j\omega_1) \times$ $\times K_u(\pm j\omega_2)$
		$K_{21}$	3	$K_i = j(2\omega_1 \pm \omega_2) C_0 K_u + \frac{1}{3} j(2\omega_1 \pm$ $\pm \omega_2) C_2 K_u^2(j\omega_1) K_u(\pm j\omega_2) + \gamma_5$	$\gamma_5 = \frac{1}{2} j(2\omega_1 \pm \omega_2) C_1 [K_u(j\omega_1) \times$ $\times K_u(j\omega_1, \pm j\omega_2) + K_u(\pm j\omega_2) \times$ $\times K_u(j\omega_1, j\omega_1)]$

1	2	3	4	5	6
2	Нелинейная индуктивность	$K_{\text{пер}}$	3	$K_u = j\omega_c L_0 K_i + j\omega_c \frac{L_2}{3} K_i(j\omega_c) \times$ $\times K_i(j\omega_n) K_i(-j\omega_n) + \beta_2$	$\beta_2 = j\omega_c \frac{L_1}{3} [K_i(j\omega_c) K_i(j\omega_n, -j\omega_n) +$ $+ K_i(j\omega_n) K_i(j\omega_c, -j\omega_n) +$ $+ K_i(-j\omega_n) K_i(j\omega_c, j\omega_n)]$
		$K_r \text{ (or)}$	3	$K_u = j\omega L_0 K_i + \frac{1}{3} j\omega L_2 K_i^2(j\omega) \times$ $\times K_i(-j\omega) + \beta_3$	$\beta_3 = \frac{1}{2} j\omega L_1 [K_i(j\omega) K_i(j\omega, -j\omega) +$ $+ K_i(-j\omega) K_i(j\omega, j\omega)]$
	$u = L(i) \frac{di}{dt}$	$K_{11}$	2	$K_u = j(\omega_1 \pm \omega_2) L_0 K_i + \beta_4$	$\beta_4 = \frac{1}{2} j(\omega_1 \pm \omega_2) L_1 K_i(j\omega_1) K_i(\pm j\omega_2)$
		$K_{21}$	3	$K_u = j(2\omega_1 \pm \omega_2) L_0 K_i + \frac{1}{3} j(2\omega_1 \pm$ $\pm \omega_2) L_2 K_i^2(j\omega_1) K_i(\pm j\omega_2) + \beta_5$	$\beta_5 = \frac{1}{2} j(2\omega_1 \pm \omega_2) L_1 [K_i(j\omega_1) \times$ $\times K_i(j\omega_1, \pm j\omega_2) + K_i(\pm j\omega_2) \times$ $\times K_i(j\omega_1, j\omega_1)]$

1	2	3	4	5	6
3	<p>Нелнейный рез истор</p>  <p><math>i = f(u)</math></p>	$K_{\text{пер}}$	3	$K_i = GK_u + G' K_u(j\omega_c) \times$ $\times K_u(j\omega_n) K_u(-j\omega_n) + v_1$	$v_1 = \frac{2}{3} G' [K_u(j\omega_c) K_u(j\omega_n, -j\omega_n) +$ $+ K_u(j\omega_n) K_u(j\omega_c, -j\omega_n) +$ $+ K_u(-j\omega_n) K_u(j\omega_n, j\omega_c)]$
		$K_r \text{ (ор)}$	3	$K_i = GK_u + G' K_u^2(j\omega) K_u(-j\omega) + v_2$	$v_2 = G' [K_u(j\omega) K_u(j\omega, -j\omega) +$ $+ K_u(-j\omega) K_u(j\omega, j\omega)]$
		$K_{11}$	2	$K_i = GK_u + v_3$	$v_3 = G' K_u(j\omega_2) K_u(j\omega_2)$
		$K_{21}$	3	$K_i = GK_u + G' K_u^2(j\omega_1) K_u(\pm j\omega_2) + v_4$	$v_4 = G' [K_u(j\omega_1) K_u(j\omega_1, \pm j\omega_2) +$ $+ K_u(\pm j\omega_2) K_u(j\omega_1, j\omega_1)]$

1	2	3	4	5	6
4	Линейная емкость  $i = C_0 \frac{du}{dt}$	$K_{пер}$ $K_r (оп)$ $K_{11}$ $K_{21}$	3 3 2 3	$K_t = j \omega C_0 K_u$ $K_t = j \omega C_0 K_u$ $K_t = j (\omega_1 \pm \omega_2) C_0 K_u$ $K_t = j (2 \omega_1 \pm \omega_2) C_0 K_u$	—
5	Линейная индуктивность  $u = L_0 \frac{di}{dt}$	$K_{пер}$ $K_r (оп)$ $K_{11}$ $K_{21}$	3 3 2 3	$K_u = j \omega L_0 K_t$ $K_u = j \omega L_0 K_t$ $K_u = j (\omega_1 \pm \omega_2) L_0 K_t$ $K_u = j (2 \omega_1 \pm \omega_2) L_0 K_t$	—
6	Линейный резистор  $i = Gu$	$K_{пер}$ $K_r (оп)$ $K_{11}$ $K_{21}$	3 3 2 3	$K_t = G K_u$ $K_t = G K_u$ $K_t = G K_u$ $K_t = G K_u$	—

для ядра 3-го порядка

$$f_{i3} = K''_i(p_1, p_2, p_3) K_{xi}(p_1) K_{xi}(p_2) K_{xi}(p_3) + 2K'_i(p_1, p_2 + p_3) K_{xi} \times \\ \times (p_1) K_{xi}(p_2, p_3) \text{ и т. д.};$$

$K'$ ,  $K''$  — ядра 2-го и 3-го порядков нелинейных зависимостей  $y = L[x]$ , описывающих  $i$ -е двухполюсники;  $K_{xi}(p_1)$ ,  $K_{xi}(p_1, p_2)$  — ядра 1-го и 2-го порядков напряжений (токов), являющихся аргументами для зависимости  $y = L[x]$ .

Способ определения  $K_{\text{пер}}(p)$  сводится к следующему. В соответствии с табл. 2.7 последовательно или параллельно каждому  $i$ -му нелинейному элементу включается вспомогательный генератор  $I_{г.э}(E_{г.э})$ . Коэффициент  $K_{\text{пер}}(p)$  определяется как коэффициент линейной передачи от  $I_{г.э}(E_{г.э})$  до выходной координаты тракта:

$$K_{\text{пер}}(p) = \frac{u_{\text{вых}}(p) [I_{\text{вых}}(p)]}{I_{г.э}(p) [E_{г.э}(p)]}.$$

Для определения  $K_{xi}(p_2, p_3)$  в случае ядра 3-го порядка следует условно считать координату  $x_i$  выходной координатой. Тогда в соответствии с (2.72)

$$K_x(p_2, p_3) = \sum_{i=1}^n f_{i2} K'_{\text{пер}}(p_2 + p_3),$$

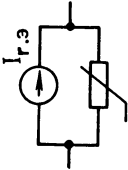
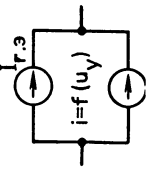
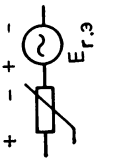
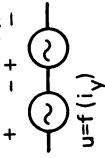
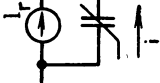
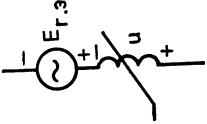
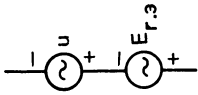
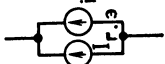
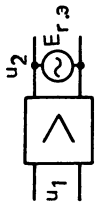
где  $K'_{\text{пер}}$  — коэффициент передачи от  $I_{г.э}(E_{г.э})$  к координате  $x_i$ .

Выражения вида (2.72) можно рассматривать как универсальные алгоритмы для расчета ядер любой цепи, содержащей двухполюсные компоненты. Так как в последние формулы входят линейные передаточные функции, то для их определения можно использовать методы анализа линейных цепей, минимизирующие число вычислительных операций (метод графов, составление оптимальных описывающих систем, достаточно разработанные оперативные способы их решения и т. д.), не требующие в ряде случаев составления, а также решения описывающей системы.

Как следует из структуры (2.72), вклад  $i$ -го нелинейного элемента в выходном эффекте определяемого порядка обусловлен нелинейными параметрами того же порядка, известными линейными передаточными функциями, а для ядер высших ( $n$ -х) порядков, начиная с 3-го, — продуктами нелинейных преобразований низших порядков ( $n-1$ ,  $n-2$ , ...), содержащихся в управляющем токе (напряжений)  $i$ -го элемента. Последнее связано с взаимодействием в нелинейном элементе колебаний низших порядков, порождающих колебания высших порядков.

Последний фактор не подлежит учету только в частных случаях. Так, для ядра 3-го порядка в соответствии с (2.73) это отвеча-

ТАБЛИЦА 2.7

Вид нелинейного элемента	Резистор (управляемый генератор)	Резистор (управляемый генератор)	Емкость	Индуктивность	Управляемые генераторы	Однонаправленное звено
Уравнение НЭ	$i = f(u)$ $[i = f(u_y)]$	$u = f(i)$ $[u = f(i_y)]$	$i = C(u) \frac{du}{dt}$	$u = L(i) \frac{di}{dt}$	$u = f(u_y)$ $i = f(i_y)$	$u_2 = f(u_1)$
Схема включения генератора ( $I_{r,э}$ , $E_{r,э}$ )	 	 			 	

ет условию

$$| K_i''(p_1, p_2, p_3) K_{xi}(p_1) K_{xi}(p_2) K_{xi}(p_3) | \gg | 2K_i(p_1, p_2 + p_3) K_{xi}(p_1) \times \\ \times \sum_{i=1}^n f_{i2} K_{\text{пер}}(p_1 + p_2) | , \quad (2.74)$$

что в свою очередь характерно для малых величин параметров 2-го порядка  $K_i''(p_1, p_2)$  или малых линейных коэффициентов передачи в (2.74) для исследуемого продукта нелинейного преобразования. Примеры структур, удовлетворяющих (2.74), приведены в гл. 6.

Использование универсального алгоритма (2.72) сводится к следующим процедурам:

1) для каждого нелинейного элемента определяются линейные коэффициенты передачи  $K_{xi}(p) \rightarrow K_{ui}(p)$  или  $K_i(p)$  и  $K_{\text{пер}}(p)$  (см. выше);

2) для всех  $n$  нелинейных элементов определяются  $f_{i2}$  и  $f_{i3}$ : в общем виде согласно (2.73) или для частных воздействий согласно табл. 2.4—2.6;

3) в соответствии с (2.72) определяются ядро искомого порядка или отклик на частоте воздействия [(2.20) — (2.30)].

Для резистивных цепей  $K_{xi}(p)$  и  $K_{\text{пер}}(p)$  вычисляются аналогично, однако являются вещественными.

3. *Метод «генератора искажений».* Как известно, метод «генератора искажений» предполагает раздельное определение интересующих нелинейных колебаний, возникающих в месте включения каждого нелинейного элемента, и последующий линейный перенос этих колебаний как некоторых воображаемых генераторов на выход тракта [48]. Таким образом, отклик тракта формируется из линейной компоненты в предположении, что тракт линеен, и компонент, обусловленных передачами колебаний ряда «генераторов искажений», размещенных в местах включения каждого нелинейного элемента.

Умножив (2.72) соответственно на  $\varepsilon(p_1)\varepsilon(p_2)$  и  $\varepsilon(p_1)\varepsilon(p_2)\varepsilon(p_3)$  и добавив линейную компоненту отклика  $K_1(p_1)\varepsilon(p_1)$ , где  $K_1(p_1)$  — линейный коэффициент передачи тракта, находим величину изображения тока (напряжения) на выходе тракта:

$$Y_{\text{вых}}(p_1, p_2, \dots) = K_1(p_1)\varepsilon(p_1) + \sum_{i=1}^n E_{\text{г.н}i}(p_1, p_2) K_{\text{пер}i}(p_1 + p_2) + \\ + \sum_{i=1}^n E_{\text{г.н}i}(p_1, p_2, p_3) K_{\text{пер}i}(p_1 + p_2 + p_3) + \dots, \quad (2.75)$$

где эквивалентные «генераторы искажений» могут быть определены как



$$\left. \begin{aligned} E_{r,ni}(p_1, p_2) &= \varepsilon(p_1) \varepsilon(p_2) f_{i2}(p_1, p_2); \\ E_{r,ni}(p_1, p_2, p_3) &= \varepsilon(p_1) \varepsilon(p_2) \varepsilon(p_3) f_{i3}(p_1, p_2, p_3). \end{aligned} \right\} \quad (2.76)$$

Для конкретных воздействий  $p_1, p_2, p_3$  выбираются в соответствии с табл. 2.2. Полученные выражения (2.75), (2.76) справедливы для любых, а не только гармонических воздействий, как это принято в [48]. Поэтому эти выражения представляют собой обобщение метода «генератора искажений» на случай произвольного воздействия.

Нетрудно видеть, что этот метод при строгом его применении повторяет метод п. 2, поэтому процедура использования метода аналогична приведенной. Следует отметить, что все описанные способы получения нелинейной передаточной характеристики равноценны по окончательному результату, так как основаны на строгом решении системы нелинейных дифференциальных уравнений тракта с помощью операторного метода. Однако в некоторых случаях можно отдать предпочтение одному из методов. Например, для простых цепей удобен метод использования универсального алгоритма подсистем или метод «генератора искажений», наоборот, для сложных цепей предпочтительны прямой метод и его машинный вариант [47]. Примеры использования разных методов будут приведены далее.

## 2.4. Нелинейные модели компонентов тракта

### 2.4.1. НЕЛИНЕЙНЫЕ ЧЕТЫРЕХПОЛЮСНИКИ И ИХ СВОЙСТВА

1. *Приведение к эквивалентному нелинейному четырехполюснику.* В § 2.4 кратко рассмотрены некоторые полезные свойства нелинейных четырехполюсников, относящихся к цепям класса Вольterra—Винера [12]. Одной из операций, широко применяемой при расчетах линейных цепей, является операция приведения к эквивалентному четырехполюснику. Известно, что для типовых соединений линейных четырехполюсников справедливо правило суммирования их матриц, если они относятся к определенным системам: для рис. 2.8а— $Y$ , рис. 2.8б— $H$ , рис. 2.8в— $Z$ , рис. 2.8г— $F$ . Рассмотрим приведенные к эквивалентному нелинейному четырехполюснику цепи класса Вольterra — Винера.

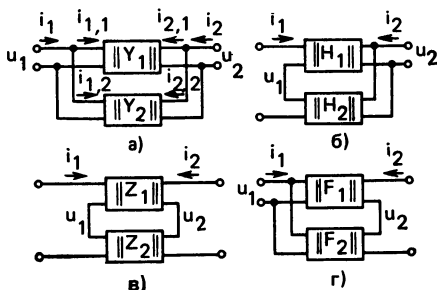


Рис. 2.8. Виды соединений двух четырехполюсников

В (2.45), (2.46) были приведены матричные формы записи токов и напряжений вида

$$\|Y\| = \|W\| \cdot \left\| \prod X_1 X_2 \right\|.$$

Применяя законы Кирхгофа к схемам на рис. 2.8, нетрудно доказать следующее важное правило. Если для некоторого соединения четырехполюсников справедлив закон суммирования матриц линейных параметров, то он соответственно справедлив для матриц ядер любых других порядков.

Действительно, например, для схемы рис. 2.8а имеем:

$$\begin{aligned} i_1 &= i_{1,1} + i_{1,2}; \quad i_2 = i_{2,1} + i_{2,2}, \quad \text{откуда} \quad \|I\| = \|Y_1\| \cdot \left\| \prod U_1 U_2 \right\| + \\ &+ \|Y_2\| \cdot \left\| \prod U_1 U_2 \right\| = \|Y\| \cdot \left\| \prod U_1 U_2 \right\|, \quad \text{где} \quad \|Y\| = \|Y_1\| + \\ &+ \|Y_2\|, \quad \text{т. е.} \\ Y'_{11} &= Y'_{11,1} + Y'_{11,2}; \quad Y'_{21} = Y'_{21,1} + Y'_{21,2} \quad \text{и т. д.} \end{aligned} \quad (2.77)$$

**2. Неопределенные матрицы нелинейного трехполюсника.** Ряд усилительных приборов (электронная лампа, биполярный транзистор, полевой транзистор и т. д.) представляется эквивалентными трехполюсниками (см. рис. 2.5). В зависимости от того, какой электрод трехполюсника является общим (1, 2 или 3), можно изменять свойства одного и того же усилительного прибора. Целесообразно иметь матрицу трехполюсника, из которой можно получить частные матрицы, соответствующие разным позициям общего электрода. Эту матрицу можно использовать также для расчета сложных схем. В теории линейных цепей полная матрица трехполюсника называется неопределенной или «плавающей».

В общем случае трехполюсник характеризуется тремя независимыми уравнениями и полными матрицами 1, 2 и 3-го порядков (2.47) — (2.49).

В [12] получены неопределенные матрицы нелинейного четырехполюсника, в которых все элементы  $Y_{ik}$  относятся к случаю общего электрода 3 (см. рис. 2.5):

$$\begin{aligned} \|Y\|_{(p_1, p_2)} &= \left\| \begin{array}{cccccc} Y'_{11} & Y_{cm1} & -C_1 & Y'_{12} & -C_2 & C_3 \\ Y'_{21} & Y_{cm2} & -C_4 & Y'_{22} & -C_5 & C_6 \end{array} \right\|_{(p_1, p_2)}; \\ \|Y\|_{(p_1, p_2, p_3)} &= \left\| \begin{array}{ccccccc} Y''_{11} & Y'_{cm1} & Y''_{cm1} & -D_1 - D_2 & D_3 & Y''_{12} \\ Y''_{21} & Y'_{cm2} & Y''_{cm2} & -D_7 - D_8 & D_9 & Y''_{22} \\ -D_{13} - D_{14} & -D_{15} & D_{16} & D_{17} - D_{18} - D_{19} \end{array} \right\| \end{aligned}$$

$$\left\| \begin{array}{ccc} -D_4 & D_5 & -D_6 \\ -D_{10} & D_{11} & -D_{12} \\ D_{20} & -D_{21} & D_{22} \end{array} \right\|_{(p_1, p_2, p_3)}, \quad (2.78)$$

где  $Y_{ik}$  — параметры в схеме с общим электродом 3:

$$C_1 = 2Y'_{11} + Y_{cm1}; \quad C_2 = 2Y'_{12} + Y_{cm1}; \quad C_3 = Y'_{11} + Y'_{12} + Y_{cm1};$$

$$C_4 = 2Y'_{21} + Y_{cm2};$$

$$C_5 = 2Y'_{22} + Y_{cm2}; \quad C_6 = Y'_{21} + Y'_{22} + Y_{cm2}; \quad C_7 = Y'_{11} + Y'_{21}; \quad C_8 = Y_{cm1} + Y_{cm2};$$

$$C_9 = C_1 + C_4; \quad C_{10} = Y'_{12} + Y'_{22}; \quad C_{11} = C_2 + C_5; \quad C_{12} = C_3 + C_6;$$

$$D_1 = 3Y''_{11} + Y''_{cm1}; \quad D_2 = 2(Y'_{cm1} + Y''_{cm1}); \quad D_3 = 3Y''_{11} + 2Y'_{cm1} + Y''_{cm1};$$

$$D_4 = 3Y''_{12} + Y''_{cm1}; \quad D_5 = 3Y''_{12} + Y'_{cm1} + 2Y''_{cm1}; \quad D_6 = Y''_{11} + Y'_{12} + Y'_{cm1} + Y''_{cm1};$$

$$D_7 = 3Y''_{21} + Y'_{cm2}; \quad D_8 = 2(Y'_{cm2} + Y''_{cm2}); \quad D_9 = 3Y''_{21} + 2Y'_{cm2} + Y''_{cm2};$$

$$D_{10} = 3Y''_{22} + Y''_{cm2}; \quad D_{11} = 3Y''_{22} + Y'_{cm2} + 2Y''_{cm2}; \quad D_{12} = Y''_{21} + Y''_{22} + Y'_{cm2} + Y''_{cm2};$$

$$D_{13} = Y''_{11} + Y'_{21}; \quad D_{14} = Y'_{cm1} + Y'_{cm2}; \quad D_{15} = Y''_{cm1} + Y''_{cm2}; \quad D_{16} = D_1 + D_7;$$

$$D_{17} = D_2 + D_8; \quad D_{18} = D_3 + D_9; \quad D_{19} = Y''_{12} + Y''_{22}; \quad D_{20} = D_4 + D_{10};$$

$$D_{21} = D_5 + D_{11}; \quad D_{22} = D_6 + D_{12}.$$

В случае ядра 1-го порядка

$$\| Y \|_{(p_1)} = \left\| \begin{array}{ccc} Y_{11} & Y_{12} & -(Y_{11} + Y_{12}) \\ Y_{21} & Y_{22} & -(Y_{21} + Y_{22}) \\ -(Y_{11} + Y_{21}) & -(Y_{12} + Y_{22}) & Y_{11} + Y_{12} + Y_{21} + Y_{22} \end{array} \right\|_{(p_1)}. \quad (2.79)$$

Для получения матриц нелинейного четырехполюсника при изменении общего электрода (2 или 3) следует руководствоваться такими правилами:

1) вычеркнуть в (2.78) строку, соответствующую номеру общего электрода;

2) вычеркнуть те столбцы, которые содержат в аргументах хотя бы один множитель, номер которого содержит общий электрод.

Примеры использования неопределенной матрицы приведены в гл. 4.

3. Приведение к эквивалентному четырехполюснику цепей, содержащих двухполюсники. В [12] найдены матрицы высших по-

рядков ряда соединений двухполюсников, характерных для некоторых эквивалентных схем, используемых при анализе приемно-усилительных трактов. Ниже приведены соответствующие соотношения, где  $W_i^{(k)}$  — ядра  $k$ -го порядка, определяющие функциональную связь тока и напряжения в  $i$ -м нелинейном двухполюснике:

а) Одноэлементная последовательная схема (рис. 2.9а). Описание в системе  $Y$ -параметров  $\|i\| = \|Y\| \cdot \|u\|$ :

$$Y_1^{(1)} \left\| \begin{array}{cc} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{array} \right\|_{(p_1)}, \quad Y_1^{(2)} \left\| \begin{array}{cc} 1 & -2 \\ -1 & 2 \end{array} \right\|_{(p_1, p_2)},$$

$$Y_1^{(3)} \left\| \begin{array}{ccc} 1 & -3 & 3 \\ -1 & 3 & -3 \\ & & 1 \end{array} \right\|_{(p_1, p_2, p_3)} \quad (2.80)$$

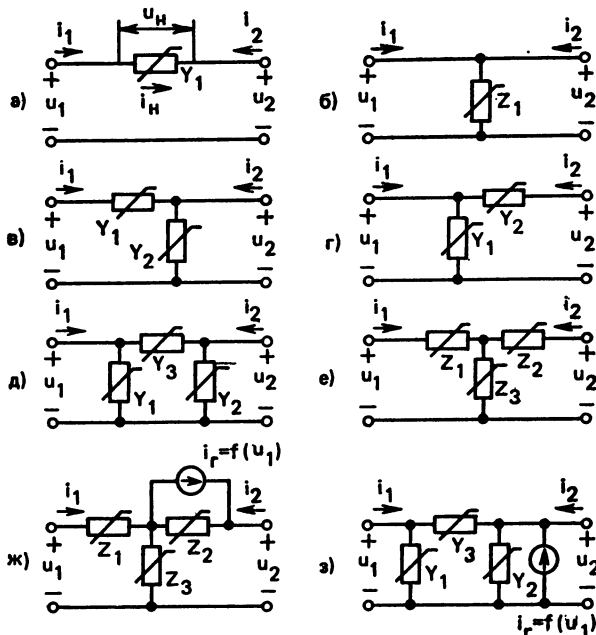


Рис. 2.9. Различные соединения нелинейных двухполюсников

б) Одноэлементная параллельная схема (рис. 2.9б) — в системе  $Z$ -параметров  $\|u\| = \|Z\| \cdot \|i\|$ :

$$Z_1^{(1)} \left\| \begin{array}{cc} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{array} \right\|_{(p_1)}, \quad Z_1^{(2)} \left\| \begin{array}{cc} 1 & 2 \\ 1 & 2 \end{array} \right\|_{(p_1, p_2)}, \quad Z_1^{(3)} \left\| \begin{array}{ccc} 1 & 3 & 3 \\ 1 & 3 & 3 \\ & & 1 \end{array} \right\|_{(p_1, p_2, p_3)}. \quad (2.81)$$

в) Двухэлементная Г-образная схема (рис. 2.9в) — в системе Y-параметров:

$$\begin{aligned}
 Y_1^{(1)} & \left\| \begin{array}{cc} 1 & -1 \\ -1 & 1 + Y_2^{(1)} [Y_1^{(1)}]^{-1} \end{array} \right\|_{(p_1)}, \\
 Y_1^{(2)} & \left\| \begin{array}{cc} 1-2 & 1 \\ -1 & 2 - 1 + Y_2^{(2)} [Y_1^{(2)}]^{-1} \end{array} \right\|_{(p_1, p_2)}, \\
 Y_1^{(3)} & \left\| \begin{array}{cc} 1-3 & 3 & -1 \\ -1 & 3-3 & 1 + Y_2^{(3)} [Y_1^{(3)}]^{-1} \end{array} \right\|_{(p_1, p_2, p_3)}.
 \end{aligned} \tag{2.82}$$

г) Двухэлементная Г-образная схема (рис. 2.9г) — в системе Y-параметров:

$$\begin{aligned}
 Y_2^{(1)} & \left\| \begin{array}{cc} 1 + Y_1^{(1)} [Y_2^{(1)}]^{-1} & -1 \\ -1 & 1 \end{array} \right\|_{(p_1)}, \\
 Y_2^{(2)} & \left\| \begin{array}{cc} -1 + Y_1^{(2)} [Y_2^{(2)}]^{-1} & 2 - 1 \\ 1 & -2 & 1 \end{array} \right\|_{(p_1, p_2)}, \\
 Y_2^{(3)} & \left\| \begin{array}{cc} 1 + Y_1^{(3)} [Y_2^{(3)}]^{-1} & -3 & 3 & -1 \\ -1 & 3 & -3 & 1 \end{array} \right\|_{(p_1, p_2, p_3)}.
 \end{aligned} \tag{2.83}$$

д) Трехэлементная П-образная схема (рис. 2.9д) — в системе Y-параметров:

$$\begin{aligned}
 Y_3^{(1)} & \left\| \begin{array}{cc} 1 + Y_1^{(1)} [Y_3^{(1)}]^{-1} & -1 \\ -1 & 1 + Y_2^{(1)} [Y_3^{(1)}]^{-1} \end{array} \right\|_{(p_1)}, \\
 Y_3^{(2)} & \left\| \begin{array}{cc} 1 + Y_1^{(2)} [Y_3^{(2)}]^{-1} & -2 & -1 \\ -1 & 2 & -1 + Y_2^{(2)} [Y_3^{(2)}]^{-1} \end{array} \right\|_{(p_1, p_2)}, \\
 Y_3^{(3)} & \left\| \begin{array}{cc} 1 + Y_1^{(3)} [Y_3^{(3)}]^{-1} & -3 & 3 & -1 \\ -1 & 3 & -3 & 1 + Y_2^{(3)} [Y_3^{(3)}]^{-1} \end{array} \right\|_{(p_1, p_2, p_3)}.
 \end{aligned} \tag{2.84}$$

е) Трехэлементная Т-образная схема (рис. 2.9е) — в системе Z-параметров:

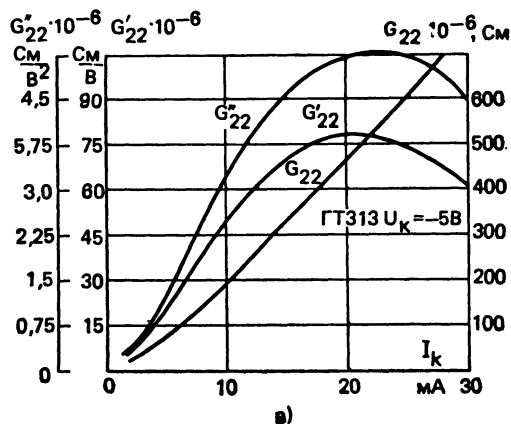
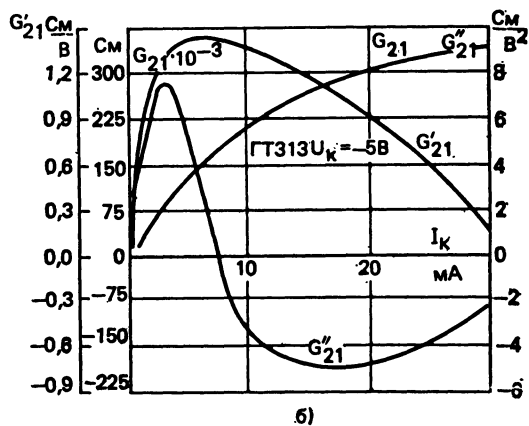
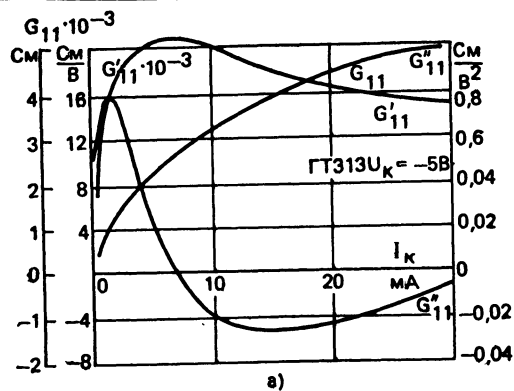
$$\begin{aligned}
 Z_3^{(1)} & \left\| \begin{array}{cc} 1 + Z_1^{(1)} [Z_3^{(1)}]^{-1} & 1 \\ 1 & 1 + Z_2^{(1)} [Z_3^{(1)}]^{-1} \end{array} \right\|_{(p_1)}, \\
 Z_3^{(2)} & \left\| \begin{array}{cc} 1 + Z_1^{(2)} [Z_3^{(2)}]^{-1} & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 1 + Z_2^{(2)} [Z_3^{(2)}]^{-1} \end{array} \right\|_{(p_1, p_2)}, \\
 Z_3^{(3)} & \left\| \begin{array}{cc} 1 + Z_1^{(3)} [Z_3^{(3)}]^{-1} & 3 & 3 & 1 \\ 1 & 3 & 3 & 1 + Z_2^{(3)} [Z_3^{(3)}]^{-1} \end{array} \right\|_{(p_1, p_2, p_3)}.
 \end{aligned} \tag{2.85}$$

ж) Четырехэлементная Т-образная схема (рис. 2.9ж) — в системе Z-параметров:

Параметр	Единица измерения	Биполярные транзисторы						
		маломощные			мощные			
		ОЭ	ОБ	ОК	ОЭ	ОБ	ОК	
$G_{21}$	См	$3,5 \cdot 10^{-2}$	$-3,5 \cdot 10^{-2}$	$-3,5 \cdot 10^{-2}$	1,9	-1,9	-1,9	
$G'_{21}$	См/В	0,7	0,7	-0,7	1,1	1,1	-1,1	
$G''_{21}$	См/В²	6,6	-6,6	-6,6	15	-15	-15	
$G_{11}$	См	$7,5 \cdot 10^{-4}$	$3,5 \cdot 10^{-2}$	$7,5 \cdot 10^{-4}$	0,1	2	0,1	
$G'_{11}$	См/В	$10^{-2}$	0,7	$10^{-2}$	-0,9	-1,1	-0,9	
$G''_{11}$	См/В²	$7 \cdot 10^{-2}$	6,6	$7 \cdot 10^{-2}$	-39	15	-39	
$G_{22}$	См	$1,3 \cdot 10^{-5}$	$1,3 \cdot 10^{-5}$	$3,5 \cdot 10^{-2}$	$1,1 \cdot 10^{-2}$	$1,1 \cdot 10^{-2}$	1,9	
$G'_{22}$	См/В	$3 \cdot 10^{-7}$	$3 \cdot 10^{-7}$	-0,66	$4 \cdot 10^{-4}$	$4 \cdot 10^{-4}$	-1,2	
$G''_{22}$	См/В²	$1,4 \cdot 10^{-7}$	$1,4 \cdot 10^{-7}$	6,6	$3,4 \cdot 10^{-6}$	$3,4 \cdot 10^{-6}$	15	
$G_{12}$	См	$10^{-6}$	$-1,3 \cdot 10^{-5}$	$-7,5 \cdot 10^{-4}$	—	—	—	
$G'_{12}$	См/В	$-3,6 \cdot 10^{-8}$	$-3,1 \cdot 10^{-7}$	$10^{-2}$	—	—	—	
$G''_{12}$	См/В²	$-3,7 \cdot 10^{-8}$	$-1,4 \cdot 10^{-7}$	$-6,7 \cdot 10^{-2}$	—	—	—	
$G_{CM1}$	См	$-1,3 \cdot 10^{-5}$	$3 \cdot 10^{-4}$	$-2 \cdot 10^{-2}$	—	—	—	
$G'_{CM1}$	См/В	$7 \cdot 10^{-4}$	$-3,7 \cdot 10^{-3}$	-0,2	—	—	—	
$G''_{CM1}$	См/В²	$-1,3 \cdot 10^{-5}$	$-5,4 \cdot 10^{-2}$	0,2	—	—	—	
$G_{CM2}$	См	$3 \cdot 10^{-4}$	$-3 \cdot 10^{-4}$	1,3	-0,2	0,2	2,3	
$G'_{CM2}$	См/В	$6,3 \cdot 10^{-2}$	$-3,7 \cdot 10^{-2}$	20	1,5	1,5	45	
$G''_{CM2}$	См/В²	$-5,4 \cdot 10^{-2}$	$5,4 \cdot 10^{-2}$	-20	$2,1 \cdot 10^{-3}$	$-2,1 \cdot 10^{-3}$	-45	

ТАБЛИЦА 2,8

Полевые транзисторы					
маломощные			мощные		
ОИ	ОЗ	ОС	ОИ	ОЗ	ОС
$3 \cdot 10^{-3}$	$-3 \cdot 10^{-3}$	$-3 \cdot 10^{-3}$	0,1	-0,1	-0,1
$-2,2 \cdot 10^{-3}$	$-2,2 \cdot 10^{-3}$	$2,2 \cdot 10^{-3}$	$1,9 \cdot 10^{-2}$	$1,9 \cdot 10^{-2}$	$-1,9 \cdot 10^{-2}$
0	$4 \cdot 10^{-4}$	$-4 \cdot 10^{-4}$	$8,5 \cdot 10^{-2}$	$-8,5 \cdot 10^{-2}$	$-8,5 \cdot 10^{-2}$
0	$3 \cdot 10^{-3}$	0	$1,6 \cdot 10^{-4}$	0,1	$1,6 \cdot 10^{-4}$
0	$2,2 \cdot 10^{-3}$	0	0	$-1,9 \cdot 10^{-2}$	0
0	$-4 \cdot 10^{-4}$	0	0	$8,5 \cdot 10^{-2}$	0
$10^{-5}$	$10^{-5}$	$3 \cdot 10^{-3}$	$10^{-3}$	$10^{-3}$	0,1
$4 \cdot 10^{-7}$	$4 \cdot 10^{-7}$	$2,2 \cdot 10^{-3}$	$5,6 \cdot 10^{-5}$	$5,6 \cdot 10^{-5}$	$-1,9 \cdot 10^{-3}$
$3 \cdot 10^{-8}$	$3 \cdot 10^{-8}$	$-4 \cdot 10^{-4}$	$4,5 \cdot 10^{-6}$	$4,5 \cdot 10^{-6}$	$8,5 \cdot 10^{-2}$
0	0	0	$3,4 \cdot 10^{-6}$	$-10^{-3}$	$-1,6 \cdot 10^{-4}$
0	$-4 \cdot 10^{-7}$	0	$3 \cdot 10^{-7}$	$-5,6 \cdot 10^{-5}$	0
0	$-3 \cdot 10^{-8}$	0	$2 \cdot 10^{-8}$	$-4,5 \cdot 10^{-6}$	0
0	$-1,5 \cdot 10^{-5}$	0	0	$-1,7 \cdot 10^{-3}$	0
0	$-4 \cdot 10^{-4}$	0	0	$-5,3 \cdot 10^{-2}$	0
0	$3,2 \cdot 10^{-6}$	0	0	$3,2 \cdot 10^{-4}$	0
$-1,5 \cdot 10^{-5}$	$1,5 \cdot 10^{-5}$	$-4,4 \cdot 10^{-3}$	$-1,8 \cdot 10^{-3}$	$1,8 \cdot 10^{-3}$	$3,8 \cdot 10^{-3}$
$-4 \cdot 10^{-4}$	$-4 \cdot 10^{-4}$	$-4 \cdot 10^{-4}$	$-5,2 \cdot 10^{-2}$	$-5,2 \cdot 10^{-2}$	0,23
$3,3 \cdot 10^{-6}$	$-3,3 \cdot 10^{-6}$	$8 \cdot 10^{-4}$	$-3,3 \cdot 10^{-4}$	$-3,3 \cdot 10^{-4}$	-0,23





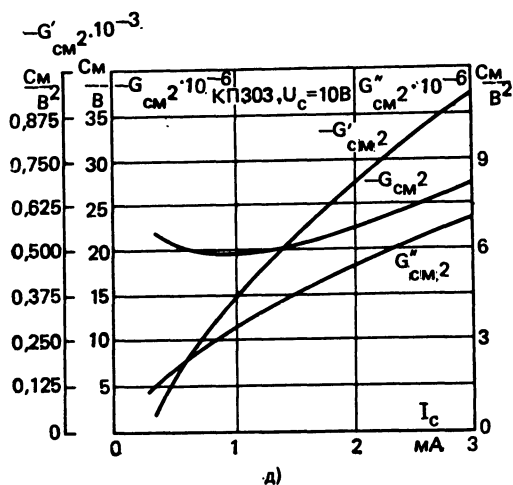
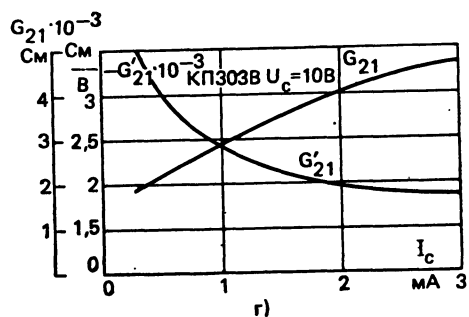


Рис. 2.10. Режимные зависимости параметров транзисторов:  
а, б, в — ГТЗ13; г, д — КП303В

$$\left. \begin{aligned} & \left\| \begin{array}{cc} Z_1^{(1)} + Z_3^{(1)} & Z_3^{(1)} \\ Z_2^{(1)} K_r^{(1)} + Z_3^{(1)} Z_2^{(1)} + Z_3^{(1)} & \end{array} \right\|_{(p_1)}, \\ & \left\| \begin{array}{cc} Z_1^{(2)} + Z_3^{(2)} & 2Z_3^{(2)} \\ A^{(2)} & 2[Z_2^{(2)} K_r^{(1)} + Z_3^{(2)}] \end{array} \right\|_{(p_1, p_2)}, \\ & \left\| \begin{array}{cc} Z_1^{(3)} + Z_3^{(3)} & 3Z_3^{(3)} \\ A^{(3)} & 3[Z_2^{(3)} K_r^{(1)} + Z_3^{(3)}] \end{array} \right\|_{(p_1, p_2, p_3)}, \end{aligned} \right\} \quad (2.86)$$

где  $A^{(2)} = Z_2^{(1)}(p_1 + p_2)K_r^{(2)} + Z_2^{(2)}K_r^{(2)}K_r^{(1)} + Z_3^{(2)}$ ;  $A^{(3)} = Z_2^{(1)}(p_1 + p_2 + p_3)K_r^{(3)} + 2Z_2^{(2)}(p_1, p_2 + p_3)K_r^{(2)}(p_1)K_r^{(2)}(p_2, p_3) + Z_2^{(3)}K_r^{(1)}(p_1)K_r^{(1)} \times \times (p_2)K_r^{(1)}(p_3) + Z_3^{(3)}$ ;  $B^{(3)} = 2Z_2^{(2)}(p_1 + p_2 + p_3)K_r^{(2)} + 3Z_2^{(3)}K_r^{(1)}(p_1) \times \times K_r^{(1)}(p_2) + 3Z_3^{(3)}$ ;  $K_r^{(i)}$  — ядра соответствующих порядков, определяющие связь зависимого генератора  $i_r$  и управляющего тока  $i_1$ , т. е.  $i_r = f(i_1)$ .

3) Четырехэлементная П-образная схема (рис. 2.9з) — в системе  $Y$ -параметров:

$$\left. \begin{aligned} & \left\| \begin{array}{cc} Y_1^{(1)} + Y_3^{(1)} & -Y_3^{(1)} \\ -[Y_3^{(1)} + K_r^{(1)}] & Y_2^{(1)} + Y_3^{(1)} \end{array} \right\|_{(p_1)}, \\ & \left\| \begin{array}{cc} Y_1^{(2)} + Y_3^{(2)} & -2Y_3^{(2)} \\ -[Y_3^{(2)} + K_r^{(3)}] & 2Y_3^{(2)} Y_2^{(2)} + Y_3^{(2)} \end{array} \right\|_{(p_1, p_2)}, \\ & \left\| \begin{array}{ccc} Y_1^{(3)} + Y_3^{(3)} & -3Y_3^{(3)} & 3Y_3^{(3)} \\ -[Y_3^{(3)} + K_r^{(3)}] & 3Y_3^{(3)} & -3Y_3^{(3)} Y_2^{(3)} + Y_3^{(3)} \end{array} \right\|_{(p_1, p_2, p_3)}. \end{aligned} \right\} \quad (2.87)$$

Здесь  $K_r^{(i)}$  — ядра соответствующих порядков, определяющие связь зависимого генератора  $i_r$  и управляющего напряжения  $u_1$ , т. е.  $i_r = f(u_1)$ .

#### 2.4.2. НЕЛИНЕЙНЫЕ МОДЕЛИ ТИПОВЫХ КОМПОНЕНТОВ РАДИОПРИЕМНЫХ И УСИЛИТЕЛЬНЫХ УСТРОЙСТВ

Нелинейным моделям компонентов приемно-усилительных устройств посвящена обширная литература (см., например, [49—51]). Поэтому здесь будут рассмотрены только вопросы использования моделей для расчетов трактов в основном в режиме несущественной нелинейности. Одной из моделей, используемых для этого режима, является модель нелинейного четырехполюсника с матрицами параметров (2.45), (2.46). Параметры модели могут быть получены экспериментально [12] или расчетным способом.

В табл. 2.8 приведены усредненные экспериментальные параметры матриц трех порядков для четырех классов современных транзисторов (биполярных и полевых как маломощных, так и мощных) во всех возможных схемах включения для области частот, где инерцией модели можно пренебречь.

На рис. 2.10 приведены режимные зависимости некоторых параметров биполярного транзистора ГТ313 (схема с ОЭ) и полевого транзистора КП303 (схема с ОИ).

Расчетный способ определения параметров моделей четырехполюсников может быть выполнен в двух вариантах:

1. По известной схеме модели и системе описывающих уравнений путем имитации режимов на внешних зажимах четырехполюсника, необходимых для определения соответствующих параметров [12]. Такие модели могут быть любой необходимой сложности.

2. Путем непосредственного использования матриц изученных четырехполюсников, близких по структуре к описываемым моделям (рис. 2.9). Параметры двухполюсных компонентов четырехполюсников получаются с помощью разложения характеристик соответствующих нелинейных зависимостей компонентов в степенные ряды.

Ниже на конкретных примерах иллюстрируются способы представления нелинейных свойств моделей, используемых в приемно-усилительных устройствах и работающих в режиме несущественной нелинейности (как резистивного, так и комплексного характера).

## МОДЕЛИ И ПАРАМЕТРЫ НЕКОТОРЫХ ДВУХПОЛЮСНЫХ КОМПОНЕНТОВ

**Полупроводниковый диод.** Одна из возможных упрощенных нелинейных малосигнальных моделей полупроводникового диода приведена на рис. 2.11а, где  $G_n$  — омическая проводимость  $p$ - $n$ -перехода;  $C_n$  — емкость  $p$ - $n$ -перехода;  $r_b$  — сопротивление базы, омическое сопротивление контактов и выводов диода;  $L_s$  — индуктивность выводов;  $C_k$  — емкость корпуса диода. Так как величи-

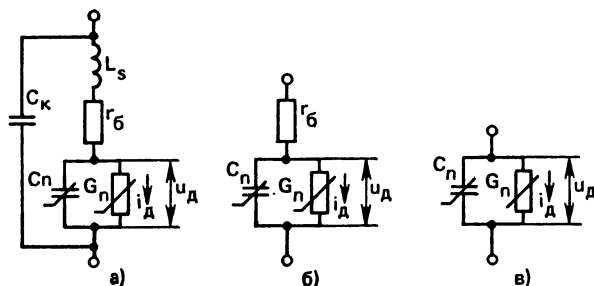


Рис. 2.11. Различные эквивалентные схемы полупроводниковых диодов

на  $L_s$  составляет 1—20 нГ, то ее учитывают на частотах свыше 100 МГц. Емкость  $C_k$  обычно не превышает 0,3 пФ. Пренебрегая последними элементами или относя их к внешней схеме, приходим к трехэлементной схеме (рис. 2.11б), содержащей два нелинейных элемента —  $G_n$  и  $C_n$ . Параметры  $G, G', G'', \dots$  (2.36) для элемента  $G_n$  определяются из вольт-амперной характеристики перехода

$$i = I_0 (e^{\gamma u} - 1), \quad (2.88)$$

где  $\gamma, I_0$  — параметры диода.

Разлагая (2.88) в ряд Тейлора вблизи некоторой исходной рабочей точки  $U_0$ , определяем параметры нелинейного резистивного элемента в соответствии с (2.34), (2.35):

$$G_n = \gamma I_0 e^{\gamma U_0}, \quad G'_n = \frac{1}{2} \gamma^2 I_0 e^{\gamma U_0}, \quad G''_n = \frac{1}{6} \gamma^3 I_0 e^{\gamma U_0} \text{ и т. д.} \quad (2.89)$$

Емкость  $C_n$  в общем случае содержит два компонента: барьерную  $C_b$ , проявляющуюся в основном при запертом  $p$ - $n$ -переходе, и диффузионную  $C_d$ , резко возрастающую при открытом  $p$ - $n$ -переходе.

Барьерная емкость

$$C_b = A / (u + u_k)^n = C_0 / \left( 1 + \frac{u}{u_k} \right)^n,$$

где  $C_0$  — начальная емкость перехода (при отсутствии приложенного внешнего напряжения).

Представляя полное напряжение  $u$  в виде постоянного смещения  $u_=$  и малого переменного напряжения  $u_{\sim}$ , приходим к выражению

$$C_b = C_{00} \frac{1}{(1 + \mu)^n}, \quad (2.90)$$

$$\text{где } \mu = \frac{u_{\sim}}{u_k + u_=} ; \quad C_{00} = C_0 \left( \frac{u_k}{u_k + u_=} \right)^n.$$

Разлагая (2.90) в ряд для  $\mu < 1$ , получаем

$$C_b \approx C_{00} \left[ 1 - n\mu + \frac{n(n+1)}{2!} \mu^2 - \dots \right],$$

где параметры нелинейной емкости:

$$\xi_{00} = C_{00}, \quad \xi_{10} = -\frac{n C_{00}}{u_k + u_}, \quad \xi_{20} = \frac{n(n+1) C_{00}}{2! (u_k + u_)^2},$$

или для  $n=0,5$  (диоды с резким переходом):

$$\xi_{10} = -\frac{1}{2} \frac{C_{00}}{u_k + u_}, \quad \xi_{20} = \frac{3}{8} \frac{C_{00}}{(u_k + u_)^2};$$

для  $n=0,33$  (диоды с линейным переходом):

$$\xi_{10} = -\frac{1}{3} \frac{C_{00}}{u_k + u_}, \quad \xi_{20} = \frac{2}{9} \frac{C_{00}}{(u_k + u_)^2}.$$

Диффузионная емкость  $C_d \approx \gamma \tau_p (i + I_0)$ , где  $\tau_p$  — время жизни неосновных носителей.

Используя (2.88), нетрудно получить  $C_d \approx \gamma \tau_p I_0 e^{\gamma u}$ .

Разлагая в ряд Тэйлора и учитывая (2.35), получаем параметры для нелинейной емкости:

$$\xi_{0д} = \gamma \tau_p I_0 e^{\gamma U_0}, \quad \xi_{1д} = \gamma^2 \tau_p I_0 e^{\gamma U_0}, \quad \xi_{2д} = \frac{1}{2} \gamma^3 \tau_p I_0 e^{\gamma U_0}.$$

Таким образом, для прямосмещенного перехода эквивалентная схема диода имеет вид, показанный на рис. 2.12а, где нелинейными свойствами малой барьерной емкости можно пренебречь; для обратносмещенного перехода (случай варикапа) схема имеет вид, показанный на рис. 2.12б или упрощенно на рис. 2.12в.

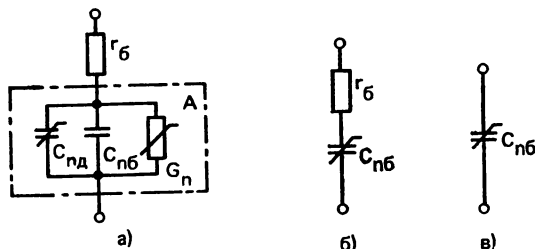


Рис. 2.12. Эквивалентные схемы полупроводниковых диодов:  
а — с прямосмещенным переходом; б, в — с обратносмещенным переходом

Параметры описания части А схемы рис. 2.12а можно привести к удобной форме:

$$Y(p_1) = G_n + p_1 \xi_0, \quad Y(p_1, p_2) = G'_n + p'_1 \xi_1, \quad Y(p_1, p_2, p_3) = G''_n + p''_1 \xi_2, \quad (2.91)$$

где  $\xi_0 = \xi_{0б} + \xi_{0д}$ ;  $\xi_1 = \xi_{1д}$ ,  $\xi_2 = \xi_{2д}$ ;  $p'_1 = \frac{1}{2}(p_1 + p_2)$ ;  $p''_1 = \frac{1}{3}(p_1 + p_2 + p_3)^*$ .

Исследуя выражения ядер произвольного порядка для последней схемы, нетрудно показать, что в расчетах ядер  $n$ -х порядков величиной  $r_6$  можно пренебречь (см. рис. 2.11в) при условии  $r_6/G_n + (p_1 + p_2 + \dots + p_n)\xi_0 \ll 1$  или для  $p_k = j\omega_k$

$$r_6/G_n + jn\omega\xi_0 \ll 1,$$

т. е. для ядра 2-го порядка

$$r_6 \ll \frac{1}{\sqrt{G_n^2 + 4(\omega\xi_0)^2}};$$

для ядра 3-го порядка

$$r_6 \ll 1/\sqrt{G_n^2 + 9(\omega\xi_0)^2}.$$

Для обратносмещенного перехода (рис. 2.12б) возможно значительное упрощение эквивалентной схемы при пренебрежении величиной  $r_6$  (рис. 2.12в). Как и в предыдущем случае, можно показать, что в расчетах ядер  $n$ -х порядков возможно пренебрежение  $r_6$ , если  $r_6 \ll 1/n\omega\xi_0$ , откуда  $\omega_{\max} \ll 1/nr_6\xi_0$ .

\* Эти обозначения приняты далее в 2.4.2 для других моделей.

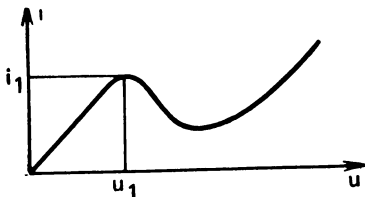
**Туннельный диод.** Описание нелинейных свойств туннельного диода в некоторой локальной области его характеристик сводится к определению параметров схемы, аналогичной рис. 2.11.

На рабочем для усилительных устройств участке отрицательного сопротивления диода емкость  $p$ - $n$ -перехода  $C_n$  определяется по формуле, имеющей структуру (2.90). Величина  $G^{(k-1)}$  находится из выражения вольт-амперной характеристики перехода на рабочем участке, например, вида [52]

$$i = \alpha u \exp \left( 1 - \frac{u}{u_1} \right),$$

откуда

$$G_n = \frac{\alpha (u_1 - U_0)}{u_1} \exp \left( 1 - \frac{U_0}{u_1} \right); \quad G'_n = \frac{\alpha (U_0 - 2u_1)}{2 u_1^2} \exp \left( 1 - \frac{U_0}{u_1} \right);$$



$$G''_n = \frac{\alpha (3u_1 - U_0)}{6 u_1^3} \exp \left( 1 - \frac{U_0}{u_1} \right),$$

где  $\alpha = i_1/u_1$  (рис. 2.13);  $U_0$  — постоянное смещение на  $p$ - $n$ -переходе.

Таким образом, нелинейная модель туннельного диода имеет вид, показанный на рис. 2.11б, или для малого влияния  $r_6$  на рис. 2.11в. Аналогично (2.91) для схемы рис. 2.11б

$$Y(p_1) = G_n + p_1 \xi_0,$$

$$Y(p_1, p_2) = G'_n + p'_1 \xi_1,$$

$$Y(p_1, p_2, p_3) = G''_n + p''_1 \xi_2,$$

где  $\xi_0 = C_n$ .

## МОДЕЛИ НЕКОТОРЫХ ЧЕТЫРЕХПОЛЮСНЫХ КОМПОНЕНТОВ

**Биполярный транзистор.** Для малого сигнала может быть использован ряд моделей биполярного транзистора, учитывающих его инерционные и нелинейные свойства. Не останавливаясь на их сравнительной оценке и отсылая читателя к специальной литературе [49—51], рассмотрим процедуру определения матриц одной из используемых на практике моделей<sup>1</sup>.

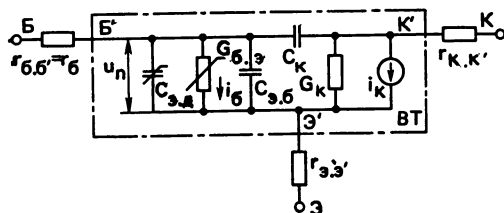


Рис. 2.14. Эквивалентная схема биполярного транзистора

В активной области эта модель имеет вид, представленный на рис. 2.14, где  $i_b$  — ток, протекающий через нелинейную проводимость  $G_{6,з}$ ;  $i_k$  — ток эквивалентного генератора в коллекторной цепи, учитывающего усилительную способность транзистора;  $C_{3,д}$  — диффузионная емкость эмиттера;

<sup>1</sup> Методика экспериментального определения всех параметров модели дана в [51].

$C_{э.б}$  — барьерная емкость эмиттера;  $C_k$  — барьерная емкость коллектора;  $r_{б.б.}$ ,  $r_{к.к.}$ ,  $r_{э.э.}$  — последовательные объемные сопротивления соответственно базы, коллектора и эмиттера;  $G_k$  — проводимость коллекторной цепи.

Следуя [51], в последней модели нелинейными будем считать: эквивалентный генератор тока

$$i_k = I_{k0} (e^{\gamma u_n} - 1), \quad (2.92)$$

где  $I_{k0}$ ,  $\gamma$  — параметры; проводимость  $G_{б.э}$ , ток в которой

$$i_b = i_k / B, \quad (2.93)$$

где  $B$  — статический коэффициент усиления транзистора по току в схеме с общим эмиттером;

диффузионную емкость эмиттера

$$C_{э.д} = \gamma \tau_p (I_{k0} + i_k). \quad (2.94)$$

Из (2.92) и (2.93) следует

$$C_{э.д} = \gamma \tau_p I_{k0} e^{\gamma u_n}. \quad (2.95)$$

Таким образом, все три нелинейные функции (2.92), (2.93) и (2.95) зависят в явном виде от напряжения  $u_n$  на входе линейного четырехполюсника ВГ («внутренний транзистор»), что значительно упрощает описание. Для последнего четырехполюсника вида П-образной схемы замещения (рис. 2.9з) получены ранее простые матрицы всех ядер в системе  $Y$ -параметров. Разлагая (2.92)—(2.94) в ряд Тэйлора в окрестностях некоторой рабочей точки  $U_0$  и сравнивая полученные выражения с (2.35), найдем

для проводимости

$$G_{б.э} = \frac{I_{k0}}{B} \gamma e^{\gamma U_0}, \quad G'_{б.э} = \frac{I_{k0}}{2B} \gamma^2 e^{\gamma U_0}, \quad G''_{б.э} = \frac{I_{k0}}{6B} \gamma^3 e^{\gamma U_0};$$

для емкости  $C_{э.д}$

$$\xi_{0д} = \gamma \tau_p I_{k0} e^{\gamma U_0}, \quad \xi_{1д} = \gamma^2 \tau_p I_{k0} e^{\gamma U_0}, \quad \xi_{2д} = \frac{1}{2} \gamma^3 \tau_p I_{k0} e^{\gamma U_0};$$

для генератора тока  $i_k$

$$K_r^{(1)} = \gamma I_{k0} e^{\gamma U_0}, \quad K_r^{(2)} = \frac{1}{2} \gamma^2 I_{k0} e^{\gamma U_0}, \quad K_r^{(3)} = \frac{1}{6} \gamma^3 I_{k0} e^{\gamma U_0}.$$

Используя последние выражения и (2.87), окончательно получаем матрицы ВТ для схемы с общим эмиттером в системе  $Y$ -параметров<sup>1</sup>:

$$\left. \begin{aligned} & \left\| \begin{array}{ccc} G_1 + p(\xi_{0б} + \xi_{0д} + \xi_{0к}) & -p\xi_{0к} \\ K_r^{(1)} & G_k + p\xi_{0к} \end{array} \right\|_{(p_1)}, \\ & \left\| \begin{array}{ccc} G'_1 + p'_1 \xi_{1д} & 0 & 0 \\ K_r^{(2)} & 0 & 0 \end{array} \right\|_{(p_1, p_2)}, \quad \left\| \begin{array}{ccc} G''_1 + p''_1 \xi_{2д} & 0 & 0 & 0 \\ K_r^{(3)} & 0 & 0 & 0 \end{array} \right\|_{(p_1, p_2, p_3)}, \end{aligned} \right\} \quad (2.96)$$

где  $G_1 = G_{б.э}$ ;  $G'_1 = G'_{б.э}$ ;  $G''_1 = G''_{б.э}$ ;  $\xi_{0б} = C_{э.б}$ ;  $\xi_{0к} = C_{к0}$ .

<sup>1</sup> В матрицах учтено обратное направление тока  $i_k$  по отношению к указанному на рис. 2.9з.

Сопротивление  $r_{э.э.}$  из-за малости практически не учитывается, учет сопротивления  $r_{к.к.}$  целесообразен только в режиме микротоков в коллекторной цепи транзистора. Наибольшее влияние на характеристики транзистора оказывает сопротивление  $r_{б.б.}$ . Однако в расчетах усилительных каскадов в схеме включения транзистора с общим эмиттером оно может быть отнесено к сопротивлению источника  $Z_r$ . В других случаях его можно учесть при составлении системы для исследуемой схемы в соответствующем компонентном уравнении.

Из выражения для неопределенной матрицы (2.78), (2.79) легко определить матрицы ВТ для других схем включения транзистора, например, с общей базой (на схеме рис. 2.5 общий электрод 1):

$$\left\| \begin{array}{cc} G_1 + K_r^{(1)} + G_k + p(\xi_{об} + \xi_{од}) & -G_k \\ -(K_r^{(1)} + G_k) & p\xi_{ок} + G_k \end{array} \right\|_{(p_1)},$$

$$\left\| \begin{array}{ccc} -(G_1' + K_r^{(2)} + p_1' \xi_{1д}) & 0 & 0 \\ K_r^{(2)} & 0 & 0 \end{array} \right\|_{(p_1, p_2)},$$

$$\left\| \begin{array}{cccc} G_1'' + K_r^{(3)} + p_1'' \xi_{2д} & 0 & 0 & 0 \\ -K_r^{(3)} & 0 & 0 & 0 \end{array} \right\|_{(p_1, p_2, p_3)};$$

с общим коллектором:

$$\left\| \begin{array}{cc} G_1 + p(\xi_{об} + \xi_{од} + \xi_{ок}) & -[G_1 + p(\xi_{об} + \xi_{од})] \\ -[G_1 + K_r^{(1)} + p(\xi_{об} + \xi_{од})] & G_1 + K_r^{(1)} + G_k + p(\xi_{об} + \xi_{од}) \end{array} \right\|_{(p_1)},$$

$$\left\| \begin{array}{ccc} G_1' + p_1' \xi_{1д} & -2[G_1' + K_r^{(2)} + p_1' \xi_{1д}] & G_1' + p_1' \xi_{1д} \\ -[G_1' + K_r^{(2)} + p_1' \xi_{1д}] & 2[G_1' + K_r^{(2)} + p_1' \xi_{1д}] & -[G_1' + K_r^{(2)} + p_1' \xi_{1д}] \end{array} \right\|_{(p_1, p_2)},$$

$$\left\| \begin{array}{ccc} G_1'' + p_1'' \xi_{2д} & -3[G_1'' + p_1'' \xi_{2д}] & 3[G_1'' + p_1'' \xi_{2д}] \\ -[G_1'' + K_r^{(3)} + p_1'' \xi_{2д}] & 3[G_1'' + K_r^{(3)} + p_1'' \xi_{2д}] & -3[G_1'' + K_r^{(3)} + p_1'' \xi_{2д}] \\ -[G_1'' + p_1'' \xi_{2д}] & & \end{array} \right\|_{(p_1, p_2, p_3)}.$$

Для повышения точности расчета в [51] учтена дополнительная нелинейность транзистора, обусловленная эффектом лавинного умножения. Тогда

$$i_k = I_{к0} (e^{\gamma u_n} - 1) / \left( 1 - \frac{u_{к'б}}{U_0} \right)^n = \lambda_1 \lambda_2,$$

$$\text{где } \lambda_1 = I_{к0} (e^{\gamma u_n} - 1); \quad \lambda_2 = 1 / \left( 1 - \frac{u_{к'б}}{U_0} \right)^n;$$

$U_0$ ,  $n$  — параметры транзистора ( $n=3 \div 5$ );  $u_{к'б} \approx u_2$ .

Таким образом, в схеме рис. 2.9з ток генератора  $r_r$  является функцией двух управляющих напряжений  $u_1$  и  $u_2$ . Определив аналогично вышеизложенному матрицы четырехполюсника замещения ВТ, получаем:

$$\left\| \begin{array}{cc} G_1 + p(\xi_{об} + \xi_{од} + \xi_{ок}) & -p\xi_{ок} \\ \widetilde{K}_r^{(1)} & \widetilde{K}_r^{(1)} + G_k + p\xi_{ок} \end{array} \right\|_{(p_1)},$$



$$\left\| \begin{array}{ccc} G_1' + p_1' \xi_{1\pi} & 0 & 0 \\ \widetilde{K}_r^{(2)} & K_{r.cm}^{(2)} & \widetilde{\widetilde{K}}_r^{(2)} \end{array} \right\|_{(p_1, p_2)},$$

$$\left\| \begin{array}{ccc} G_1'' + p_1'' \xi_{2\pi} & 0 & 0 \\ K_r^{(3)} & K_{r.cm}' & K_{r.cm2}'' \end{array} \right\|_{(p_1, p_2, p_3)}.$$

где

$$\widetilde{K}_r^{(1)} = \gamma I_{k0} e^{\gamma u_{\pi}} \lambda_2; \quad \widetilde{\widetilde{K}}_r^{(1)} = \frac{n \lambda_1}{U_0 \psi^{n+2}}; \quad \widetilde{K}_r^{(2)} = \frac{1}{2} \gamma^2 I_{k0} e^{\gamma u_{\pi}} \lambda_2;$$

$$K_{r.cm}^{(2)} = \gamma I_{k0} e^{\gamma u_{\pi}} \frac{n}{U_0 \psi^{n+1}}; \quad \widetilde{\widetilde{K}}_r^{(2)} = \frac{\lambda_1}{2U_0^2} \frac{n(n+1)}{\psi^{n+2}};$$

$$\widetilde{K}_r^{(3)} = \frac{1}{6} \gamma^3 I_{k0} e^{\gamma u_{\pi}} \lambda_2; \quad \widetilde{\widetilde{K}}_r^{(3)} = \frac{\lambda_1}{6U_0^3} \frac{n(n+1)(n+2)}{\psi^{n+3}};$$

$$K_{r.cm2}'' = \frac{1}{2} \gamma^2 I_{k0} e^{\gamma u_{\pi}} \frac{n}{U_0 \psi^n}; \quad K_{r.cm2}' = \frac{1}{2} \gamma I_{k0} e^{\gamma u_{\pi}} \frac{n(n+1)}{U_0^2 \psi^{n+2}};$$

$$\psi = 1 - \frac{u_2}{U_0}.$$

**Полевой транзистор.** Нелинейная модель полевого транзистора, учитывающая его инерционные свойства, приведена на рис. 2.15 [53]. Здесь  $C_{з.н}$  — емкость затвор-исток;  $i_r$  — эквивалентный генератор, учитывающий усилительную способность транзистора;  $R_{и}$  — сопротивление истока;  $C_{з.с}$  — емкость затвор-сток. Показанные пунктиром проводимости  $G_{з.н}$ ,  $G_{з.с}$ ,  $G_{с.н}$  могут быть учтены только на низких частотах, где пренебрегают реактивными элементами схемы. Следуя [53], учтем одну проводимость  $G_{с.н}$ . В наиболее простой модели нелинейными элементами в схеме рис. 2.15 можно считать управляемый генератор  $i_r = f(u_1)$  и емкость  $C_{з.н}$ . Нелинейностью остальных элементов, как правило, пренебрегают, а в ряде случаев не учитывают нелинейности  $C_{з.н}$  и исключают из схемы  $G_{с.н}$ . Модель точна при малых усилениях каскада. Зависимость  $i_r = f(u_1)$  в режиме насыщения имеет вид:

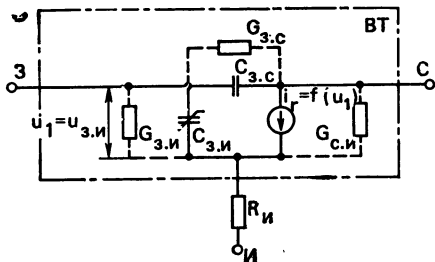


Рис. 2.15. Эквивалентная схема полевого транзистора

для однородного канала

$$i_r \approx I_{с.но} \left[ 1 - 3 \frac{u}{U_0} + 2 \left( \frac{u}{U_0} \right)^{3/2} \right]; \quad (2.97)$$

для канала с распределением примесей

$$i_r \approx I_{с.но} \left( 1 - \frac{u}{U_0} \right)^2, \quad (2.98)$$

где  $I_{с.но}$ ,  $U_0$  — параметры транзистора;  $u$  — напряжение между затвором и истоком в схеме внутреннего транзистора БТ:  $u = u_{з.и}$  (рис. 2.15).

Зависимость  $C_{з.н}$  имеет вид

$$C_{з.н} \approx A(1 + \alpha u);$$

например,

$$C_{з.н} [\text{пФ}] \approx 3,8(1 + 0,154 u [\text{В}]). \quad (2.99)$$

Разлагая (2.97)–(2.99) в ряды Тэйлора в окрестностях рабочей точки  $u_3$  и сравнивая полученные выражения с (2.35), находим:

$$\text{из (2.97)} \quad K_r^{(1)} = I_{с.но} \left[ -\frac{3}{U_0} + \frac{3}{U_0} \sqrt{\frac{u_3}{U_0}} \right],$$

$$K_r^{(2)} = \frac{3}{2} \frac{I_{с.но}}{U_0 \sqrt{u U_0}}, \quad K_r^{(3)} = -\frac{3}{4} \frac{I_{с.но}}{u U_0 \sqrt{u U_0}};$$

$$\text{из (2.98)} \quad K_r^{(1)} = -\frac{2 I_{с.но}}{U_0} \left( 1 - \frac{u_3}{U_0} \right), \quad K_r^{(2)} = \frac{2 I_{с.но}}{U_0^2}, \quad K_r^{(i)} \equiv 0, \quad \text{где } i \geq 3;$$

$$\text{из (2.99)} \quad \xi_0 = A(1 + \alpha u_3), \quad \xi_1 = A\alpha, \quad \xi_i \equiv 0, \quad \text{где } i \geq 2.$$

Хотя нелинейные параметры емкости  $C_{з.н}$  и генератора  $i_r$  в случае упрощенной аппроксимации (2.98) не содержат членов 3-го порядка, однако использование модели рис. 2.15 в схемах усилителей допускает появление искажений 3-го порядка, что обусловлено нелинейными преобразованиями сигнала на нелинейных элементах схемы, характеризующихся только членами 1-го и 2-го порядков.

Матрицы ВТ в различных схемах включения для системы Y-параметров в соответствии с (2.87) и (2.34)–(2.36), (2.38) приведены ниже:

схема с общим истоком:

$$\left. \begin{aligned} & \left\| \begin{array}{cc} p(C_{з.с} + \xi_0) & -pC_{з.с} \\ -[K_r^{(1)} + pC_{з.с}] & G_{с.н} + pC_{з.с} \end{array} \right\|_{(p_1)}, \\ & \left\| \begin{array}{ccc} p_1' \xi_1 & 0 & 0 \\ -K_r^{(2)} & 0 & 0 \end{array} \right\|_{(p_1, p_2)}, \quad \left\| \begin{array}{ccc} 0 & 0 & 0 \\ -K_r^{(3)} & 0 & 0 \end{array} \right\|_{(p_1, p_2, p_3)} \end{aligned} \right\}; \quad (2.100)$$

схема с общим затвором;

$$\left\| \begin{array}{cc} G_{с.н} + K_r^{(1)} + p\xi_0 & -G_{с.н} \\ -[K_r^{(1)} + G_{с.н}] & G_{с.н} + pC_{з.с} \end{array} \right\|_{(p_1)},$$

$$\left\| \begin{array}{ccc} -[K_r^{(2)} + p_1' \xi_1] & 0 & 0 \\ K_r^{(2)} & 0 & 0 \end{array} \right\|_{(p_1, p_2)}, \quad \left\| \begin{array}{ccc} -K_r^{(3)} & 0 & 0 \\ -K_r^{(3)} & 0 & 0 \end{array} \right\|_{(p_1, p_2, p_3)};$$

схема с общим стоком:

$$\begin{aligned} & \left\| \begin{array}{cc} p(C_{3,c} + \xi_0) & -p\xi_0 \\ K_r^{(1)} - p\xi_0 & G_{c,n} - K_r^{(1)} + p\xi_0 \end{array} \right\|_{(p_1)}, \\ & \left\| \begin{array}{cc} p'_1 \xi_1 & -2p'_1 \xi_1 \\ K_r^{(2)} - p'_1 \xi_1 & 2[-K_r^{(2)} + p'_1 \xi_1] \end{array} \right\|_{(p_1, p_2)}, \\ & \left\| \begin{array}{cc} 0 & 0 \\ K_r^{(3)} & -3K_r^{(3)} \end{array} \right\|_{(p_1, p_2, p_3)}. \end{aligned}$$

Расчеты показывают, что при усилении более нескольких единиц — десятков необходимо учитывать нелинейные параметры вида  $G^{(i)}_{22}$  и  $G^{(i)}_{cm}$ . Из-за отсутствия удобной и достаточно точной нелинейной модели полевого транзистора следует пользоваться экспериментальными данными табл. 2.8.

На необходимость уточнения модели полевого транзистора указано в [98].

**Соединения полупроводниковых диодов.** В ряде случаев в усилительных устройствах используют соединения полупроводниковых диодов (в аттенюаторах, бесконтактных коммутируемых элементах и т. д.), соединения туннельных и других диодов. Эти соединения образуют цепи, которые могут быть приведены к четырехполюснику (см., например, рис. 2.16).

Нелинейные искажения в схемах с комбинациями диодов могут быть рассчитаны различными способами: с помощью общего метода решения систем описывающих уравнений и полученных выражений функций цепей, учитывающих параметры четырехполюсника. Однако во втором случае необходимо рассчитывать матрицы эквивалентных четырехполюсников. Для этой цели для конкретной схемы можно использовать выражения вида (2.80) — (2.85), где под  $Y_i^{(k)}$  следует понимать соответствующие параметры ядра  $k$ -го порядка  $i$ -го элемента схемы.

Ниже в системе  $Y$ -параметров приведен пример матриц для  $\Gamma$ -образной схемы рис. 2.9в, где каждый из элементов представлен параллельным соединением нелинейных емкости и индуктивности, т. е.  $Y_i(p_1) = G_i + p\xi_{0i}$ ,  $Y_i(p_1, p_2) = G'_i + p'_1 \xi_{1i}$ ,  $Y_i(p_1, p_2, p_3) = G''_i + p'_1 \xi_{2i}$ :

$$\begin{aligned} (G_1 + p_1 \xi_{01}) & \left\| \begin{array}{cc} 1 & -1 \\ -1 & 1 + \frac{G_2 + p_1 \xi_{02}}{G_1 + p_1 \xi_{01}} \end{array} \right\|_{(p_1)}, \\ (G'_1 + p'_1 \xi_{11}) & \left\| \begin{array}{cc} 1 & -2 \\ -1 & 2 - 1 + \frac{G'_2 + p'_1 \xi_{12}}{G'_1 + p'_1 \xi_{11}} \end{array} \right\|_{(p_1, p_2)}, \end{aligned}$$

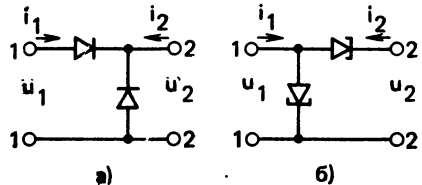


Рис. 2.16. Примеры соединений полупроводниковых диодов различных видов

$$(G_1'' + p_1'' \xi_{21}) \left\| \begin{array}{cccc} 1 & -3 & 3 & -1 \\ -1 & 3 & -3 & 1 \end{array} + \frac{G_2'' + p_1'' \xi_{22}}{G_1'' + p_1'' \xi_{21}} \right\|_{(p_1, p_2, p_3)}.$$

*Некоторые модели активных компонентов микросхемы.* Используя описанные способы приведения к эквивалентному четырехполюснику, нетрудно получить матрицы первых трех ядер для различных нелинейных моделей транзисторов, нашедших применение в микросхемотехнике. Полученные результаты приведены в табл. 2.9. Здесь предполагается, что транзистор включен по схеме с общей базой, положительное направление токов  $i_1(i_a)$  и  $i_2(i_k)$  принято вытекающим из эквивалентного четырехполюсника. Обозначения всех параметров моделей соответствуют принятым в [49]. Ниже в качестве примера рассмотрен способ получения матрицы так называемой «зарядной» модели.

Уравнения модели имеют следующий вид:

$$\left. \begin{aligned} i_1 = i_a &= \frac{Q_0}{\tau_N} f_a - \frac{Q_0}{\tau_I} f_k + \frac{Q_0}{\tau_6} f_a + Q_0 \frac{df_a}{dt} + C_{6,a}(u_a) \frac{du_a}{dt}, \\ i_2 = i_k &= -\frac{Q_0}{\tau_N} f_a + \frac{Q_0}{\tau_I} f_k + \frac{Q_0}{\tau_6} f_a + Q_0 \frac{df_k}{dt} + C_{6,k}(u_k) \frac{du_k}{dt}, \end{aligned} \right\} \quad (2.101)$$

где  $f_a = e^{u_a/\Phi_T} - 1$ ;  $f_k = e^{u_k/\Phi_T} - 1$ .

Разлагая соответствующие выражения в ряд Тэйлора в окрестностях рабочих точек  $U_{i0}$  в ограниченных областях по малым переменным  $u_1$  (для  $u_a$ ) и  $u_2$  (для  $u_k$ ), получаем:

$$e^{u_i/\Phi_T} - 1 \approx e^{u_{i0}/\Phi_T} - 1 + \sum_n \frac{u_i^n}{n! \Phi_T^n} e^{u_{i0}/\Phi_T},$$

$$\frac{d}{dt} \left( e^{u_i/\Phi_T} - 1 \right) = \frac{1}{\Phi_T} e^{u_i/\Phi_T} \frac{du_i}{dt} \approx \frac{du_i}{dt} \sum_n \frac{u_i^n}{n! \Phi_T^n} e^{u_{i0}/\Phi_T}.$$

Используя последние выражения и (2.101), (2.35), (2.36), (2.38), (2.45), находим матрицы соответствующих порядков для функциональных связей  $i_1 = f_1(u_1, u_2)$ ,  $i_2 = f_2(u_1, u_2)$ , выраженные через известные параметры модели (см. табл. 2.9, поз. 3). Аналогичным образом найдены матрицы моделей Линвилла и Эберса—Молла (поз. 1 и 2 табл. 2.9), а также модели Гуммеля—Пуна (поз. 4 табл. 2.9).

Как следует из табл. 2.9, матрицы соответствующих порядков рассмотренных выше моделей транзисторов (Линвилла, Эберса—Молла, зарядной, Гуммеля—Пуна) одинаковы по структурам и имеют вид

$$\|Y\|_{(p_1, p_2, \dots, p_k)} = \left\| \begin{array}{cccccc} Y_{11}^{(k-1)} & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & Y_{12}^{(k-1)} \\ Y_{21}^{(k-1)} & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & Y_{22}^{(k-1)} \end{array} \right\|_{(p_1, p_2, \dots, p_k)}.$$

ТАБЛИЦА 2.9

№ п/п	Вид модели	Матрицы эквивалентного нелинейного четырехполюсника	Примечание
1	2	3	4
1	Модель Ливингста	<p>Первого порядка</p> $\begin{vmatrix} (H_d + H_{CN})g_1 + p_1(S_N\psi_{01} + \xi_{00.3}) & -H_d g_2 \\ -H_d g_1 & (H_d + H_{CI})g_2 + p_1(S_I\psi_{02} + \xi_{00.6.K}) \end{vmatrix} \quad (p_1)$	$g_1^{(i-1)} = \frac{n_{60}}{i!} \frac{u_{10}}{\varphi_T} e^{\varphi_T}$
		<p>Второго порядка</p> $\begin{vmatrix} (H_d + H_{CN})g'_1 + p'_1(S_N\psi_{11} + \xi_{10.3}) & 0 & -H_d g'_2 \\ -H_d g'_1 & 0 & (H_d + H_{CI})g'_2 + p'_1(S_I\psi_{12} + \xi_{10.6.K}) \end{vmatrix} \quad (p_1, p_2)$	$g_2^{(i-1)} = \frac{n_{60}}{i!} \frac{u_{20}}{\varphi_T} e^{\varphi_T}$ $\psi_{i-1,1} = \frac{n_{60}}{(i-1)!} \frac{u_{10}}{\varphi_T} e^{\varphi_T}$
		<p>Третьего порядка</p> $\begin{vmatrix} (H_d + H_{CN})g''_1 + p''_1(S_N\psi_{21} + \xi_{20.3}) & 0 & 0 & -H_d g''_2 \\ -H_d g''_1 & 0 & 0 & (H_d + H_{CI})g''_2 + p''_1(S_I\psi_{22} + \xi_{20.6.K}) \end{vmatrix} \quad (p_1, p_2, p_3)$	$\psi_{i-1,2} = \frac{n_{60}}{(i-1)!} \frac{u_{20}}{\varphi_T} e^{\varphi_T}$

1	2	3	4
2	Модель Эберса — Молиа	<p>Первого порядка</p> $\begin{aligned} & \left\  \begin{array}{l} G_1 + p_1 (\xi_{01} + \xi_{06,3}) \\ - \alpha_N G_1 \end{array} \right\  \left\  \begin{array}{l} - \alpha_1 G_2 \\ G_2 + p_1 (\xi_{03} + \xi_{06,11}) \end{array} \right\  \left\  \begin{array}{l} \\ \\ (p_1) \end{array} \right\  \end{aligned}$	$G_1^{(i-1)} = \frac{I_{33}}{i! \varphi_T^i} e^{\frac{u_{10}}{\varphi_T}}$
		<p>Второго порядка</p> $\begin{aligned} & \left\  \begin{array}{l} G'_1 + p'_1 (\xi_{11} + \xi_{16,3}) \\ - \alpha_N G'_1 \end{array} \right\  \left\  \begin{array}{l} 0 \\ 0 \end{array} \right\  \left\  \begin{array}{l} - \alpha_1 G'_2 \\ G'_2 + p'_1 (\xi_{12} + \xi_{16,11}) \end{array} \right\  \left\  \begin{array}{l} \\ \\ (p_1, p_2) \end{array} \right\  \end{aligned}$	$G_2^{(i-1)} = \frac{I_{33}}{i! \varphi_T^i} e^{\frac{u_{10}}{\varphi_T}}$ $\xi_{i-1,1} = \frac{\tau I_{33}}{(i-1)! \varphi_T^i} e^{\frac{u_{10}}{\varphi_T}}$
		<p>Третьего порядка</p> $\begin{aligned} & \left\  \begin{array}{l} G''_1 + p''_1 (\xi_{21} + \xi_{26,3}) \\ - \alpha_N G''_1 \end{array} \right\  \left\  \begin{array}{l} 0 \\ 0 \end{array} \right\  \left\  \begin{array}{l} - \alpha_1 G''_2 \\ G''_2 + p''_1 (\xi_{22} + \xi_{26,11}) \end{array} \right\  \left\  \begin{array}{l} \\ \\ (p_1, p_2, p_3) \end{array} \right\  \end{aligned}$	$\xi_{i-1,3} = \frac{\tau I_{33}}{(i-1)! \varphi_T^i} e^{\frac{u_{10}}{\varphi_T}}$

1	2	3	4
3	Зарядная модель	Первого порядка	$\widetilde{g}_1^{(i-1)} = \frac{u_{10}}{i!} \frac{e}{\varphi_T^i}$
		Второго порядка	$\widetilde{g}_2^{(i-1)} = \frac{u_{20}}{i!} \frac{e}{\varphi_T^i}$
		Третьего порядка	$\widetilde{\psi}_{i-1,1} = \frac{u_{10}}{(i-1)!} \frac{e}{\varphi_T^i}$
			$\widetilde{\psi}_{i-1,2} = \frac{u_{20}}{(i-1)!} \frac{e}{\varphi_T^i}$

1	2	3	4
4	Модель Гуммеля — Пуна	Первого порядка	$B_1^{(i-1)} = \frac{\lambda I_s}{i!} \frac{u_{10}}{\varphi_T^i} e^{\frac{u_{10}}{\varphi_T}}$
		$\left\  \begin{array}{cc} B_1 + [v_1]_{u_{10}} + p_1(\xi_{01} + \xi_{06,3}) & -B_2 \\ -B_1 & B_3 + [v_2]_{u_{20}} + p_1(\xi_{02} + \xi_{06,н}) \end{array} \right\ _{(p_1)}$	$B_2^{(i-1)} = \frac{\lambda I_s}{i!} \frac{u_{20}}{\varphi_T^i} e^{\frac{u_{20}}{\varphi_T}}$
		Второго порядка	$v_1 = \frac{I_s}{\beta_N} \left( \frac{u_1}{e^{\varphi_T}} - 1 \right)$
		$\left\  \begin{array}{ccc} B_1' + \frac{1}{2} [v_1]_{u_{10}} + p_1'(\xi_{11} + \xi_{16,3}) & 0 & -B_2' \\ -B_1' & 0 & B_2' + \frac{1}{2} [v_2]_{u_{20}} + p_1'(\xi_{12} + \xi_{16,н}) \end{array} \right\ _{(p_1, p_2)}$	$v_2 = \frac{I_s}{\beta_N} \left( \frac{u_2}{e^{\varphi_T}} - 1 \right)$
Третьего порядка			$\lambda = \frac{Q_{60}}{Q_6}$
$\left\  \begin{array}{ccc} B_1'' + \frac{1}{2} [v_1]_{u_{10}} + p_1''(\xi_{21} + \xi_{26,3}) & 0 & 0 \\ -B_1'' & 0 & B_2'' + \frac{1}{2} [v_2]_{u_{20}} + p_1''(\xi_{22} + \xi_{26,н}) \end{array} \right\ _{(p_1, p_2, p_3)}$			



# МЕТОДЫ АНАЛИЗА НИ В РАДИОПРИЕМНЫХ И УСИЛИТЕЛЬНЫХ УСТРОЙСТВАХ С СУЩЕСТВЕННОЙ НЕЛИНЕЙНОСТЬЮ

## 3.1. Анализ НИ в усилительных каскадах с нелинейностью резистивного характера

Как было отмечено в § 2.1, в этом случае отсутствуют удобные универсальные методы анализа, что вынуждает исследовать частные случаи с применением подходов, наиболее пригодных для конкретной задачи. Различают две группы методов: графо-аналитические и аналитические. В обоих случаях анализ состоит из двух этапов: получения передаточной характеристики тракта; определения отклика на известное воздействие.

Для режима существенной нелинейности передаточная характеристика может быть получена с помощью графо-аналитического построения (графо-аналитический метод) или в аналитическом виде. Однако в обоих случаях не удается одинаково точно описать поведение каскада во всем возможном диапазоне входных воздействий. Поэтому результаты анализа НИ при больших воздействиях, как правило, нельзя распространять на случай малых воздействий.

Обобщенная схема усилительного каскада приведена на рис. 3.1, где УП — усилительный прибор. Система уравнений относительно полных токов и напряжений имеет вид

$$\left. \begin{aligned} y_1 &= f_1(x_1, x_2) \\ y_2 &= f_2(x_1, x_2); \end{aligned} \right\} \quad \left. \begin{aligned} u_r &= i_1 R_r \\ u_n &= i_2 R_n; \end{aligned} \right\} \quad (3.1); (3.2)$$

$$\left. \begin{aligned} E_{20} &= u_2 + u_n \\ \varepsilon &= u_r + u_1 + E_{10}; \end{aligned} \right\} \quad (3.3)$$

где  $x_i$ ,  $y_i$  — токи или напряжения на соответствующих полюсах нелинейного четырехполюсника, замещающего УП;  $E_{10}$ ,  $E_{20}$  — напряжения источников питания входной и выходной цепей УП.

Семейство статических характеристик УП (3.1) обычно задано в графическом виде, так как простые аналитические выражения этих характеристик неточны.

Порядок графического построения передаточной характеристики в случае рис. 3.1. следующий [42]:

1. В системе выходных статических характеристик  $y_2 = f_2(x_1, x_2)$ , например  $i_2 = f(i_1, u_2)$ , строится нагрузочная характеристика каскада, отсекающая на осях отрезки  $E_{20}/R_n$  и  $E_{20}$  (рис. 3.2а). Если сопротивления нагрузки для постоянного и переменного тока отличаются, то нагрузочная характеристика проходит через заданную рабочую точку  $I_{20}$ ,  $I_{10}$  под углом  $\varphi = \arctg 1/|Z_n|$ , где  $Z_n$  — сопротивление нагрузки для переменного тока.

2. По точкам пересечения семейства  $y_2 = f_2(x_1, x_2)$  и нагрузочной характеристики находится динамическая характеристика

$$y_2 = f(x_1), \quad (3.4)$$

на рис. 3.2а  $i_2 = f(i_1)$ .

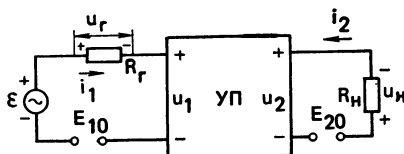


Рис. 3.1. Обобщенная эквивалентная схема усилительного каскада

3. Строится входная динамическая характеристика для постоянного тока, т. е.  $i_1 = f(E_{10})$ . Построение этой характеристики упрощается, если можно пренебречь влиянием выходной цепи УП на его входную характеристику. Тогда в соответствии с (3.1) получаем

$$u_1 = f(x_1), \text{ например } u_1 = f(i_1). \quad (3.5)$$

Задавая ток  $i_1$ , по (3.5) находят  $u_1$  и, зная  $R_r$ , определяют напряжение  $E_{10}$  из уравнения  $|E_{10}| = u_1 + i_1 R_r$  [см. (3.2) и (3.3)].

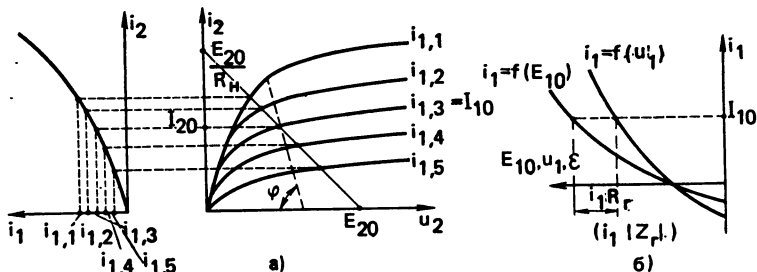


Рис. 3.2. Построение динамических передаточных характеристик усилительного каскада по известным статическим характеристикам:

а — выходным; б — входным

Откладывая на оси  $E_{10}$  найденное значение, получают точку передаточной характеристики для постоянного тока, соответствующую известной величине  $i_1$  (рис. 3.2б). Далее, изменяя  $i_1$ , находят новые значения  $E_{10}$  и т. д. На найденной характеристике отбрасывается заданная рабочая точка ( $I_{10}$ ,  $I_{20}$ ). Если сопротивления источника сигнала для постоянного и переменного тока отличаются, то используют зависимость  $|E_{10}| = i_1 |Z_r| + u_1$ . Отсчет переменных напряжений  $u_1$ ,  $\varepsilon$  и токов  $i_1$  ( $i_2$ ) ведется относительно заданной рабочей точки. Строится передаточная характеристика каскада  $i_2 = f(\varepsilon)$ , для чего используют ранее найденную связь  $i_2 = f(i_1)$  (рис. 3.2а).

Определение НИ для известного воздействия удобно производить также с помощью графо-аналитического метода. При одногармоническом воздействии используют формулы метода трех и пяти ординат, позволяющие найти амплитуды гармоник и соответствующие им коэффициенты гармоник.

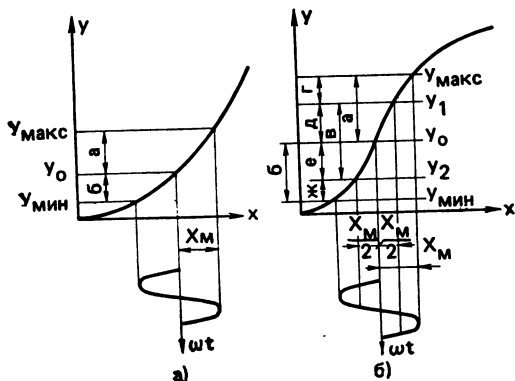


Рис. 3.3. Графо-аналитический метод определения амплитуд гармонических колебаний с помощью передаточной характеристики каскада:

а — по трем ординатам; б — по пяти ординатам

Ниже приведены выражения амплитуд гармоник ( $Y_0, Y_1, Y_2$ ) для метода трех ординат (рис. 3.3а):

$$Y_0 = \frac{y_{\max} + y_{\min}}{4} + \frac{y_0}{2}, \quad Y_1 = \frac{y_{\max} - y_{\min}}{2}, \quad Y_2 = \frac{y_{\max} + y_{\min}}{2} - \frac{y_0}{2}.$$

Очевидно, для рассматриваемого метода  $K_T$  определяется только 2-й гармоникой:  $K_{T2} = Y_2/Y_1 = (a-b)/2(a+b)$ ; отрезки  $a$  и  $b$  указаны на рис. 3.3а.

Формула трех ординат дает большую точность для характеристик, близких к параболическим. Для метода пяти ординат (рис. 3.3б):

$$Y_0 = (y_{\max} + y_{\min} + 2(y_1 + y_2))/6, \quad Y_2 = (y_{\max} - y_{\min} - 2(y_1 - y_2))/6 \\ Y_1 = (y_{\max} - y_{\min} + y_1 - y_2)/3, \quad Y_3 = (y_{\max} + y_{\min} - 4(y_1 + y_2) + 6y_0)/12 \\ Y_2 = (y_{\max} + y_{\min} - 2y_0)/4,$$

или, перейдя к соответствующим отрезкам, получаем:

$$K_{T2} = \frac{I_2}{I_1} = 0,75(a-e)/(a+b+e), \quad K_{T3} = I_3/I_1 = (a+b-2e)/2(a+b+e),$$

$$K_{T4} = I_4/I_1 = (3e+e-3d-j)/4(a+b+e).$$

Из аналитических методов для режима существенной нелинейности резистивного характера наиболее широкое распространение нашел метод угла отсечки, при котором передаточная характеристика представляется ломаной линией, а последующий анализ НИ осуществляется с помощью коэффициентов Берга (для одногармонического воздействия [26]). Примеры гармонического анализа для более сложных воздействий (детерминированных и случайных) приведены в 6.1.2.

## 3.2. Анализ НИ в преобразователях частоты

### 3.2.1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ

Эффективные преобразователи частоты в радиоприемных трактах обычно работают в режиме существенной нелинейности по гетеродинному входу 33 рис. 3.4а. По сигнальному входу 11 возможны другие режимы работы: при малых сравнительно с амплитудой колебания гетеродина сигнале или сигнале и помехе, при малом сигнале и большой помехе и т. д.

В общем случае задача анализа НИ в структуре рис. 3.4а требует решения системы нелинейных дифференциальных уравнений для схемы нелинейной цепи, эквивалентной преобразовательному

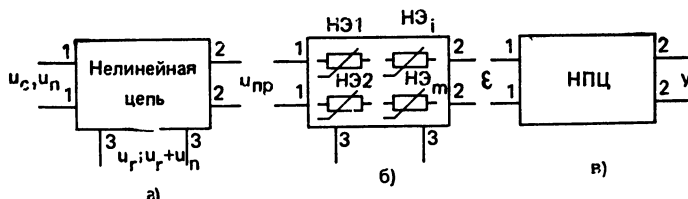


Рис. 3.4. Модели преобразователей частоты:

а — обобщенная; б — содержащая внутренние компоненты; в — приводимая к нелинейно-параметрической цепи (НПЦ)

тракту. Последний в общем случае содержит ряд линейных и нелинейных элементов  $H\mathcal{E}_i$  (рис. 3.4б), находящихся под действием управляющих колебаний, приложенных в общем случае к различным входам.

К элементам частотно-преобразующего тракта относятся: компоненты моделей преобразовательных приборов (диодов, транзисторов и т. д.), сопротивления источника сигнала и нагрузки, согласующие элементы, цепи связи и т. д. В целом модель частотно-преобразовательного тракта может быть достаточно сложной, в особенности для области интегральной техники. Для упрощения решения задачи определения линейной и нелинейной передаточных характеристик тракта рис. 3.4б для полезного сигнала целесообразно привести исследуемое устройство к нелинейно-параметрической цепи НПЦ (рис. 3.4в). Это оказывается возможным в том случае, когда одно из воздействующих на преобразователь колебаний существенно превосходит остальные, в результате чего он может рассматриваться как устройство, параметры нелинейных элементов которого изменяются под действием большого колебания. К последнему можно отнести колебание гетеродина и одновременно действующие колебания гетеродина и мощной помехи, приведенной к гетеродинному входу  $3\mathcal{Z}$  рис. 3.4б (см. ниже). Подобный подход может быть применен также для анализа НИ в различных параметрических системах и устройствах в том случае, когда параметры НЭ изменяются под действием колебания накачки или колебаний мощной помехи и накачки.

В результате задача анализа передаточных и нелинейных свойств преобразовательного тракта может быть сведена к более простой задаче — решению нелинейного по полезному сигналу дифференциального уравнения с переменными во времени коэффициентами, являющимися функциями управляющего колебания (гетеродина или гетеродина и помехи). Это приводит к понижению порядка уравнения исследуемой цепи [22]. Таким образом, оказывается возможным считать НПЦ нелинейной для относительно малого входного сигнала и параметрической для колебания гетеродина и мощной помехи.

Существующие методы решения задачи анализа НПЦ основаны на замене реального устройства эквивалентным ему нелинейно-параметрическим элементом (НПЭ). Параметры этого элемента являются функцией известного управляющего колебания, т. е. функцией времени. Параметры НПЭ находятся путем представления передаточной характеристики элемента в виде ряда Тэйлора, коэффициенты которого раскладываются в ряд Фурье по гармоникам управляющего колебания. При этом интересующий продукт нелинейного преобразования находится непосредственно.

Таким образом, анализ НИ содержит три этапа: замену устройства эквивалентным ему НПЭ; разложение характеристики НПЭ

в ряд Тэйлора с переменными во времени коэффициентами; разложение последних в ряд Фурье.

Рассмотрим особенности каждой из задач в отдельности. Нахождение описания НПЭ сводится к нахождению уравнения, связывающего выходную координату тракта с входным полезным сигналом. Для этого составляются уравнения по законам Кирхгофа и компонентные уравнения для всех элементов НПЦ. Разложение полученной выше зависимости в ряд Тэйлора представляет собой достаточно трудную задачу, так как характеристика «вход-выход» сложной НПЦ является громоздкой и, как правило, не может быть получена в явном виде.

Нахождение рядов Фурье для параметрически изменяющихся коэффициентов часто приводит к невозможности выразить коэффициенты ряда через элементарные функции. Учет инерционных свойств НПЦ при таком подходе затруднителен и осуществлен лишь для небольшого количества частных случаев [10, 22].

Существующие методы оправданы при анализе несложных устройств, содержащих небольшое количество элементов и достаточно простые модели компонентов. Ниже развивается метод анализа нелинейно-параметрических устройств, основанный на решении нелинейных дифференциальных уравнений с переменными во времени коэффициентами с использованием рядов Вольтерра. Как будет видно далее, метод позволяет сделать анализ НИ в НПЦ для любой сложности эквивалентной схемы тракта, произвольного вида нелинейных и линейных компонентов, диапазона частот, характера входных воздействий и т. д.

### 3.2.2. АНАЛИЗ НИ В ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯХ ЧАСТОТЫ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ РЯДОВ ВОЛЬТЕРРА

Нетрудно показать [6], что, в отличие от систем с постоянными во времени параметрами, для нелинейно-параметрических систем функциональный ряд Вольтерра связывающий входное воздействие  $\varepsilon$  и отклик  $y$  для НПЦ рис. 3.4а, имеет вид

$$y(t) = L_n^t [\varepsilon(\tau), t] = \sum_{k=1}^{\infty} \int \int \dots \int_{-\infty}^{+\infty} k(t, \tau_1, \tau_2, \dots, \tau_k) \prod_{i=1}^k \varepsilon(t - \tau_i) d\tau_i, \quad (3.6)$$

где ядра ряда Вольтерра предполагаются нестационарными, т. е. зависят от времени  $t$ .

В случае малого входного воздействия  $x(t)$  ряд (3.6) может быть ограничен тремя первыми членами. Кроме того, при гармоническом управляющем колебании ядро  $k(t, \tau_1, \tau_2, \dots, \tau_k)$  может быть разложено в ряд Фурье:

$$k(t, \tau_1, \tau_2, \dots, \tau_k) = k_0(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_k) + \sum_{m=1}^{\infty} [k_{mc}(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_k) \times \\ \times \cos m\omega_y t + k_{ms}(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_k) \sin m\omega_y t], \quad (3.7)$$

где  $\omega_y$  — частота управляющего колебания, например, гетеродина. Так, в случае резистивной цепи и косинусоидального управления

$$k(t, \tau) = k_0(\tau) + \sum_{m=1}^{\infty} k_m(\tau) \cos l\omega_y t. \quad (3.8)$$

Применяя преобразование Лапласа к (3.6) с учетом (3.7), получаем

$$Y(p_1, p_2, \dots, p_k) = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{\infty} \left\{ \sum_{m=1}^{\infty} K_{mc}(p_1 - jm\omega_y, p_2, p_3, \dots, p_k) \times \right. \\ \times \varepsilon(p_1 - jm\omega_y) \prod_{i=2}^k \varepsilon(p_i) + K_{ms}(p_1 \pm jm\omega_y, p_2, p_3, \dots, p_k) \varepsilon(p_1 + \\ + jm\omega_y) \prod_{i=2}^k \varepsilon(p_i) - j \left[ K_{ms}(p_1 - jm\omega_y, p_2, p_3, \dots, p_k) \varepsilon(p_1 - \right. \\ \left. - jm\omega_y) \prod_{i=2}^k \varepsilon(p_i) - K_{ms}(p_1 + jm\omega_y, p_2, p_3, \dots, p_k) \varepsilon(p_1 + \right. \\ \left. + jm\omega_y) \prod_{i=2}^k \varepsilon(p_i) \right] \Big\} + K_0(p_1, \dots, p_k) \prod_{i=1}^k \varepsilon(p_i). \quad (3.9)$$

Таким образом, в общем случае для выходной координаты НПЦ  $y(t)$  может быть получена связь с входным воздействием  $\varepsilon(t)$  с помощью выражения, аналогичного по структуре (2.51), (2.52) для цепи с постоянными параметрами:

$$y = \sum_{k=1}^m \int \int_{-\infty}^{+\infty} \dots \int k(t, \tau_1, \tau_2, \dots, \tau_k) \prod_{i=1}^k [x^1(t - \tau_i) + x^2(t - \tau_i) + \\ + \dots + x^N(t - \tau_i)] d\tau_i,$$

$$\text{где } x = \sum_{k=1}^n \int \int_{-\infty}^{+\infty} k(t, \lambda_1, \dots, \lambda_k) \prod_{i=1}^k \varepsilon(t - \lambda_i) d\lambda_i.$$

Осуществляя двойное нелинейное преобразование  $y = L_1[x]$ , где  $x = L_2[\varepsilon]$ , аналогичное преобразованию рис. 2.6, нетрудно получить выражения ядер передаточной характеристики НПЦ «вход-выход». В табл. 3.1 приведены уравнения ядер для случая нелинейно-па-

параметрической проводимости  $i=f(u)$  и сопротивления  $u=f(i)$  резистивного характера. Здесь  $K_{in}$  и  $K_{un}$  — коэффициенты разложения в ряд Фурье ядер  $k_i(t, \tau_1, \tau_2, \dots)$  и  $k_u(t, \tau_1, \tau_2, \dots)$  соответствующего порядка;  $G_n^{(l)}$ ,  $R_n^{(l)}$  представляют собой коэффициенты разложения в ряд Фурье коэффициентов ряда Тэйлора  $i(u)$  или  $u(i)$ , т. е. параметрических коэффициентов резистивных элементов. В табл. 3.1 приняты следующие обозначения:

для  $i=f(u)$ :

$$\gamma_5^t = \frac{1}{8} \sum_{n=0}^N \sum_{m_1=0}^N \sum_{m_2=0}^N G_n' \{K_{um1} [p_1 \pm j(n \pm m_1 \pm m_2) \omega_y] K_{um2}(p_2)\};$$

$$\beta_5^t = \frac{1}{16} \sum_{n=0}^N \sum_{m_1=0}^N \sum_{m_2=0}^N \sum_{m_3=0}^N G_n' \{K_{um1} [p_1 \pm j(n \pm m_1 \pm m_2 \pm m_3) \omega_y] \times \\ \times K_{um2}(p_2) K_{um3}(p_3)\} + \frac{1}{4} \sum_{n=0}^N \sum_{m_1=0}^N \sum_{m_2=0}^N G_n' \{K_{um1} [p_1 \pm j(n \pm m_1 \pm \\ \pm m_2) \omega_y] K_{um2}(p_2, p_3)\},$$

$$\text{где } i = G(t)u + G'(t)u^2 + G''(t)u^3 + \dots; G^{(l)}(t) = \sum_{n=0}^N G_n^{(l)} \cos n \omega_y t;$$

$u=f(i)$ :

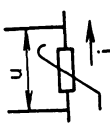
$$\gamma_6^t = \frac{1}{8} \sum_{n=0}^N \sum_{m_1=0}^N \sum_{m_2=0}^N R_n' \{K_{im1} [p_1 \pm j(n \pm m_1 \pm m_2) \omega_y] K_{im2}(p_2)\};$$

$$\beta_6^t = \frac{1}{16} \sum_{n=0}^N \sum_{m_1=0}^N \sum_{m_2=0}^N \sum_{m_3=0}^N R_n' \{K_{im1} [p_1 \pm j(n \pm m_1 \pm m_2 \pm m_3) \omega_y] K_{im2}(p_2) \times \\ \times K_{im3}(p_3)\} + \frac{1}{4} \sum_{n=0}^N \sum_{m_1=0}^N \sum_{m_2=0}^N R_n' \{K_{im1} [p_1 \pm j(n \pm m_1 \pm m_2) \omega_y] K_{im2}(p_2, p_3)\},$$

$$\text{где } u = R(t)i + R'(t)i^2 + R''(t)i^3 + \dots; R^{(l)}(t) = \sum_{n=0}^N R_n^{(l)} \cos n \omega_y t.$$

Уравнения связей ядер соответствующих переменных для краткости записи в табл. 3.1 представлены в символической форме. Знаки  $\pm$  указывают на необходимость учета всех возможных комбинаций при их перестановке. Поэтому каждому уравнению соот-

ТАБЛИЦА 3.1

№ п/п	Вид элемента	Заданный вид описания элемента	Поря- док подпис- кемы	Уравнение подсистемы	
1	2	3	4	5	
1	Нелинейно-пара- метрический резистор 	$i = f(u)$	1	$K_{i0}(p_1) + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N \{K_{ik}(p_1 \pm jk\omega_y)\} = \frac{1}{4} \sum_{n=0}^N \sum_{m=0}^N G_n \{K_{um}[p_1 \pm j(n \pm m)\omega_y]\}$	
			2	$K_{i0}(p_1, p_2) + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N \{K_{ik}(p_1 \pm jk\omega_y, p_2)\} =$ $= \frac{1}{4} \sum_{n=0}^N \sum_{m=0}^N G_n \{K_{um}[p_1 \pm j(n \pm m)\omega_y, p_2]\} + \gamma_5^t$	
			3	$K_{i0}(p_1, p_2, p_3) + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N \{K_{ik}(p_1 \pm jk\omega_y, p_2, p_3)\} =$ $= \frac{1}{4} \sum_{n=0}^N \sum_{m=0}^N G_n \{K_{um}[p_1 \pm j(n \pm m)\omega_y, p_2, p_3]\} + \beta_5^t$	



1	2	3	4	5
2	То же	$u = f(i)$	1	$K_{u0}(p_1) + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N \{K_{uk}(p_1 \pm jk\omega_y)\} = \frac{1}{4} \sum_{n=0}^N \sum_{m=0}^N R_n \{K_{im}[p_1 \pm j(n \pm m)\omega_y]\}$
			2	$K_{u0}(p_1, p_2) + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N \{K_{uk}(p_1 \pm jk\omega_y, p_2)\} =$ $= \frac{1}{4} \sum_{n=0}^N \sum_{m=0}^N R_n \{K_{im}[p_1 \pm j(n \pm m)\omega_y, p_2]\} + \gamma_6^f$
			3	$K_{u0}(p_1, p_2, p_3) + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N \{K_{uk}(p_1 \pm jk\omega_y, p_2, p_3)\} =$ $= \frac{1}{4} \sum_{n=0}^N \sum_{m=0}^N \sum_{t=0}^N R_n \{K_{im}[p_1 \pm j(n \pm m)\omega_y, p_2, p_3]\} + \beta_6^t$

ветствует система уравнений, для определения каждого из которых необходимо учесть члены, содержащие в левой и правой частях уравнений одинаковые аргументы. Это делает отличной запись уравнений связи нелинейно-параметрических систем и систем с постоянными параметрами (см. гл. 2).

Например, для ядра 1-го порядка и преобразования в разностную частоту таким аргументом в случае определения  $K_{i1}(p_1 - j\omega_y)$

$$\text{является } p_1 - j\omega_y. \text{ Тогда } K_{i1}(p_1 - j\omega_y) = \frac{1}{4} \sum_{n=0}^N \sum_{m=0}^N G_n \{K_{um}[p_1 - j(p \pm m)\omega_y]\}$$

при  $n \pm m = 1$ .

Для ядра 2-го порядка такими аргументами в случае определения  $K_{i1}(p_1 - j\omega_y, p_2)$  являются  $p_1 - j\omega_y$  и  $p_2$ . Тогда  $K_{i1}(p_1 - j\omega_y,$

$$p_2) = \frac{1}{4} \sum_{n=0}^N \sum_{m=0}^N G_n \{K_{um}[p_1 - j(n \pm m)\omega_y, p_2] + \gamma_5^t$$

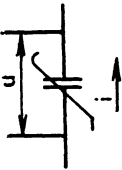
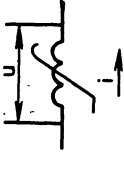
при  $n \pm m = 1$  и  $n \pm m_1 \pm m_2 = 1$  и т. д.

Аналогичным образом можно получить выражения ядер передаточной характеристики НПЦ «вход-выход» для нелинейно-параметрической емкости  $i = C(u, t) du/dt$  и индуктивности  $u = L(i, t) di/dt$  (табл. 3.2).

В табл. 3.2 величины  $\theta_i = \xi_i$  для емкости и  $\theta_i = \nu_i$  для индуктивности представляют собой коэффициенты разложения в ряд Фурье коэффициентов ряда Тэйлора  $C(u)$  или  $L(i)$ , т. е. параметрических коэффициентов реактивных элементов. Аналогично табл. 3.1 уравнения связей переменных представлены в символической форме, а каждому уравнению соответствует система уравнений, для определения каждого из которых необходимо учесть члены, содержащие в левой и правой частях уравнений одинаковые аргументы.

Ниже в качестве примера приведена в символической форме система уравнений для случая ядра 1-го порядка

$$K_{y0}(p) + \frac{1}{2} \sum_{m=1}^N K_{umc}(p \pm jm\omega_y) \pm \frac{1}{2j} \sum_{m=1}^N K_{ums}(p \pm jm\omega_y) = 2\theta_0 p K_0(p) + \\ + \sum_{n=1}^N \{p[\theta_{nc} K_{xnc}(p) + \theta_{ns} K_{xns}(p)] + n\omega_y [\theta_{nc} K_{xns}(p) - \theta_{ns} K_{xnc}(p)]\} +$$

Вид элемента	Заданный вид описания элемента	Порядок подсчета	Уравнение подсистемы
<p>Нелинейно-параметрическая реактивность</p>  <p>или</p> 		1	$K_{y0}(p_1) + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^N [K_{ygn}(p_1 \pm jn\omega_y) \mp jK_{ygn}(p_1 \pm jn\omega_y)] =$ $= a_0(p_1) + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^N [a_{nc}(p_1 \pm jn\omega_y) \mp ja_{ns}(p_1 \pm jn\omega_y)]$
	$i = C(u, t) \frac{du}{dt}$ $u = L(i, t) \frac{di}{dt}$	2	$K_{y0}(p_1, p_2) + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^N [K_{ygn}(p_1 \pm jn\omega_y, p_2) \mp jK_{ygn}(p_1 \mp jn\omega_y, p_2)] =$ $= a_0(p_1, p_2) + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^N [a_{nc}(p_1 \pm jn\omega_y, p_2) \mp ja_{ns}(p_1 \mp jn\omega_y, p_2)] + \beta_{6,7}^t$
		3	$K_{y0}(p_1, p_2, p_3) + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^N [K_{ygn}(p_1 \pm jn\omega_y, p_2, p_3) \mp$ $\mp jK_{ygn}(p_1 \mp jn\omega_y, p_2, p_3)] = a_0(p_1, p_2, p_3) +$ $+ \frac{1}{2} \sum_{n=1}^N [a_{nc}(p_1 \pm jn\omega_y, p_2, p_3) \mp ja_{ns}(p_1 \mp jn\omega_y, p_2, p_3)] + \beta_{6,7}^t$

Примечание. Выражения для коэффициентов  $a_j, \gamma_j^t, \beta_j^t$  приведены в приложении 2.

$$\begin{aligned}
& + \frac{1}{4} \sum_{k=1}^N \{ \theta_0 [(p, \pm "jk \omega_y) K_{x_{ks}}(p, \pm "jk \omega_y) + k \omega_y K_{x_{ks}}(p, \pm "jk \omega_y) \pm \\
& \pm (p, \mp "jk \omega_y) \theta_{ks} K_{x0}(p, \pm "jk \omega_y)] + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^N [(p, \pm "jk \omega_y) \theta_{nc} K_{x_{(n \pm k) c}}(p, \pm " \\
& , \pm "jk \omega_y + (n \pm k) \omega_y \theta_{nc} K_{x0(n+k) s}(p, \pm "jk \omega_y) \pm \frac{1}{j} (\pm (p, \mp "jk \omega_y) \times \\
& \times K_{x_{(n \pm k) s}}(p, \mp "jk \omega_y) \mp (n \pm k) \omega_y K_{x_{(n \pm k) c}}(p, \mp "jk \omega_y) \mp (p, \mp "jk \omega_y) \times \\
& \times K_{x_{(n \pm k) c}}(p, \mp "jk \omega_y) \mp (n, \pm "k) \omega_y K_{x_{(n \pm k) c}}(p, \mp "jk \omega_y)] \}.
\end{aligned}$$

Для получения окончательного выражения необходимо подставить вначале верхние знаки (сохраняя при этом знаки  $\pm$ ), получив таким образом первое слагаемое, затем подставить нижние знаки (сохраняя  $\pm$ ). Далее в каждом из найденных таким образом двух слагаемых следует подставить сначала верхние знаки из обозначения  $\pm$ , а потом — нижние. Окончательное выражение представляет собой сумму четырех слагаемых, определенных в соответствии с изложенными выше правилами.

Таким образом, задача анализа НИ в нелинейно-параметрическом устройстве разбивается на две: определение матриц соответствующих параметрических коэффициентов нелинейно-параметрических элементов; решение системы линейных алгебраических уравнений для ядер соответствующих порядков передаточной характеристики относительно выходной координаты.

Рассмотрим в заключение анализ НИ в НПЦ при воздействии на последнюю помех. Здесь следует различать два режима:

1. Воздействие на НПЦ слабой помехи.

Продукты нелинейного преобразования и критерии НИ находятся с использованием того же алгоритма, как и в случае цепей с постоянными параметрами, т. е. при подстановке вместо  $p_1$ ,  $p_2$ ,  $p_3$  соответствующих величин (см. табл. 2.2).

Подобная регулярная процедура вычисления НИ проста, что является достоинством излагаемого метода сравнительно с другими [10, 22], где в той же задаче приходится разлагать характеристики НПЭ в ряд Тэйлора по функциям двух переменных:  $u_c$  (сигнала) и  $u_n$  (помехи).

Используя выражение для ядра 3-го порядка, нетрудно также получить характеристику перекрестной АФК (см. 3.3):

$$\Phi = \arctg \frac{\operatorname{Im} K(p_1 \pm j \omega_y, p_2, p_3)}{\operatorname{Re} K(p_1 \pm j \omega_y, p_2, p_3)},$$

где  $p_1 = j \omega_c$ ,  $p_2 = j \omega_n$ ,  $p_3 = -j \omega_n$ .

## 2. Воздействие на НППЦ сильной помехи.

В этом случае в первом приближении допускается, что селективные цепи, стоящие на входе НППЦ, представляют собой короткое замыкание для частоты колебания помехи и последнее приводится к цепи управления практически без ослабления, т. е. параметрические коэффициенты, характеризующие НППЦ, являются функциями двух колебаний — управляющего и помехи. В зависимости от величины (интенсивности [22]) управляющего колебания изменяется методика определения элементов матриц  $\|G(t)\|$ ,  $\|R(t)\|$ ,  $\|C(t)\|$ ,  $\|L(t)\|$ .

### 3.2.3. АНАЛИЗ НИ В ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯХ С НЕИНТЕНСИВНЫМ УПРАВЛЯЮЩИМ КОЛЕБАНИЕМ

Рассмотрим, как в этом случае решаются две рассмотренные выше задачи определения матриц НПЭ и системы линейных алгебраических уравнений тракта.

1. *Матрица параметров управляемого элемента.* При воздействии на нелинейный элемент суммы двух колебаний — сильного управляющего и слабого сигнала — характеристика, связывающая ток в элементе с напряжением на нем, может быть разложена в ряд Тэйлора по степеням малой переменной. Рассмотрим в качестве примера нелинейную проводимость, описываемую уравнением

$$i = f(u), \quad (3.10)$$

где  $u = u_y + u_c$ .

Разложим (3.10) в ряд Тэйлора по степеням  $u_c$ :

$$i = f(u) = f(u)|_{u=u_y} + f'(u)|_{u=u_y} u_c + \frac{1}{2} f''(u)|_{u=u_y} u_c^2 + \\ + \frac{1}{6} f'''(u)|_{u=u_y} u_c^3 + \dots$$

$$\text{или } f(u) - f(u)|_{u=u_y} = f'(u)|_{u=u_y} u_c + \frac{1}{2} f''(u)|_{u=u_y} u_c^2 + \\ + \frac{1}{6} f'''(u)|_{u=u_y} u_c^3 + \dots$$

Тогда параметрические коэффициенты нелинейной проводимости определяются как

$$G(t) = f'(u)|_{u=u_y}, \quad G'(t) = \frac{1}{2} f''(u)|_{u=u_y}, \quad G''(t) = \frac{1}{6} f'''(u)|_{u=u_y} \text{ и т. д.} \quad (3.11)$$

Разложение (3.11) в ряд Фурье даст искомые параметрические коэффициенты. Будем считать, что при неинтенсивном управляю-

щем колебании можно ограничиться рассмотрением нескольких членов ряда Фурье, например:

$$\left. \begin{aligned} G(t) &= G_0 + \sum_{m=1}^N G_m \cos m \omega_y t, \\ G'(t) &= G'_0 + \sum_{m=1}^n G'_m \cos m \omega_y t, \\ G''(t) &= G''_0 + \sum_{m=1}^N G''_m \cos m \omega_y t, \end{aligned} \right\} \quad (3.12)$$

где  $N$  — число учитываемых гармоник колебания параметрических коэффициентов  $G_m^{(i)}$  (см. табл. 3.1).

Таким образом, условная запись матрицы нелинейно-параметрической проводимости имеет вид

$$\|G(t)\| = \begin{vmatrix} G_0 & G_1 & G_2 & \dots & G_N \\ G'_0 & G'_1 & G'_2 & \dots & G'_N \\ G''_0 & G''_1 & G''_2 & \dots & G''_N \end{vmatrix}. \quad (3.13)$$

Аналогичным образом могут быть вычислены матрицы  $\|R(t)\|$ ,  $\|C(t)\|$ ,  $\|L(t)\|$ .

Вид зависимости  $u=f(i)$ :

$$\left. \begin{aligned} f(i) - f(i)|_{i=i_y} &= f'(i)|_{i=i_y} i_c + \frac{1}{2} f''(i)|_{i=i_y} i_c^2 + \frac{1}{6} f'''(i)|_{i=i_y} i_c^3 + \dots, \\ R(t) &= f'(i)|_{i=i_y} = R_0 + \sum_{m=1}^N R_m \cos m \omega_y t, \\ R'(t) &= \frac{1}{2} f''(i)|_{i=i_y} = R'_0 + \sum_{m=1}^N R'_m \cos m \omega_y t, \\ R''(t) &= \frac{1}{6} f'''(i)|_{i=i_y} = R''_0 + \sum_{m=1}^N R''_m \cos m \omega_y t, \\ \|R(t)\| &= \begin{vmatrix} R_0 & R_1 & R_2 & \dots & R_N \\ R'_0 & R'_1 & R'_2 & \dots & R'_N \\ R''_0 & R''_1 & R''_2 & \dots & R''_N \end{vmatrix}, \end{aligned} \right\} \quad (3.14)$$

Вид зависимости  $i = C(u) \frac{du}{dt}$ ,  $C(u) = \varphi(u)$ :

$$\left. \begin{aligned}
 C(u) &= \varphi(u) \big|_{u=u_y} + \varphi'(u) \big|_{u=u_y} u_c + \frac{1}{2} \varphi''(u) \big|_{u=u_y} u_c^2 + \dots, \\
 \xi(t) &= \varphi(u) \big|_{u=u_y} = \xi_0 + \sum_{m=1}^N (\xi_{mc} \cos m \omega_y t + \xi_{ms} \sin m \omega_y t), \\
 \xi'(t) &= \varphi'(u) \big|_{u=u_y} = \xi'_0 + \sum_{m=1}^N (\xi'_{mc} \cos m \omega_y t + \xi'_{ms} \sin m \omega_y t), \\
 \xi''(t) &= \frac{1}{2} \varphi''(u) \big|_{u=u_y} = \xi''_0 + \sum_{m=1}^N (\xi''_{mc} \cos m \omega_y t + \xi''_{ms} \sin m \omega_y t), \\
 \|\xi(t)\| &= \left\| \begin{array}{cccccccc} \xi_0 & \xi_{1c} & \xi_{1s} & \xi_{2c} & \xi_{2s} & \dots & \xi_{Nc} & \xi_{Ns} \\ \xi'_0 & \xi'_{1c} & \xi'_{1s} & \xi'_{2c} & \xi'_{2s} & \dots & \xi'_{Nc} & \xi'_{Ns} \\ \xi''_0 & \xi''_{1c} & \xi''_{1s} & \xi''_{2c} & \xi''_{2s} & \dots & \xi''_{Nc} & \xi''_{Ns} \end{array} \right\|,
 \end{aligned} \right\} \quad (3.15)$$

где  $\xi_m^{(l)} = \theta_m^{(l)}$  (см. табл. 3.2).

Вид зависимости  $u = L(i) \frac{di}{dt}$ ,  $L(i) = \varphi(i)$ :

$$\left. \begin{aligned}
 L(i) &= \varphi(i) \big|_{i=i_y} + \varphi'(i) \big|_{i=i_y} i_c + \frac{1}{2} \varphi''(i) \big|_{i=i_y} i_c^2 + \dots, \\
 v(t) &= \varphi(i) \big|_{i=i_y} = v_0 + \sum_{m=1}^N (v_{mc} \cos m \omega_y t + v_{ms} \sin m \omega_y t), \\
 v'(t) &= \varphi'(i) \big|_{i=i_y} = v'_0 + \sum_{m=1}^N (v'_{mc} \cos m \omega_y t + v'_{ms} \sin m \omega_y t), \\
 v''(t) &= \frac{1}{2} \varphi''(i) \big|_{i=i_y} = v''_0 + \sum_{m=1}^N (v''_{mc} \cos m \omega_y t + v''_{ms} \sin m \omega_y t), \\
 \|v(t)\| &= \left\| \begin{array}{cccccccc} v_0 & v_{1c} & v_{1s} & v_{2c} & v_{2s} & \dots & v_{Nc} & v_{Ns} \\ v'_0 & v'_{1c} & v'_{1s} & v'_{2c} & v'_{2s} & \dots & v'_{Nc} & v'_{Ns} \\ v''_0 & v''_{1c} & v''_{1s} & v''_{2c} & v''_{2s} & \dots & v''_{Nc} & v''_{Ns} \end{array} \right\|,
 \end{aligned} \right\} \quad (3.16)$$

где  $v_m^{(l)} = \theta_m^{(l)}$  (см. табл. 3.2).

Заметим, что оценка возможности пренебрежения высшими гармониками колебаний параметрических коэффициентов должна про-

водится для конкретных элементов и управляющих воздействий. Методика оценки сводится к вычислению решения для ядра соответствующего порядка или определенного критерия (продукта) НИ для различного числа членов рядов (3.12), (3.14) — (3.16) с последующим определением допустимой ошибки. Изменение числа членов рядов не изменяет метода анализа НИ. Пример такой оценки приведен в 5.1.

2. *Операторный метод решения системы уравнений НПЦ.* Составление уравнений, описывающих НПЦ, производится аналогично случаю цепей с постоянными параметрами (см. § 2.2), т. е. система описывающих уравнений распадается на подсистемы для ядер передаточной характеристики «вход-выход» 1, 2 и 3-го порядков. Однако, в отличие от этого случая, число уравнений  $M$  в каждой подсистеме определяется не только числом уравнений по законам Кирхгофа и компонентных  $L$ , но и количеством  $N$  учитываемых гармоник колебаний параметрических коэффициентов НПЭ. Тогда  $M = (2N + 1)L$  в случае цепи с нелинейностью комплексного характера и  $M = (N + 1)L$  в случае цепи с нелинейностью резистивного характера.

Рассмотрим процедуру составления системы уравнений относительно искоемых ядер соответствующего порядка.

1. Для заданной эквивалентной схемы преобразовательного тракта составляются независимые уравнения по законам Кирхгофа.

2. Задаются числом  $N$  учитываемых гармоник колебаний ядер.

3. Все свободно стоящие в уравнениях токи и напряжения заменяются ядрами соответствующих порядков, например, для преобразования в разностную частоту:

$i \rightarrow K_{in}(p_1 - jn\omega_y)$ ,  $K_{in}(p_1 - jn\omega_y, p_2)$ ,  $K_{in}(p_1 - jn\omega_y, p_2, p_3)$ , где  $n = 0, 1, 2, \dots, N$ ;  $K_{in}(p_1 - jn\omega_y)$  определяет линейную передаточную характеристику тракта в режиме преобразования частоты;  $K_{in}(p_1 - jn\omega_y, p_2)$  — НИ 2-го порядка;  $K_{in}(p_1 - jn\omega_y, p_2, p_3)$  — НИ 3-го порядка.

Напомним, что в соответствии с табл. 2.2 определение продукта интермодуляции 2-го порядка требует подстановки  $p_1 = j\omega_1$ ,  $p_2 = j\omega_2$ , 3-го порядка  $p_1 = j\omega_1$ ,  $p_2 = j\omega_2$ ,  $p_3 = j\omega_3$ , где  $\omega_i$  — частоты помех; НИ вида перекрестных и блокирования  $p_1 = j\omega_c$ ,  $p_2 = j\omega_n$ ,  $p_3 = -j\omega_n$ , где  $\omega_c$  — частота сигнала;  $\omega_n$  — частота помехи; НИ огибающей  $p_1 = j\omega_c$ ,  $p_2 = j\omega_c$ ,  $p_3 = -j\omega_c$  и т. д.

4. Входное воздействие  $\varepsilon(t)$  заменяется единицей для линейной подсистемы уравнений при  $n = 0$  и нулем во всех остальных случаях.

5. Для токов и напряжений, связанных функциональными зависимостями, используются соответствующие позиции в табл. 3.1 и 3.2. Для случая линейных компонент  $\gamma_5^t$ ,  $\beta_5^t$ ,  $\gamma_6^t$ ,  $\beta_6^t$ ,  $\gamma_{7,8}^t$ ,  $\beta_{7,8}^t$  в табл. 3.1 и 3.2 принимаются равными нулю.



Решение полученных подсистем системы линейных алгебраических уравнений не представляет трудностей. Тем не менее в случае достаточно больших  $N(N > 3)$  из-за громоздкости определителей системы желательно применять ЭВМ.

Для случая нелинейных, но не параметрических компонент используется методика составления компонентных уравнений, приведенная в 2.3.3, т. е. для резистивных компонент — табл. 2.4 и для реактивных компонент — табл. 2.6 (критерий  $K_{11}$ , где  $\omega_1 = \omega_y$ ,  $\omega_2 = \omega_c$ ).

Примеры расчета НИ в практических схемах преобразователей частоты с использованием изложенного метода приведены в § 5.1, 5.2.

### 3.2.4. АНАЛИЗ НИ В УСТРОЙСТВАХ С ИНТЕНСИВНЫМ УПРАВЛЯЮЩИМ КОЛЕБАНИЕМ

Анализ НИ в НПЦ при таком управлении требует увеличения числа членов  $N$  в компонентных уравнениях табл. 3.1 и 3.2, что увеличивает порядок подсистем и усложняет анализ. Стремление упростить задачу анализа привело к использованию методов, адаптированных для случая относительно больших управляющих воздействий, некоторые из которых рассмотрены ниже.

1. *Коммутаторная теория НПЦ* [106]. Идея такого подхода заключается в том, что реальная характеристика «вход-выход» НПЭ аппроксимируется кусочно-линейной зависимостью. При этом для резистивных цепей параметрические коэффициенты  $G(t)$  и  $R(t)$  становятся прямоугольными функциями времени (рис. 3.5).

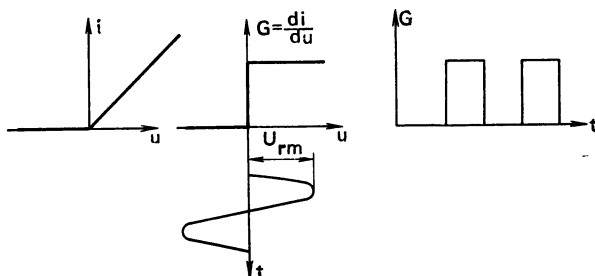


Рис. 3.5. Работа частотно-преобразующего нелинейного элемента в ключевом режиме

Таким образом, управляемый элемент ведет себя как ключ, коммутация которого осуществляется с частотой управляющего напряжения. Следовательно, определив параметры ключа в открытом и закрытом состоянии и разложив затем прямоугольную функцию времени  $G(t)$  или  $R(t)$  в ряд Фурье, можно получить необходимый продукт преобразования на выходе устройства [106]. Однако при таком подходе параметрические коэффициенты, определяющие нелинейность устройства по сигналу  $G'(t)$ ,  $G''(t)$ ,  $R'(t)$ ,  $R''(t)$ , не являются прямоугольными функциями времени, а представляются  $\delta$ -функцией и ее первой производной. Поэтому коммутаторная теория НПЦ получила развитие только для управляющих воздействий по цепи гетеродина, близких к прямоугольным. В этом случае различными способами, обычно численными [22, 105], при определенных допущениях разрешается неявное нелинейное уравнение, описывающее характеристику эквивалентного НПЭ, а каждый параметр матриц  $\|G(t)\|$  и  $\|R(t)\|$  представляется прямоугольной функцией времени.

В случае цепей с нелинейностью комплексного характера использование коммутаторной теории значительно усложняет процедуру расчета из-за необходимости определения моментов переключения отдельных НЭ.

2. *Метод специальных функций* [10]. Если управляющее колебание отличается от прямоугольного, то коммутаторная теория дает значительную фактическую и в ряде случаев даже качественную ошибку. Тогда для расчета НИ предлагается определить высшие производные вольт-амперной характеристики НЭ и рассчитать коэффициенты ряда Фурье для производных. Так как для всех производных выше первой их величины практически быстро затухают, стремясь к нулю, то это позволяет аппроксимировать коэффициенты ряда Фурье кусочно-линейными функциями. Далее расчет НИ осуществляется по методике [10].

3. *Метод интегрирования дифференциальных уравнений НПЦ*. Как указывалось, точное решение задачи анализа НИ в НПЦ приводит к решению нелинейных (по сигналу) дифференциальных уравнений с переменными во времени коэффициентами. Эти уравнения могут быть численно решены на ЭЦВМ известными способами или при определенных допущениях для простых НПЦ сведены к уравнениям, имеющим аналитическое решение [22, 56].

4. *Использование рядов Вольтерра для анализа НИ в НПЦ при интенсивном управляющем колебании*. Интенсивность управляющего колебания при использовании методов рядов Вольтерра требует увеличения числа учитываемых гармоник колебаний параметрических коэффициентов. Определение последних в этом случае усложняется, однако эти трудности носят общий характер для всех методов анализа НИ в НПЦ.

Как указывалось, функциональные зависимости, описывающие НПЭ, в большинстве случаев представляются неявным уравнением. Вследствие этого переменные во времени параметры НПЭ определяются численно или экспериментально для конкретных элементов и управляющих воздействий. Например, для преобразования на нелинейности перехода в [22] используется метод  $n$ -ординат и т. д.

Число учитываемых гармоник колебания параметрических коэффициентов, как правило, должно быть взято больше трех. В этом случае расчет по рассмотренной методике целесообразно проводить на ЭВМ. Однако для некоторых аппроксимаций характеристик НЭ метод рядов В. позволяет получить простые и строгие аналитические решения в области интенсивных управляющих воздействий. Соответствующие примеры приведены в § 5.2.

### **3.3. Анализ НИ в усилительных трактах с амплитудно-фазовой конверсией**

#### **3.3.1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ**

Фазо-частотная характеристика (ФЧХ) линейного стационарного тракта не изменяется в зависимости от величины воздействующего на него сигнала  $U_m$ . Для трактов, содержащих нелинейно-инерционные цепи, изменение ФЧХ в зависимости от уровня воздействия возможно, но не обязательно. Покажем это на примере трактов, составленных из функциональных звеньев различного вида: с резистивной нелинейностью и характеристикой «выход-вход»  $y=f_i(x)$ , а также инерционных линейных с оператором передачи  $L_i(p)$  (рис. 3.6). Пусть звенья не оказывают друг на друга взаимного влияния, а  $f_i(x)$  имеют вид полиномов:

$$y_1 = f_1(x_1) = \alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_1^2, \quad y_2 = f_2(x_2) = \beta_1 x_2 + \beta_2 x_2^2, \\ y_3 = f_3(x_3) = \gamma_1 x_3 + \gamma_2 x_3^2 + \gamma_3 x_3^3 + \gamma_4 x_3^4 + \dots + \gamma_n x_3^n.$$

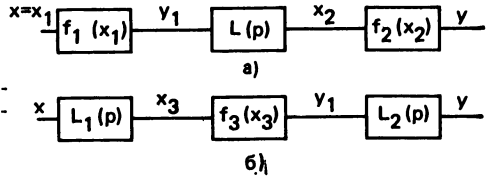


Рис. 3.6. Различные структуры трактов, содержащих линейные и нелинейные звенья:

$a$  — с АФК;  $б$  — без АФК

Для схемы рис. 3.6а ядра сквозной передаточной характеристики, как нетрудно показать [12], выражаются следующим образом:

$$K(p) = \alpha_1 \beta_1 L(p), \quad K(p_1, p_2, p_3) = 2\alpha_1 \alpha_2 \beta_2 L(p_1) L(p_2 + p_3)$$

или с учетом симметризации

$$K(p_1, p_2, p_3) = \frac{2}{3} \alpha_1 \alpha_2 \beta_2 [L(p_1) L(p_2 + p_3) + L(p_2) L(p_1 + p_3) + L(p_3) L(p_1 + p_2)].$$

Для схемы рис. 3.6б в соответствии с [12]

$$K(p) = L_1(p) \alpha_1 L_2(p),$$

$$K(p_1, p_2, \dots, p_s) = \prod_{i=1}^s L_1(p_i) L_2(p_1 + p_2 + \dots + p_s) \alpha_s.$$

В случае одногармонического воздействия  $x = U_m \cos \omega t$  комплексная амплитуда первой гармоники отклика  $y(t)$  равна (см. табл. 2.2):

для схемы рис. 3.6а

$$\dot{y}_{m\omega} = \alpha_1 \beta_1 L(j\omega) U_m + \frac{1}{2} \alpha_1 \alpha_2 \beta_2 U_m^3 [2L(j\omega) L(0) + L(-j\omega) L(2j\omega)],$$

$$\text{при } L(0) = 0 \quad y_{m\omega} = \alpha_1 \beta_1 L(j\omega) U_m + \frac{1}{2} \alpha_1 \alpha_2 \beta_2 U_m^3 L(-j\omega) L(2j\omega);$$

для схемы рис. 3.6б

$$\dot{y}_{m\omega} = \gamma_1 U_m L_1(j\omega) L_2(j\omega) + \frac{3}{4} \gamma_3 U_m^3 |L_1(j\omega)|^2 L_1(j\omega) L_2(j\omega) + \\ + \frac{5}{8} \gamma_5 U_m^5 |L_1(j\omega)|^4 L_1(j\omega) L_2(j\omega) + \dots + \gamma_n k_n U_m^n |L_1(j\omega)|^{n-1} \times \\ \times L_1(j\omega) L_2(j\omega) = U_m L_1(j\omega) L_2(j\omega) \left[ \gamma_1 + \frac{3}{4} \gamma_3 U_m^2 |L_1(j\omega)|^2 + \right. \\ \left. + \frac{5}{8} \gamma_5 U_m^4 |L_1(j\omega)|^4 + \dots + \gamma_n k_n U_m^{n-1} |L_1(j\omega)|^{n-1} \right],$$

где  $k_n$  — вещественный коэффициент.

Комплексный коэффициент передачи тракта  $\dot{K} = \dot{y}_m \omega / U_m$  определяется следующим образом:

для схемы рис. 3.6а

$$K_\omega = \alpha_1 \beta_1 L(j\omega) + \frac{1}{2} \alpha_1 \alpha_2 \beta_2 U_m^2 L(-j\omega) L(2j\omega); \quad (3.17)$$

для схемы рис. 3.6б

$$\dot{K}_\omega = L_1(j\omega) L_2(j\omega) \left[ \gamma_1 + \frac{3}{4} \gamma_3 U_m^2 |L_1(j\omega)|^2 + \frac{5}{8} \gamma_5 U_m^4 |L_1(j\omega)|^4 + \dots + \gamma_n k_n U_m^{n-1} |L_1(j\omega)|^{n-1} \right]. \quad (3.18)$$

Амплитудно-частотная и фазо-частотная характеристики тракта находятся как

$$|\dot{K}_\omega| = |\dot{K}| = \sqrt{(\operatorname{Re} \dot{K})^2 + (\operatorname{Im} \dot{K})^2}, \quad \varphi_\omega = \operatorname{arctg} (\operatorname{Im} \dot{K} / \operatorname{Re} \dot{K}). \quad (3.19)$$

Из (3.17) — (3.19) следует, что ФЧХ тракта рис. 3.6б не зависит от  $U_m$ , в то время как для тракта рис. 3.6а эта зависимость проявляется. Явление влияния амплитуды сигнала или помехи на фазовые характеристики тракта называют амплитудно-фазовой конверсией (АФК) [93]. Иногда в литературе тракты с АФК называют трактами с «комплексной нелинейностью» [94]. Последний термин представляется неточным, так как в широком смысле свойство комплексности нелинейной цепи предполагает наличие у нее в совокупности инерционных и нелинейных свойств. К таким цепям можно отнести цепи как на рис. 3.6а, так и на рис. 3.6б, однако только одна из них обладает свойством АФК.

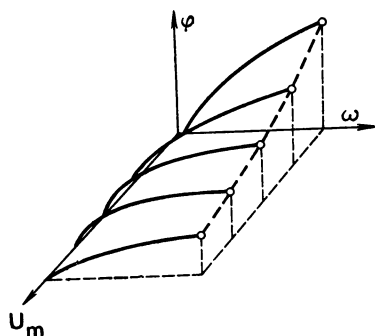


Рис. 3.7. Изменение фазо-частотной характеристики тракта в зависимости от амплитуды сигнала

Поэтому в дальнейшем будем использовать более определенный термин «цепи с АФК». Амплитудно-фазовая конверсия может сопровождаться изменением резонансной

частоты тракта, его полосы пропускания, однако общий результат АФК — изменение фазовых характеристик тракта (см., например, рис. 3.7).

Конверсия, обусловленная влиянием амплитуды полезного сигнала на его фазу, называется собственно АФК, конверсия, обусловленная влиянием одного сигнала (помехи) на фазу другого, — перекрестной АФК [93].

В реальных усилительных трактах и приборах АФК обусловлена различными причинами. Так, в транзисторных усилителях — зависимостью времени запаздывания сигналов, проходящих через

УП, от амплитуды входного воздействия; изменением параметров межкаскадных связей; одновременным сочетанием нелинейных и линейных искажений и т. д. [95]. Изменение уровней сигналов может изменять величины входных (выходных) импедансов УП, что изменяет фазовые характеристики цепей межкаскадных связей. Результат совместного действия линейных и нелинейных цепей виден на примере структуры рис. 3.6а, где влияние ФЧХ линейных звеньев и параметров нелинейных цепей определяет характеристики АФК. Конверсия может проявляться в других видах устройств — усилителях на ЛБВ, амплитудных ограничителях, преобразователях частоты, перемножителях, модуляторах и т. д. [13]. Несмотря на разнообразие причин АФК в конкретном тракте, физическая сущность этого явления заключается в зависимости параметров цепей тракта и характеристик происходящих в нем процессов от величины входного воздействия. Наибольший практический интерес представляет АФК в случае трактов, для которых существенны фазовые характеристики (тракты с сигналами ЧМ, ФМ, импульсного характера и т. д.).

### 3.3.2. НЕКОТОРЫЕ МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ НИ В ТРАКТАХ С АФК

1. *Метод основанный на точном или приближенном решении дифференциальных уравнений тракта.* Полное исследование проходящих сигналов через тракт с АФК представляет сложную задачу, так как требует решения системы нелинейных дифференциальных уравнений для схемы замещения тракта или соответствующих электродинамических процессов в его элементах (ЛБВ и т. д.). Для облегчения решения задачи обычно выделяют доминирующие факторы и предельно упрощают модель тракта.

Так, при изучении влияния нелинейности входных (выходных) импедансов УП на АФК в стационарном режиме [8] определяют средние (за период высокочастотного колебания) значения управляемых емкостей  $C_{ср}$  и вещественных проводимостей  $G_{ср}$ , образующих модель соответствующего импеданса. Отклонения  $C_{ср}(G_{ср})$  от исходных величин, найденных при отсутствии АФК, пересчитывают к импедансам цепи, определяющих фазовые характеристики тракта, например колебательных контуров в резонансных УВЧ и т. д. В результате возникает возможность учета изменения ФЧХ тракта в стационарном режиме для любой величины входного воздействия. Для резонансного усилителя, колебательный контур которого зашунтирован нелинейным импедансом, изменение ФЧХ равно [8]

$$\Delta\varphi = \frac{\delta_0}{1 + \delta_0} \frac{\Delta Q}{Q} \pm \frac{Q \Delta C / C}{1 + \delta_0^2},$$

где  $\Delta Q$  — изменение добротности контура  $Q$ , вызванное изменением  $G_{ср}$ ;  $\Delta C$  — изменение емкости контура, вызванное изменением  $C_{ср}$ ;  $\delta_0 = 2Q\Delta f/f_0$ ;  $\Delta f$  — отклонение частоты  $f$  относительно частоты резонанса  $f_0$ .

Максимум первого слагаемого соответствует  $\delta_0 = 1$ , максимум второго слагаемого —  $\delta_0 = 0$ . Для наихудшего случая допустим закон арифметического сложения слагаемых.

При действии помехи  $\Delta\varphi$  изменяется по закону мешающего воздействия, вследствие чего выходной сигнал приобретает паразитную угловую модуляцию,

количественно оцениваемую коэффициентом угловой перекрестной модуляции (1.15).

Описанный метод учета АФК [63, 69] распространен на случай многокаскадных трактов. Предполагается, что в стационарном режиме изменение ФЧХ может быть рассчитано как

$$\Delta \varphi = \sum_{i=1}^n (\Delta \varphi_y + \Delta \varphi_n)_i,$$

где  $\Delta \varphi_y$  и  $\Delta \varphi_n$  — фазовые сдвиги, вносимые УП и цепью межкаскадной связи  $i$ -го каскада;  $n$  — общее число каскадов.

Аналогично групповое время запаздывания сигнала  $\tau$  определяется через время запаздывания  $\tau_y$  и  $\tau_n$  соответственно в УП и цепи межкаскадной связи:

$$\tau = \sum_{i=1}^n (\tau_y + \tau_n)_i,$$

откуда изменение  $\tau$  под действием уровня сигнала

$$\Delta \tau = \sum_{i=1}^n (\Delta \tau_y + \Delta \tau_n)_i.$$

В электронных лампах до частот 150—200 МГц и в транзисторах с граничной частотой  $f_{\tau} \geq 10f$ , где  $f$  — максимальная рабочая частота, фазовыми сдвигами и запаздыванием в УП в первом приближении можно пренебречь [8].

Нетрудно видеть, что подобные подходы к упрощению задачи АФК носят частный характер, так как лишены общности. В связи с этим успешно развиваются методы, основанные на обобщенном представлении тракта с помощью комплексного нелинейного оператора (коэффициента) передачи, учитывающего одновременно как нелинейные, так и инерционные свойства тракта [93, 94, 96]. В результате оказывается излишним решение системы нелинейных дифференциальных уравнений, а описание свойств трактов не требует знания процессов, в нем происходящих.

2. *Метод комплексного нелинейного коэффициента передачи тракта.* Примем следующие допущения, часто выполняемые на практике [96]:

1. Входное колебание — квазигармоническое, т. е.

$$x(t) = X(t) \cos[\omega t + \varphi(t)], \quad (3.20)$$

где  $X(t)$ ,  $\varphi(t)$  — зависящие от времени амплитуда и фаза колебания.

2. Параметры  $X(t)$  и  $\varphi(t)$  изменяются значительно медленнее сравнительно с  $\cos \omega t$ , в результате чего спектр первой гармоники (3.20) практически не перекрывает спектров остальных гармоник, возникающих вследствие нелинейных процессов в тракте. Это условие эквивалентно условию узкополосного тракта [96]  $\Pi \ll f_0$ , где  $\Pi$  — полоса пропускания тракта;  $f_0$  — его средняя частота.

3. В полосе частот, занимаемой спектром 1-й гармоники (3.20), АЧХ тракта равномерна, ФЧХ линейна, а полоса пропускания ограничена, что обеспечивает подавление всех гармоник, кроме первой.

Таким образом, в основу модели тракта положена гипотеза инерционности его по отношению к несущему колебанию и безынерционности к его огибающей и фазе [8].

С учетом указанных допущений отклик  $y(t)$  может быть представлен в виде [96]

$$y(t) = Y(t) \cos [\omega t + \theta(t)],$$

$$\text{где } Y(t) = Y[X(t)], \quad (3.21)$$

$$\theta(t) = \varphi(t) + \psi(t), \quad (3.22)$$

$$\psi(t) = \Psi[X(t)]. \quad (3.23)$$

Зависимости  $Y[X(t)]$  и  $\Psi[X(t)]$  называют соответственно амплитудной (АХ) и фазо-амплитудной (ФАХ) характеристиками тракта. Совместное описание АХ и ФАХ достигается с помощью комплексной АХ

$$Y[X] = Y[X] e^{-j\Psi[X]} \quad (3.24)$$

и комплексного нелинейного коэффициента передачи

$$k(t) = k[X(t)], \quad (3.25)$$

$$\text{где } y(t) = k(t) \dot{x}(t), \quad \dot{x}(t) = X(t) e^{j[\omega t + \varphi(t)]}.$$

Анализ трактов с комплексной АХ сводится к двум задачам: 1) определению характеристик оператора (3.24) и соответствующих ему моделей; 2) нахождению отклика  $Y(t)$  по известному воздействию (сигнал, сигнал и помеха и т. д.), определяющему НИ.

Первая задача решается с помощью аппроксимации характеристик отклика (3.24). В [96] предложена аппроксимация по степеням квадрата огибающей входного сигнала  $x(t)$ , что позволяет упростить решение второй задачи. Тогда спектр комплексного коэффициента передачи (3.25)

$$K(p) \approx \sum_{m=0}^M \dot{C}_m p^m, \quad (3.26)$$

где  $p = x^2$ ;  $K(p) = Y(x)/x$ ;  $x = u_{\text{вх}}/u'_{\text{вх}}$  — нормированная относительно некоторого  $u'_{\text{вх}}$  амплитуда входного сигнала;  $Y(x) = u_{\text{вых}}/u'_{\text{вх}}$  — нормированная амплитуда выходного сигнала. В [96] описана процедура определения параметров аппроксимации  $\dot{C}_m$  по экспериментальным АХ и ФАХ. Показано, что хорошая точность аппроксимации для большого интервала изменения мощности входного сигнала ( $P = 0 \div 4$ ) получается при использовании аппроксимирующего полинома (3.26) низких степеней (5-й или даже 3-й). Вторая задача при одnogармоническом воздействии сводится к непосредственному использованию найденных выше АХ и ФАХ.

Для случайного воздействия может использоваться, например, метод корреляционной функции выходного сигнала. В [36] получено выражение этой функции при действии суммы  $n$  сигналов:

$$B_{\text{вых}}(\tau) = \frac{1}{2} \sum_{\nu(k, r)} |\dot{A}_{\nu} P_{\text{вх}}|^2 \left[ \prod_{k=1}^n B_k(\tau, b_k) \right]_{\nu} \cos [\omega_0 + \nu(k, r) \Omega] \tau,$$

где  $B_k(\tau, b_k)$  — корреляционная функция  $k$ -го сигнала с параметрами  $b_k$  [11];  $P_{\text{вх}}$  — средняя мощность полного входного сигнала;  $\dot{A}_{\nu}(P_{\text{вх}})$  — комплексная функция  $P_{\text{вх}}$ , способ определения которой дан в [36].

Иногда расчет характеристик выходного сигнала производят отдельно по известным АХ и ФАХ [93]. Полученные продукты складывают по квадратическому закону, что, однако, справедливо для малой степени нелинейности. Примеры расчетов характеристик АФК как для регулярных, так и для случайных сигналов приведены в [36, 93—96].

С целью упрощения расчетов, в особенности для многосигнальных воздействий, в [93, 99] предложены удобные модели трактов с АФК. В [93] В. М. Сидоровым и В. Н. Кудашовым показано, что модель тракта может быть представлена в виде двухканального устройства рис. 3.8, где  $I$  и  $II$  — нелинейные характеристики, описываемые АХ  $u_c[u_{\text{вх}}]$  и  $u_s[u_{\text{вх}} s]$ ;  $III$  — фазовращатель, создающий квадратурную составляющую во втором канале:

$$u_c = u_{\text{вых}} \cos \theta, \quad u_s = u_{\text{вых}} \sin \theta,$$

где  $u_{\text{вых}}$  и  $\theta$  соответствуют (3.21).

К достоинству модели рис. 3.8 относится простота определения  $u_{\text{вых}}(t)$ , так как его составляющие находятся по известным АХ каналов.

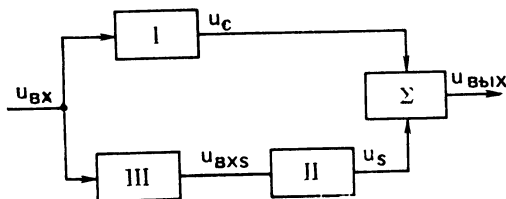


Рис. 3.8. Двухканальная модель тракта с АФК

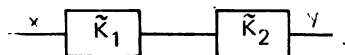


Рис. 3.9. Одноканальная модель тракта с АФК

В [35] предложена модель рис. 3.9, содержащая линейные и нелинейные преобразователи (звенья) с коэффициентами передачи соответственно  $\tilde{K}_2 = K_2(\omega) e^{j\varphi(\omega)}$  и  $\tilde{K}_1 = K_1(u) e^{j\varphi(u)}$ . Нетрудно видеть, что нелинейное звено описывается как элемент с квазирезистивным характером нелинейности.



Погрешность модели рис. 3.9 возрастает с ростом величины входного воздействия и отношения  $P/\Delta f$ , где  $\Delta f$  — ширина спектра сигнала. Методика определения параметров звеньев модели и примеры расчетов даны в [35].

3. *Метод рядов Вольтерра.* Метод основан на использовании оператора передачи тракта (2.14), выраженного рядом Вольтерра и находящегося под действием регулярного или случайного сигналов (см. § 2.2). Наиболее просто использование метода при определении собственно АФК в случае одногармонического сигнала. В соответствии с табл. 2.2 фаза первой гармоники выходного сигнала, оператор которого представлен с достаточной точностью рядом Вольтерра с  $n$  членами, находится следующим образом:

$$\varphi = \arctg \frac{\operatorname{Im} \dot{K}}{\operatorname{Re} \dot{K}}, \quad (3.27)$$

где

$$\begin{aligned} \dot{K} = & \alpha_1 K(j\omega) + \alpha_3 K(j\omega, j\omega, -j\omega) U_m^2 + \alpha_5 K(j\omega, j\omega, j\omega, -j\omega, \\ & -j\omega) U_m^4 + \dots + \underbrace{\alpha_n K(j\omega, j\omega, \dots, j\omega, -j\omega, -j\omega, \dots, -j\omega)}_{(n+1)/2 \text{ членов}} \underbrace{U_m^n}_{(n-1)/2 \text{ членов}} \end{aligned} \quad (3.28)$$

$\alpha_1 = 1$ ,  $\alpha_3 = 3/4$ ,  $\alpha_5 = 5/8$  и т. д.

Амплитудная характеристика для первой гармоники сигнала может быть найдена как модуль  $\dot{K} (|\dot{K}|)$ . Из (3.27) и (3.28) следует, что в общем случае АХ и ФАХ зависят от амплитуды и частоты входного воздействия.

Рассмотрим в качестве примера АФК в тракте со структурой рис. 3.10, где  $f_1(x)$  и  $f_2(x)$  — нелинейные звенья резистивного характера;  $L_1(p)$  и  $L_2(p)$  — линейные звенья.

Представляя  $f_1(x_1) = \alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_1^2 + \alpha_3 x_1^3 + \dots$ ,  $f_2(x_2) = \beta_1 x_2 + \beta_2 x_2^2 + \beta_3 x_2^3 + \dots$  и используя (3.18), (3.28), получаем выражение для комплексного коэффициента передачи  $\dot{K}_\omega$  при гармоническом воздействии  $x = U_m \cos \omega t$ :

$$\begin{aligned} \dot{K}_\omega = & [\alpha_1 L_1(j\omega) + \beta_1 L_2(j\omega)] + \frac{3}{4} U_m^2 [\alpha_3 |L_1(j\omega)|^2 L_1(j\omega) + \\ & + \beta_3 |L_2(j\omega)|^2 L_2(j\omega)] + \frac{5}{8} U_m^4 [\alpha_5 |L_1(j\omega)|^4 L_1(j\omega) + \\ & + \beta_5 |L_2(j\omega)|^4 L_2(j\omega)] + \dots \end{aligned} \quad (3.29)$$

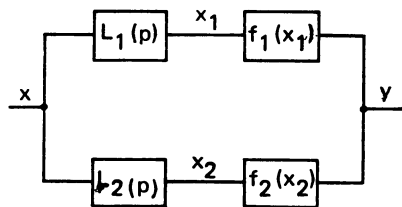


Рис. 3.10. Пример структуры тракта с АФК

Из (3.29) следует, что ФЧХ и АЧХ тракта являются функциями  $U_m$  и  $\omega$ , т. е. отражают АФК. Характеристики АФК можно уточнить для любых величин входных воздействий, увеличивая число членов в  $f_1(x_1)$  и  $f_2(x_2)$ . Другой пример расчета характеристик АФК методом рядов Вольтерра приведен в 4.5.4.

## ГЛАВА ЧЕТВЕРТАЯ

### **НЕЛИНЕЙНЫЕ ИСКАЖЕНИЯ И ДИНАМИЧЕСКИЙ ДИАПАЗОН КАСКАДОВ С НЕСУЩЕСТВЕННОЙ НЕЛИНЕЙНОСТЬЮ**

---

#### **4.1. Общие сведения**

##### **4.1.1. ИДЕНТИФИКАЦИЯ ФУНКЦИОНАЛЬНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК КРИТЕРИЕВ НЕЛИНЕЙНЫХ ИСКАЖЕНИЙ И ДИНАМИЧЕСКОГО ДИАПАЗОНА КАСКАДОВ ПРИЕМНО-УСИЛИТЕЛЬНЫХ ТРАКТОВ**

Как было отмечено в гл. 2, анализ и синтез каскадов приемно-усилительного тракта с учетом нелинейных свойств выполнялись, как правило, для различных частных случаев (конкретных УП, их схем включения и т. п.), а также с использованием частных методов исследования. В результате оказывалось затруднительным сопоставление полученных результатов для различных случаев и приводились подчас противоречивые рекомендации по минимизации НИ. В связи с этим оправдан интерес, проявившийся в последние годы к идентификации радиотрактов вообще, радиоприемных и усилительных — в частности. Под идентификацией понимают определение вида обобщенной модели объекта, а также нахождение ее параметров [55]. В практическом плане, однако, наибольший интерес представляет не столько исследование самой модели, как ее функциональных характеристик, т. е. зависимостей основных параметров от управляющих факторов. Для приемно-усилительных трактов применительно к НИ такими факторами являются, например, вариация сопротивлений источника сигнала и нагрузки, глубины обратной связи, схемы включения усилительных приборов и т. д.

Под идентификацией функциональных характеристик критериев НИ и динамического диапазона будем понимать:

- 1) получение универсальных выражений указанных критериев для достаточно общих моделей звеньев (каскадов) или тракта в целом;

- 2) определение минимального количества и вида параметров, определяющих соответствующие функциональные зависимости;

3) определение общих закономерностей поведения наиболее важных функциональных характеристик;

4) представление результатов анализа в виде, удобном для использования в инженерной практике: обобщенных семейств характеристик, номограмм, универсальных расчетных выражений, удобных алгоритмов и программ расчетов на ЭВМ, соответствующих справочных сведений и т. д.

Основная практическая цель идентификации функциональных характеристик — уменьшение затрат времени, необходимых при разработке приемно-усилительной радиоэлектронной аппаратуры с учетом критериев НИ, независимо от типов конкретных используемых компонентов, схем их применения, диапазона частот и т. д. Учитывая нелинейный характер поставленной задачи, следует, однако, сразу предположить, что она не может быть решена в общем виде и требует ограничения класса используемых моделей.

Рассмотрим два вида моделей, основополагающих для приемно-усилительного тракта и его звеньев: с использованием нелинейных двухполюсников (рис. 4.1а) и нелинейных четырехполюсников (рис. 4.1б). На основе этих видов моделей могут быть выполнены различные, в том числе сложные, приемно-усилительные тракты: с обратными связями, цепочечной структурой, параллельными каналами, двухтактные (двухфазные) и многофазные, с использованием «отрицательных» сопротивлений, нелинейных резисторов и т. п.

Решение задачи идентификации характеристик приемно-усилительных трактов с учетом нелинейных свойств объекта исследования представляет существенные трудности из-за отсутствия общих удобных и универсальных методов исследования

нелинейных цепей. Поэтому эта задача не была решена до последнего времени. Однако она может быть успешно решена для цепей определенного класса. В настоящей главе в качестве такого класса избран класс цепей Вольтерра—Винера, удобный для идентификации характеристик трактов с несущественной нелинейностью.

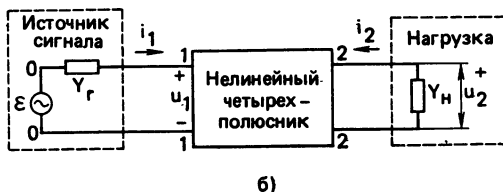
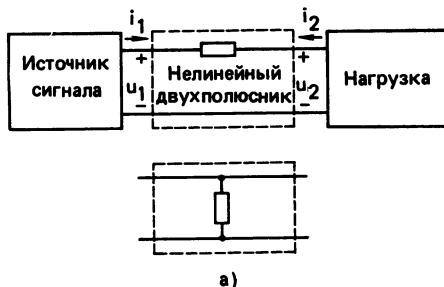


Рис. 4.1. Модели тракта, содержащего нелинейные компоненты:  
а — двухполюсного вида; б — четырехполюсного вида

Как следует из выражений для общепринятых критериев НИ (2.20) — (2.30), их величины пропорциональны отношениям  $|K(p_1, p_2)|/|K(p_1)|$  и  $|K(p_1, p_2, p_3)|/|K(p_1)|$ , где  $p_i$  определяются в соответствии с видом критерия. Эти отношения назовем относительными параметрами нелинейности соответственно 2-го и 3-го порядков:

$$y_2 = \frac{|K(p_1, p_2)|}{|K(p_1)|} \text{ и } y_3 = \frac{|K(p_1, p_2, p_3)|}{|K(p_1)|}. \quad (4.1)$$

В качестве основных характеристик НИ будем использовать  $y_2, y_3$ , динамический диапазон  $D$  и его зависимость от коэффициента шума тракта  $N$ :

$$D = f(N). \quad (4.2)$$

В свою очередь,  $y_2, y_3, D, N$  зависят от некоторых параметров  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ , которые могут изменяться. При изменении  $\lambda_i$  изменяются характеристики НИ, коэффициенты шума и усиления. Поэтому оценка наилучших  $\lambda_i$  требует определения корректных условий сравнения различных режимов одного и того же звена или разных звеньев между собой.

#### 4.1.2. КРИТЕРИИ СРАВНЕНИЯ ОДНОТИПНЫХ КАСКАДОВ ТРАКТА

При сравнении каскадов тракта одного назначения возможно использование различных критериев сравнения. Применительно к приемно-усилительным устройствам, однако, наиболее целесообразно считать, что сравниваемые каскады реализуют одинаковое (в количественном отношении) усиление при одинаковой чувствительности к слабым сигналам. Таким образом, усилительные и шумовые функции в условиях сравнения выбираются равными. При этом если усилительный каскад может быть определен как усилитель мощности, то критериями сравнения удобно взять

$$K_{P1} = K_{P2}, \quad N_1 = N_2, \quad (4.3)$$

где  $K_{P1}, K_{P2}$  — соответственно коэффициенты передачи по мощности первого и второго сравниваемых каскадов;  $N_1, N_2$  — соответственно коэффициенты шума первого и второго трактов.

Если для одного из УП определен  $K_P$ , а для второго он определен быть не может, то условия сравнения выбираются следующими:

$$K_{u1} = K_{u2}, \quad N_1 = N_2, \quad (4.4)$$

если второй каскад — усилитель напряжения, например полевой транзистор;

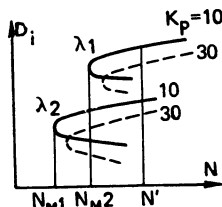
$$K_{i1} = K_{i2}, \quad N_1 = N_2. \quad (4.5)$$

если второй каскад — усилитель тока, например усилитель Джильберта, где  $K_{u1}, K_{u2}$  — коэффициенты усиления по напряжению;  $K_{i1}, K_{i2}$  — коэффициенты усиления по току.

Функциональные характеристики, определенные при указанных условиях, позволяют осуществлять корректное сравнение между собой однотипных каскадов и трактов в целом. Покажем это на примере характеристики  $D_i = f(N)$  (4.2), которая построена при определенном усилении  $K_P(K_u, K_i)$ , соответствующем некоторому управляющему фактору  $\lambda_i$  (рис. 4.2). Из рис. 4.2 следует,

что режим  $\lambda_1$  дает худшую чувствительность сравнительно с режимом  $\lambda_2$ , однако если задан коэффициент шума тракта  $N_1 = N'$ , то предпочтительнее режим  $\lambda_1$ . Характеристики вида рис. 4.2 позволяют решить ряд практически важных задач: по заданным  $N'$  и  $D$  определить возможность удовлетворения заданно-

Рис. 4.2. Функциональные характеристики, выражающие связи динамического диапазона, коэффициентов шума и усиления каскада



му усилению  $K_P$ ; по заданным  $N'$  и  $K_P$  определить  $D_i$ ; по заданным  $D_i$  и  $K_P$  определить возможность реализации заданной чувствительности ( $N$ ) и т. п. Более того, приведенные характеристики позволяют осуществлять «размен» параметров тракта, находить компромиссные решения, контролируя при этом всю картину процесса управления нелинейными явлениями или динамическим диапазоном.

Рассмотрим удобные процедуры контроля параметров элементов тракта, удовлетворяющих заданной усилительной способности.

Для структуры рис. 4.1б можно показать, что величина  $K_P$ , определяемая относительно мощности источника сигнала в согласованной нагрузке для резистивного тракта

$$K_P \approx \frac{4 K_{12}^2 G_H}{G_{11}} \frac{\xi}{(1 + \xi)^2}, \quad (4.6)$$

где  $G_{ik}$  — линейные параметры четырехполюсника;  $G_r$  и  $G_H$  — проводимости источника сигнала и нагрузки;  $\xi = G_r / G_{11}$ ;

$$K_{12} = \frac{u_2}{u_1} = - \frac{G_{21}}{G_{22} + G_H}. \quad (4.7)$$

Условие  $K_P = \text{const}$  (4.6) целесообразно использовать следующим образом: задаваясь величинами  $\xi$  в пределах  $0 \leq \xi < \infty$ , из (4.6) с учетом (4.7) определяем  $G_H$ :

$$G_{H1,2} = \psi \pm \sqrt{\psi^2 - G_{22}^2}, \quad (4.8)$$

где

$$\psi = \frac{2 \xi G_{21}^2}{(1 + \xi)^2 K_P G_{11}} - G_{22}. \quad (4.9)$$

Так как зависимость  $K_P = f(G_H)$  имеет экстремальный характер, то значений  $G_H$  может быть в общем случае два.

Условиями физической реализуемости рассчитанных величин  $G_{H1,2}$  являются

$$\psi^2 > G_{22}^2, \quad \psi > 0. \quad (4.10)$$

Величина коэффициента усиления по напряжению для того же тракта

$$K = \frac{u_2}{u_1} \approx \frac{\xi}{1 + \xi} |K_{12}|. \quad (4.11)$$

Условие  $K = \text{const}$  учитывается следующим образом: задаваясь  $\xi$  в пределах  $0 \leq \xi < \infty$ , из (4.11) находим

$$|K_{12}| = K(1 + \xi)/\xi, \quad (4.12)$$

а далее проверяем условие физической реализуемости найденного  $|K_{12}|$ :

$$|K_{12}| \leq G_{21}/G_{22}. \quad (4.13)$$

#### 4.1.3. СПОСОБЫ УПРАВЛЕНИЯ НЕЛИНЕЙНЫМИ СВОЙСТВАМИ И ДИНАМИЧЕСКИМ ДИАПАЗОНОМ УСИЛИТЕЛЬНЫХ КАСКАДОВ ТРАКТА

Существуют следующие способы управления нелинейными критериями и динамическим диапазоном: 1) выбором типа усилительного прибора (УП) и способа усиления (по напряжению, току, мощности); 2) выбором схемы включения УП; 3) выбором режима работы УП по постоянному току; 4) выбором наиболее выгодной нагрузки усилительного устройства с двух сторон, в том числе со стороны источника сигнала; 5) введением линейных обратных связей различных видов; 6) выбором структуры усилительного устройства — двухтактной, каскадной и т. д.; 7) с помощью нелинейной коррекции искажений; 8) с помощью комбинаций различных указанных выше способов.

Для частотно-преобразовательного звена тракта на нелинейные критерии и динамический диапазон дополнительно влияют характеристики управления преобразовательным устройством со стороны гетеродина.

Ниже рассмотрены усилительные каскады с несущественной нелинейностью на основе двухполюсных и четырехполюсных усилительных элементов как с резистивной, так и с комплексной нелинейностью. Последовательность изложения предусматривает получение и исследование вначале соответствующих идентифицированных характеристик, а затем применение их к интересующим практику частным случаям: современным типам УП, схемам реальных каскадов и т. д. Будут приведены также рекомендации по расширению динамического диапазона и минимизации нелинейных искажений, а в § 5.4 — ряд практических схем, реализующих эти рекомендации.

## 4.2. УСИЛИТЕЛЬНЫЕ КАСКАДЫ С ДВУХПОЛЮСНЫМИ УСИЛИТЕЛЬНЫМИ ЭЛЕМЕНТАМИ

### 4.2.1. ХАРАКТЕРИСТИКИ НЕЛИНЕЙНЫХ КРИТЕРИЕВ

Основные типовые схемы включения активных двухполюсников в усилительном каскаде приведены на рис. 4.3а—г, где  $Y_r(Z_r)$ ,  $Y_n(Z_n)$  — комплексные проводимости (сопротивления) источника сигнала и нагрузки;  $\|Y\|$  и  $\|Z\|$  — матрицы линейных и нелинейных

параметров двухполюсников (2.32), (2.33). Расчет элементов матриц для различных видов двухполюсников приведен в § 2.4.

Подсистемы уравнений трех порядков для схемы рис. 4.3, составленные в соответствии с 2.3.3, даны в табл. 4.1.

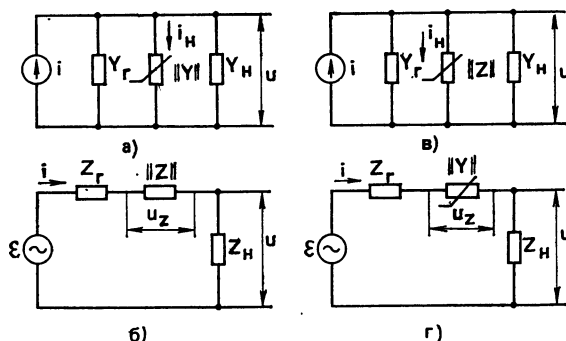


Рис. 4.3. Схемы усилительных каскадов с двухполюсными усилительными элементами и разными способами их описания:  
а, г — в системе Y-параметров; б, в — в системе z-параметров

ТАБЛИЦА 4.1

№ рисунка	Система 1-го порядка	Система n-го порядка	Примечание*
4.3 а	$K_{iH} + (Y_r + Y_H) K_u = 1,$ $K_{iH} - Y K_u = 0,$ $K_{iH} - Y_H K_u = 0$	$K_{iH} + (Y_r + Y_H)(\Sigma p_i) K_u = 0,$ $K_{iH} - Y (\Sigma p_i) K_u = \tilde{f},$ $K_{iH} - Y_H (\Sigma p_i) K_u = 0$	$\tilde{f} = \gamma_1$ для ядра 2-го порядка, $\tilde{f} = \beta_1$ для ядра 3-го порядка
4.3 б	$(Z_r + Z_H) K_i + K_{uz} = 1,$ $K_u - Z_H K_i = 0$	$(Z_r + Z_H)(\Sigma p_i) K_i + K_{uz} = \tilde{f},$ $K_u - Z_H (\Sigma p_i) K_i = 0$	$\tilde{f} = \gamma_2$ для ядра 2-го порядка, $\tilde{f} = \beta_2$ для ядра 3-го порядка
4.3 в	$K_{iH} + (Y_r + Y_H) K_u = 1,$ $K_u - Z K_{iH} = 0,$ $K_{iH} - Y_H K_u = 0$	$K_{iH} + (Y_r + Y_H)(\Sigma p_i) K_u = 0,$ $K_u - Z (\Sigma p_i) K_{iH} = \tilde{f},$ $K_{iH} - Y_H (\Sigma p_i) K_u = 0$	$\tilde{f} = \gamma_2$ для ядра 2-го порядка, $\tilde{f} = \beta_2$ для ядра 3-го порядка
4.3 г	$(Z_r + Z_H) K_i + K_{uz} = 1,$ $K_i - Y K_{uz} = 0,$ $K_u - Z_H K_i = 0$	$(Z_r + Z_H)(\Sigma p_i) K_i + K_{uz} = 0,$ $K_i - Y (\Sigma p_i) K_{uz} = \tilde{f},$ $K_u - Z_H (\Sigma p_i) K_i = 0$	$\tilde{f} = \gamma_1$ для ядра 2-го порядка, $\tilde{f} = \beta_1$ для ядра 3-го порядка

\* Обозначения соответствуют принятым в табл. 2.3.

Ниже приведены результаты решения подсистем для ядер трех порядков:

1) для схемы рис. 4.3а

$$K_u(p_1) = 1/[S_0]_{(p_1)}, \quad K_u(p_1, p_2) = -\gamma 1/[S_0]_{(p_1+p_2)},$$

$$K_u(p_1, p_2, p_3) = -\beta \frac{1}{[S_0]_{(p_1+p_2+p_3)}},$$

где  $S_0 = Y_{\Gamma} + Y_{\Pi} + Y$ ;  $\gamma = Y' K_u(p_1) K_u(p_2)$ ;  $\beta = Y'' K_u(p_1) K_u(p_2) K_u(p_3) + 2Y'(p_1, p_2+p_3) K_u(p_1) K_u(p_2, p_3)$ ;

2) для схемы рис. 4.3б

$$K_u(p_1) = \left[ \frac{Z_{\Pi}}{M_0} \right]_{(p_1)}, \quad K_u(p_2, p_3) = -\lambda \left[ \frac{Z_{\Pi}}{M_0} \right]_{(p_2+p_3)},$$

$$K_u(p_1, p_2, p_3) = -\theta \left[ \frac{Z_{\Pi}}{M_0} \right]_{(p_1+p_2+p_3)},$$

где  $M_0 = Z_{\Gamma} + Z_{\Pi} + Z$ ;  $\lambda = Z' K_i(p_1) K_i(p_2)$ ;  $\theta = Z'' K_i(p_1) K_i(p_2) K_i(p_3) + 2Z'(p_1, p_2+p_3) K_i(p_1) K_i(p_2, p_3)$ ;

$$K_i(p_1) = \frac{1}{[M_0]_{(p_1)}}; \quad K_i(p_2, p_3) = -\left[ \frac{\lambda}{M_0} \right]_{(p_2+p_3)};$$

3) для схемы рис. 4.3в

$$K_u(p_1) = \left[ \frac{Z}{L_0} \right]_{(p_1)}, \quad K_u(p_1, p_2) = \lambda \left[ \frac{1}{M_0} \right]_{(p_1+p_2)},$$

$$K_u(p_1, p_2, p_3) = \theta \left[ \frac{1}{L_0} \right]_{(p_1+p_2+p_3)}, \quad K_i(p_1) = \left[ \frac{1}{L_0} \right]_{(p_1)}, \quad K_i(p_1, p_2) =$$

$$= \lambda \left[ \frac{Y_{\Gamma} + Y_{\Pi}}{L_0} \right]_{(p_1+p_2)},$$

где  $L_0 = 1 + Z(Y_{\Gamma} + Y_{\Pi})$ ;

4) для схемы рис. 4.3г

$$K_u(p_1) = \left[ \frac{YZ_{\Pi}}{N_0} \right]_{(p_1)}, \quad K_u(p_1, p_2) = \gamma \left[ \frac{Z_{\Pi}}{N_0} \right]_{(p_1+p_2)},$$

$$K_u(p_1, p_2, p_3) = \beta \left[ \frac{Z_{\Pi}}{N_0} \right]_{(p_1+p_2+p_3)},$$

где  $N_0 = 1 + Y(Z_{\Gamma} + Z_{\Pi})$ .

В случае резистивных трактов приведенные выше выражения упрощаются (см. табл. 4.2, где  $K_{u1}$ ,  $K_{u2}$ ,  $K_{u3}$  — ядра передаточной характеристики соответственно 1, 2 и 3-го порядков;  $\|G\|$ ,  $\|R\|$  — матрицы резистивных двухполюсников (2.36), (2.37)).

Так как для резистивных трактов с несущественной нелинейностью нелинейные критерии одного порядка связаны друг с другом с точностью до постоянных коэффициентов (см. 2.3.1), то дальнейшие расчеты можно производить для критериев одного вида, например коэффициентов гармоник  $K_{\Gamma 2}$  и  $K_{\Gamma 3}$ , получая остальные критерии простым пересчетом в соответствии с 6.4.2.



ТАБЛИЦА 4.2

№ рисунка	$K_{u1}$	$K_{u2}$	$K_{u3}$	Примечание
4.3 а	$\frac{1}{S}$	$-\frac{G'}{S^3}$	$-\frac{1}{S^4} \left( G'' - \frac{2G'^2}{S} \right)$	$S = G_{\Gamma} + G_{\text{H}} + G$
4.3 б	$\frac{R_{\text{H}}}{M}$	$-\frac{R'}{M^3} R_{\text{H}}$	$-\frac{R_{\text{H}}}{M^4} \left( R'' - \frac{2R'^2}{M} \right)$	$M = R_{\Gamma} + R_{\text{H}} + R$
4.3 в	$\frac{R}{L}$	$\frac{R'}{L^3}$	$\frac{1}{L^4} \left[ R'' + \frac{2R'^2(G_{\Gamma} + G_{\text{H}})}{L} \right]$	$L = 1 + R(G_{\Gamma} + G_{\text{H}})$
4.3 г	$\frac{GR_{\text{H}}}{N}$	$\frac{G'}{N^3} G^2 R_{\text{H}}^3$	$\frac{G^3 R_{\text{H}}^4}{N^4} \left( G'' + \frac{2G'^2 R_{\text{H}}}{N} \right)$	$N = 1 + G(R_{\Gamma} + R_{\text{H}})$

Величины  $K_{\Gamma 2}$  и  $K_{\Gamma 3}$ , как следует из (2.31), имеют вид:

$$K_{\Gamma 2} = \frac{I_m(\varepsilon_m)}{2} y_2, \quad K_{\Gamma 3} = \frac{I_m^2(\varepsilon_m^2)}{4} y_3. \quad (4.14)$$

Выражения для  $y_2$  и  $y_3$ , характеризующие нелинейные свойства каскадов, приведены в табл. 4.3, где соответствующие нелинейные параметры нормированы относительно суммарных линейных проводимостей (сопротивлений)  $S$ ,  $M$ ,  $L$ ,  $N$ .

ТАБЛИЦА 4.3

№ рисунка	$y_2$	$y_3$	$A_2$	$A_3$	Примечание
4.3 а	$-G'_D$	$2(G'_D)^2 - G''_D$	$\frac{K_{\Gamma 2\text{Д}}}{G'_S \sqrt{S}}$	$\sqrt{\frac{K_{\Gamma 3\text{Д}}}{S y_3}}$	$G'_S = \frac{G'}{S^2}; G''_S = \frac{G''}{S^3}$
4.3 б	$-R'_M$	$2(R'_M)^2 - R''_M$	$\frac{K_{\Gamma 2\text{Д}}}{R'_M \sqrt{M}}$	$\sqrt{\frac{K_{\Gamma 3\text{Д}}}{M y_3}}$	$R'_M = \frac{R'}{M^2}; R''_M = \frac{R''}{M^3}$
4.3 в	$\frac{R'_L}{R}$	$\frac{1}{R} [R''_L + 2(R'_L)^2 \times$ $\times (G_{\Gamma} + G_{\text{H}})]$	$\frac{K_{\Gamma 2\text{Д}} R}{R' \sqrt{S}}$	$\sqrt{\frac{K_{\Gamma 3\text{Д}}}{S y}}$	$R'_L = \frac{R'}{L^2}; R''_L = \frac{R''}{L^3}$
4.3 г	$G'_N G R_{\text{H}}^2$	$G^2 R_{\text{H}}^3 [G'_N +$ $+ 2(G'_N)^2 R_{\text{H}}]$	$\frac{K_{\Gamma 2\text{Д}}}{G'_N G R_{\text{H}} \sqrt{M}}$	$\sqrt{\frac{K_{\Gamma 3\text{Д}}}{M y_3}}$	$G'_N = \frac{G'}{N^2}; G''_N =$ $= \frac{G''}{N^3}$

Формулы в табл. 4.3 являются выражением идентифицированных функциональных зависимостей  $y_2$  и  $y_3$  от определяющих факторов: параметров нелинейного элемента, источника сигнала и нагрузки. Зависимости нелинейных критериев от величины входного воздействия и суммарных проводимостей (сопротивлений) представлены на рис. 4.4.

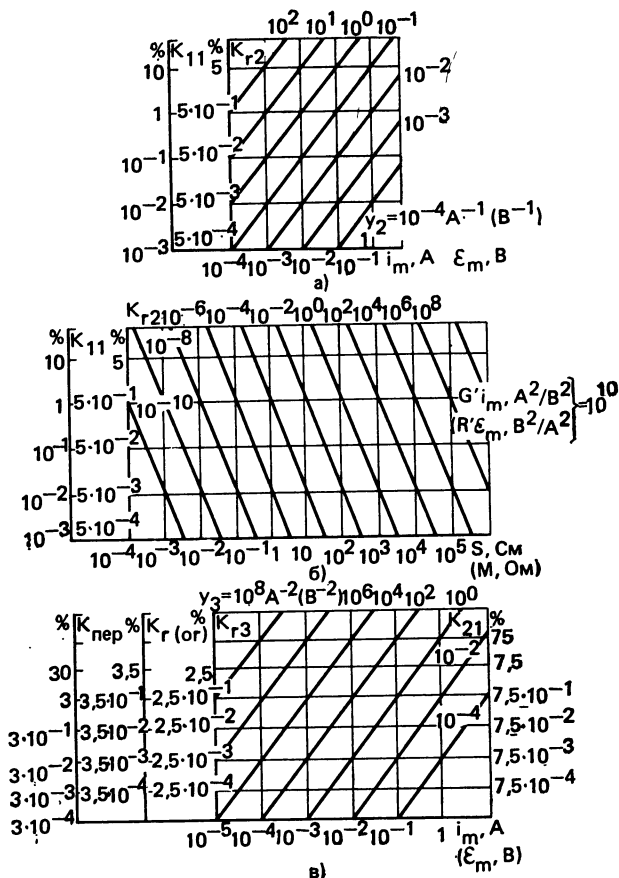


Рис. 4.4. Обобщенные характеристики различных критериев НИ усилителя с двухполюсным усилительным элементом в зависимости от:

*a, в* — амплитуды входного воздействия; *б* — параметров  $S(M)$

#### 4.2.2. ХАРАКТЕРИСТИКИ ДИНАМИЧЕСКОГО ДИАПАЗОНА

Используя (4.14), определим верхнюю границу динамического диапазона  $D_i$ , соответствующую допустимой величине нелинейного критерия  $K_{r2д}$ ,  $K_{r3д}$ :

$$I_{m2}(\varepsilon_{m2}) = 2K_{г2д}/y_2, \quad I_{m3}(\varepsilon_{m3}) = 2\sqrt{K_{г3д}}/\sqrt{y_3}. \quad (4.15)$$

Нижняя граница динамического диапазона для схем рис. 4.3а,в и 4.3б,г соответственно определяется собственными шумами [56]:

$$I_{мин}^2 = 4kT_{ш}S\Delta F\alpha, \quad \varepsilon_{мин}^2 = 4kT_{ш}M\Delta F\alpha, \quad (4.16)$$

где  $\alpha$  — отношение сигнал/шум;  $\Delta F$  — шумовая полоса тракта;  $T_{ш}$  — эквивалентная шумовая температура.

Из (4.15), (4.16) следует:

$$D_{U2} = \frac{I_{m2}(\varepsilon_{m2})}{I_{мин}(\varepsilon_{мин})} = \frac{K_{г2д}}{y_2 \sqrt{kT_{ш}S(M)\Delta F\alpha}}, \quad D_{U3} = \frac{I_{m3}(\varepsilon_{m3})}{I_{мин}(\varepsilon_{мин})} = \sqrt{\frac{K_{г3д}}{y_3 kT_{ш}S(M)\Delta F\alpha}}.$$

Для случая нижней границы  $D_i$ , равной уровню шумов ( $\alpha=1$ ) и  $\Delta F=1$  Гц, получаем выражение так называемого «стандартного» динамического диапазона, т. е. приведенного к полосе 1 Гц:

$$D_{U2 ст} = A_2/\sqrt{kT_{ш}}, \quad D_{U3 ст} = A_3/\sqrt{kT_{ш}}, \quad (4.17)$$

где выражения для  $A_2$  и  $A_3$  приведены в табл. 4.3. Величины фактического и стандартного динамических диапазонов (в децибеллах) связаны зависимостью  $D_{U2(3)} = D_{U2(3) ст} - \sqrt{\alpha} - \sqrt{\Delta F}$ .

Выражения (4.17) являются выражениями идентифицированных функциональных зависимостей  $D_i$  усилительного каскада от определяющих факторов: параметров нелинейного элемента, источника сигнала и нагрузки.

Зависимости  $D_{U2 ст}$  и  $D_{U3 ст}$  в функции от шумового параметра  $kT_{ш}$  и обобщенного параметра  $A_2(A_3)$  приведены на рис. 4.5.

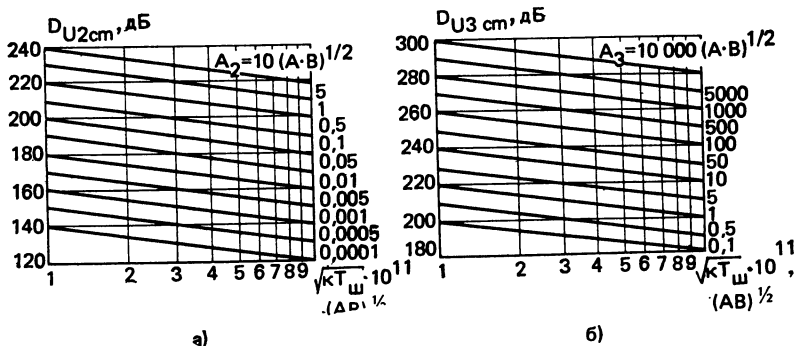


Рис. 4.5. Обобщенные характеристики динамического диапазона усилителя с двухполосными усилительными элементами: а — по НИ 2-го порядка; б — по НИ 3-го порядка

Следует обратить внимание на то, что зависимости, представленные на рис. 4.4 и 4.5, являются прямыми линиями, каждая из которых может быть определена экспериментально по двум отсчетным точкам. Это является основанием для построения соответствующих идентифицированных характеристик реального каскада на основании минимального количества экспериментальных данных. Последнее может быть использовано на практике при ограниченной информации о параметрах элементов каскадов.

#### 4.2.3. РАСЧЕТ УСИЛИТЕЛЬНЫХ КАСКАДОВ С ПОМОЩЬЮ ИДЕНТИФИЦИРОВАННЫХ ХАРАКТЕРИСТИК

*Анализ каскадов.* По исходным данным  $\|G\|$  ( $\|R\|$ ),  $G_r(R_r)$ ,  $G_n(R_n)$ ,  $T_{ш}$ ,  $\alpha$ ,  $\Delta F$  определяется  $S$ ,  $M$ ,  $L$ ,  $N$  (см. табл. 4.2),  $y_2$  и  $y_3$  (см. табл. 4.3); из (4.14) —  $K_{r2}(K_{r3})$  или другие нелинейные критерии (2.31); из (4.17) и табл. 4.3 —  $D_{U2}(D_{U3})$ .

Возможен анализ с использованием обобщенных характеристик рис. 4.4 и 4.5. Схема графо-аналитического метода анализа условно показана на рис. 4.6а—в, где соответствующие построения даны сплошными линиями.

*Анализ каскадов на основе экспериментальных данных.* Как было указано, необходимо определить две произвольные точки  $[y_1, x_1]$ ,  $[y_2, x_2]$  на интересующей зависимости и соединить их прямой линией (рис. 4.6г).

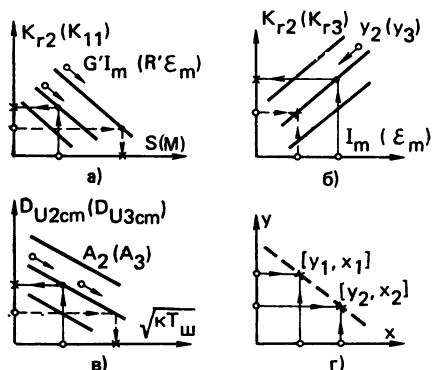


Рис. 4.6. Построения при графо-аналитическом методе анализа НИ усилителя с двухполюсными усилительными элементами (○ — дано, х — результат)

#### Синтез каскадов с требуемыми параметрами

А. По исходным данным  $K_{r2д}(K_{r3д})$  или  $D_{U2}(D_{U3})$ ,  $\|G\|$ ,  $\|R\|$ ,  $T_{ш}$ ,  $\alpha$ ,  $\Delta F$  определяются проводимости источника сигнала и нагрузки из выражений в табл. 4.3 или из обобщенных характеристик — см. схему графо-аналитического расчета на рис. 4.6а—в, где соответствующие построения даны пунктирной линией.

Б. Приведенные в § 4.2 формулы и характеристики могут быть использованы для синтеза параметров активных двухполюсников, удовлетворяющих заданным требованиям к усилительному каскаду, определения предельных возможностей конкретных усилителей по нелинейным искажениям и динамическому диапазону, сравнению различных схем усилителей между собой и т. д.

### 4.3. УСИЛИТЕЛЬНЫЕ КАСКАДЫ С ЧЕТЫРЕХПОЛЮСНЫМИ УСИЛИТЕЛЬНЫМИ ЭЛЕМЕНТАМИ

#### 4.3.1. РАСЧЕТ ПЕРЕДАТОЧНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ НЕЛИНЕЙНОГО ЧЕТЫРЕХПОЛЮСНИКА В ДИНАМИЧЕСКОМ РЕЖИМЕ

Различные усилительные каскады на электронных лампах, полевых и биполярных транзисторах, а также их соединениях могут

быть приведены к схеме нелинейного четырехполюсника в динамическом режиме (см. рис. 4.1б). Под динамическим режимом понимают режим работы четырехполюсника с конечными в общем случае сопротивлениями (проводимостями) источника сигнала — генератора  $Z_r(Y_r)$  или нагрузки  $Z_H(Y_H)$ . К схеме рис. 4.1б может быть приведен усилительный каскад на основе усилительного элемента в виде неавтономного четырехполюсника с параметрами  $\|Y\|$ , а также усилитель в целом или выделенная из него часть. Используя методику 2.3.3, определим нелинейную передаточную характеристику схемы рис. 4.1б.

*Режим усиления напряжения. Система уравнений:*

$$\left. \begin{aligned} i_1 &= f_1(u_1, u_2), \quad i_2 = f_2(u_1, u_2), \quad e = u_r + u_1, \\ u_r &= L_r(i_1), \quad u_2 = -L_H(i_2) \end{aligned} \right\} \quad (4.18)$$

или в операторной форме (см. табл. 2.3)<sup>1</sup>:

для ядра 1-го порядка:

$$\left\| \begin{array}{c} K_{i1} \\ K_{i2} \end{array} \right\| - \left\| \begin{array}{c} Y_{11} Y_{12} \\ Y_{21} Y_{22} \end{array} \right\|_{(p_1)} \left\| \begin{array}{c} K_{u1} \\ K_{u2} \end{array} \right\| = \left\| \begin{array}{c} 0 \\ 0 \end{array} \right\|, \quad \begin{aligned} K_{ur} + K_{u1} &= 1, \\ K_{ur} - Z_r K_{i1} &= 0, \\ K_{u2} + Z_H K_{i2} &= 0; \end{aligned}$$

для ядер других порядков:

$$\left\| \begin{array}{c} K_{i1} \\ K_{i2} \end{array} \right\| - \left\| \begin{array}{c} Y_{11} Y_{12} \\ Y_{21} Y_{22} \end{array} \right\|_{(\Sigma p)} \left\| \begin{array}{c} K_{u1} \\ K_{u2} \end{array} \right\| = \left\| \begin{array}{c} f_1 \\ f_2 \end{array} \right\|, \quad \begin{aligned} K_{ur} + K_{u1} &= 0, \\ K_{ur} - Z_r(\Sigma p) K_{i1} &= 0, \\ K_{u2} + Z_H(\Sigma p) K_{i2} &= 0, \end{aligned}$$

где  $f_1(f_2) = \gamma_9(\gamma_{10})$  для ядра 2-го порядка;  $f_1(f_2) = \beta_9(\beta_{10})$  для ядра 3-го порядка (см. табл. 2.3, поз. 10).

Решение системы:

$$\left. \begin{aligned} K_{u1}(p_1) &= - \left[ \frac{1 + Y_{22} Z_H}{D} \right]_{(p_1)}, \quad K_{u2}(p_1) = \left[ \frac{Y_{21} Z_H}{D} \right]_{(p_1)}, \\ K_{i2}(p_1) &= - \frac{K_{u2}(p_1)}{Z_H(p_1)}, \quad K_{u1}(p_1, p_2, \dots) = \\ &= f_1 \left[ \frac{C}{D} \right]_{(\Sigma p)} - f_2 \left[ \frac{F}{D} \right]_{(\Sigma p)}, \\ K_{u2}(p_1, p_2, \dots) &= f_2 \left[ \frac{A}{D} \right]_{(\Sigma p)} - f_1 \left[ \frac{B}{D} \right]_{(\Sigma p)}, \\ K_{i2}(p_1, p_2, \dots) &= - \frac{K_{u2}(p_1, p_2, \dots)}{Z_H(\Sigma p)}, \end{aligned} \right\} \quad (4.19)$$

где

<sup>1</sup> Здесь и далее в тех случаях, когда отсутствует аргумент соответствующих функций, подразумевается, что он определяется порядком ядра, т. е.  $p_1$ ;  $p_1, p_2$ ;  $p_1, p_2, p_3$ . Индекс  $\Sigma p$  означает:  $p_1 + p_2$  для ядра 2-го порядка и  $p_1 + p_2 + p_3$  для ядра 3-го порядка.

$$D = Y_{12} Y_{21} Z_r Z_H - (1 + Y_{11} Z_r) (1 + Y_{22} Z_H); A = (1 + Y_{11} Z_r) Z_H;$$

$$B = Y_{21} Z_r Z_H; C = (1 + Y_{22} Z_H) Z_r; F = Y_{12} Z_r Z_H.$$

Пренебрегая влиянием на нелинейные искажения внутренней обратной связи в усилительном элементе, близком к однонаправленному, получаем для ядер высших порядков  $D \approx -(1 + Y_{11} Z_r) (1 + Y_{22} Z_H)$ ,  $F \approx 0$ .

В расчетах  $f_1$  и  $f_2$  возможны пренебрежения, отмеченные в табл. 2.3.

Если корни системы уравнений выразить один через другой в последовательности их определения, то расчетные формулы упрощаются:

$$K_u(p_1) = -K_{u2} \left[ \frac{Y_{22} + Y_H}{Y_{21}} \right]_{(p_1)},$$

$$K_u(p_1, p_2, \dots) = -K_{u2} \left[ \frac{Y_{22} + Y_H}{Y_{21}} \right]_{(\Sigma p)} - \frac{f_2}{Y_{21}(\Sigma p)},$$

$K_{u2}$  и  $K_{i2}$  определяются из выражений (4.19).

Расчет передаточной функции может быть осуществлен с помощью других систем параметров. Например, для системы  $Z$ -параметров [12]:

$$\left. \begin{aligned} K_{i1}(p_1) &= - \left[ \frac{Z_{22} + Z_H}{R} \right]_{(p_1)}, \quad K_{i2}(p_1) = \left[ \frac{Z_{21}}{R} \right]_{(p_1)}, \\ K_{u1}(p_1) &= - \left[ \frac{Z_{21} Z_H}{R} \right]_{(p_1)}, \\ K_{u2}(p_1, p_2, \dots) &= f_1 \left[ \frac{Z_{21} Z_H}{R} \right]_{(\Sigma p)} - f_2 \left[ \frac{Z_H (Z_{11} + Z_r)}{R} \right]_{(\Sigma p)}, \\ K_{i1}(p_1, p_2, \dots) &= f_1 \left[ \frac{Z_{22} + Z_H}{R} \right]_{(\Sigma p)} - f_2 \left[ \frac{Z_{12}}{R} \right]_{(\Sigma p)}, \\ K_{i2}(p_1, p_2, \dots) &= -f_1 \left[ \frac{Z_{21}}{R} \right]_{(\Sigma p)} + f_2 \left[ \frac{Z_{11} + Z_r}{R} \right]_{(\Sigma p)}, \end{aligned} \right\} \quad (4.20)$$

где  $R = Z_{12} Z_{21} - (Z_{11} + Z_r) (Z_{22} + Z_H)$ ;  $f_1(f_2) = \gamma_{11}(\gamma_{12})$  для ядра 2-го порядка;  $f_1(f_2) = \beta_{11}(\beta_{12})$  — для ядра 3-го порядка (см. табл. 2.3, поз. 11).

*Режим усиления тока.* В этом режиме уравнения цепи (4.18) составляются относительно входного тока  $i_1$ . Используя систему  $Y$ -параметров, получаем:

для ядра 1-го порядка:

$$Y_{11} K_{u1} + Y_{12} K_{u2} = 1, \quad K_{i2} - Y_{21} K_{u1} - Y_{22} K_{u2} = 0, \quad K_{u2} + Z_H K_{i2} = 0;$$

для ядер других порядков:

$$Y_{11}(\Sigma p) K_{u1} + Y_{12}(\Sigma p) K_{u2} = f_1, \quad K_{i2} - Y_{21}(\Sigma p) K_{u1} - Y_{22}(\Sigma p) K_{u2} = f_2,$$

$$K_{u2} + Z_H(\Sigma p) K_{i2} = 0.$$

Решение системы:

$$\left. \begin{aligned} K_{i2}(p_1) &= \left[ \frac{Y_{21}}{S} \right]_{(p_1)}, \quad K_{u2}(p_1) = -Z_H(p_1) K_{i2}(p_1), \\ K_{u1}(p_1) &= \frac{1 - Y_{12}(p_1) K_{u2}(p_1)}{Y_{11}(p_1)}, \\ K_{i2}(p_1, p_2, \dots) &= f_2 \left[ \frac{Y_{11}}{S} \right]_{(\Sigma p)} - f_1 \left[ \frac{Y_{12}}{S} \right]_{(\Sigma p)}, \\ K_{u2}(p_1, p_2, \dots) &= -Z_H(\Sigma p) K_{i2}(p_1, p_2, \dots), \\ K_{u1}(p_1, p_2, \dots) &= -\frac{f_1 + Y_{12}(\Sigma p) K_{u2}(p_1, p_2, \dots)}{Y_{11}(\Sigma p)}, \end{aligned} \right\} \quad (4.21)$$

где  $S = Y_{11} + Z_H \Delta Y$ ;  $\Delta Y = Y_{11} Y_{22} - Y_{12} Y_{21}$ ; все корни системы определяются относительно тока  $i_1$ .

Для малой проводимости  $Y_{12}$

$$K_{i2}(p_1, p_2, \dots) \approx f_2 \left[ \frac{Y_{11}}{S} \right]_{(\Sigma p)}, \quad K_{u1}(p_1, p_2, \dots) \approx -\frac{f_1}{Y_{11}(\Sigma p)},$$

$$S \approx Y_{11}(1 + Y_{22} Z_H).$$

Для системы Z-параметров [12]:

$$\left. \begin{aligned} K_{i2}(p_1) &= -\left[ \frac{Z_{21}}{Z_{22} + Z_H} \right]_{(p_1)}, \\ K_{i2}(p_1, p_2, \dots) &= -\frac{f_2 + Z_{21}(\Sigma p)}{[Z_{22} + Z_H](\Sigma p)}, \\ K_{i1}(p_1) &= 1, \quad K_{i1}(p_1, p_2, \dots) = 0. \end{aligned} \right\} \quad (4.22)$$

#### 4.3.2. ХАРАКТЕРИСТИКИ КРИТЕРИЕВ НИ И ДИНАМИЧЕСКОГО ДИАПАЗОНА ДЛЯ СЛУЧАЯ РЕЗИСТИВНОЙ НЕЛИНЕЙНОСТИ

*Передаточная характеристика по напряжению.* Для трактов с резистивным характером нелинейности параметры матрицы четырехполюсника  $\|Y\|$  вещественны, т. е.  $Y_{ik}^{(l)} = G_{ik}^{(l)}$ . Для этого случая в пренебрежении малого влияния внутренней обратной связи в четырехполюснике на нелинейные эффекты из (4.19) нетрудно получить выражения для ядер высших порядков передаточной характеристики  $u_2 = f(e)$ :

$$K_2 = K(p_1, p_2) = \frac{A_0 \xi^2}{K_{12}(1 + \xi)^3} (1 + \xi - F_1), \quad (4.23)$$

$$K_3 = K(p_1, p_2, p_3) = \frac{B_0 \xi^3}{K_{12}(1 + \xi)^4} \left( 1 + \xi - C_1 + \frac{F_2}{1 + \xi} \right), \quad (4.24)$$

где  $\xi = G_r / G_{11}$ ;  $G_r = 1/R_r$ ;  $A_0, F_1, B_0, C_1, F_2$  — коэффициенты, выражения для которых приведены в табл. 4.4 (поз. 4). Нетрудно видеть, что эти коэффициенты зависят от первичных параметров

Режим работы четырехполосника	$U_s$	$U_s$	Связь НДП с первичными параметрами	Способ измерения НДП
От генератора тока ( $\xi$ — мало)	$A_0(1 - F_1)\xi$	$B_0(1 - C_1 + F_2)\xi^3$	1) $A_0 = \frac{F_2^{(2)}}{G_{21}}$ , $F_2^{(2)} = G_{21}' + G_{cm2}K_{12} + G_{22}'K_{12}'$ ; 2) $F_1 = \frac{F_1^{(2)}}{A_0G_{11}'}$ , $F_1^{(2)} = G_{11}' + G_{cm1}K_{12} + G_{12}'K_{12}'$ ; 3) $B_0 = \frac{F_2^{(3)} + A_0K_{12}\alpha_0}{G_{21}}$ , $F_2^{(3)} = G_{21}'' + K_{12}G_{cm2}' + K_{12}'G_{cm2}'' + K_{12}^3G_{22}''$ , $\alpha_0 = G_{cm2} + 2K_{12}G_{22}'$ ; 4) $C_1 = \frac{G_{21}}{G_{11}} \frac{F_1^{(3)} + A_0(2F_1^{(2)} + \beta_0K_{12})}{B_1}$ , $B_1 = F_2^{(3)} + \alpha_0A_0K_{12}$ , $\beta_0 = G_{cm1} + 2K_{12}G_{12}'$ , $F_1^{(3)} = G_{11}'' + K_{12}G_{cm1}' + K_{12}'G_{cm1}'' + K_{12}^3G_{12}''$ , $F_8 = 2 \frac{A_0^2F_1}{B_0}$	1) $\xi \rightarrow \infty \rightarrow U_{11}(\infty)$ , $A_0 = \frac{U_{11}(\infty)}{e_m^2K_{12}}$ ; 2) $\xi \rightarrow 1 \rightarrow U_{11}(1)$ , $F_1 = 2 \left( 1 - 4 \frac{U_{11}(1)}{U_{11}(\infty)} K_{12} \right)$ ; 3) $\xi \rightarrow \infty \rightarrow U_{21}(\infty)$ , $B_0 = \frac{4U_{21}(\infty)}{3e_m^3K_{12}}$ ; 4) $F_8 = 2 \frac{A_0^2F_1^2}{B_0}$ ; 5) $C_1 = \frac{1}{2} \left[ F_2 + 4 - \frac{64U_{21}(1)}{3B_0} \right]$
От генератора ЭДС ( $\xi$ — велико)	$A_0$	$B_0$		
Согласование по мощности ( $\xi=1$ )	$\frac{A_0}{2} \left( 1 - \frac{F_1}{2} \right)$	$\frac{B_0}{4} \left( 1 - \frac{C_1}{2} + \frac{F_2}{4} \right)$		
Согласование по шумам ( $\xi = \xi_0 = \sqrt{\alpha_1/\beta_1}$ , где $\alpha_1, \beta_1$ — см. (4.35))	$\frac{A_0\xi_0(1 + \xi_0 - F_1)}{(1 + \xi_0)^2}$	$\frac{B_0\xi_0^2}{(1 + \xi_0)^3} \times \left( 1 + \xi_0 - C_1 + \frac{F_2}{1 + \xi_0} \right)$		



нелинейного четырехполюсника  $G_{ik}^{(l)}$  и его линейного коэффициента передачи

$$K_{12} = u_2/u_1 = -G_{21}/(G_{22} + G_{\Sigma}).$$

Из (4.23) и (4.24) можно получить относительные параметры нелинейности:

2-го порядка

$$y_2 = \frac{K_2}{K_1} = \frac{A_0 \xi}{(1 + \xi)^2} (1 + \xi - F_1); \quad (4.25)$$

3-го порядка

$$y_3 = \frac{K_3}{K_1} = \frac{B_0 \xi^2}{(1 + \xi)^4} [(1 + \xi)^2 - (1 + \xi) C_1 + F_2]. \quad (4.26)$$

Для встречающихся в практике случаев работы от высокоомного источника сигнала (режим генератора тока), низкоомного источника сигнала (режим генератора ЭДС), согласования входной цепи четырехполюсника рис. 4.1б по шумам или мощности получены соответствующие выражения для  $y_2$  и  $y_3$ , которые приведены в табл. 4.4.

Соотношения (4.25), (4.26) и приведенные в табл. 4.4 позволяют осуществить расчет критериев нелинейности 2-го и 3-го порядков для любого случая, встречающегося в практике. Например, для биполярного и мощного полевого транзисторов справедливы общие формулы (4.25), (4.26), для маломощного полевого транзистора и электронной лампы, работающей без сеточных токов, можно использовать выражения  $y_2(y_3)$  из табл. 4.4 (случай режима работы от генератора ЭДС):

$$y_2 = A_0, \quad y_3 = B_0. \quad (4.27)$$

Для графо-аналитических расчетов критериев НИ можно воспользоваться также семейством обобщенных нормированных характеристик

$$\frac{y_2}{A_0} = \psi_1(\xi, F_1) \quad \text{и} \quad \frac{y_3}{B_0} = \psi_2(\xi, C_1) + \frac{\psi_3(\xi)}{F_2}, \quad (4.28)$$

$$\text{где } \psi_1(\xi, F_1) = \frac{\xi(1 + \xi - F_1)}{(1 + \xi)^2}; \quad \psi_2(\xi, C_1) = \frac{\xi^2(1 + \xi - C_1)}{(1 + \xi)^3}; \quad \psi_3 = \frac{\xi^2}{(1 + \xi)^4} \quad (\text{см. рис. 4.7}).$$

Пользуясь определением (1.21), найдем выражения для динамического диапазона тракта рис. 4.1б.

Мощность  $P_c$ , определяющая верхнюю границу  $D_i$ , будет  $P_{c.m} = U_{11m}^2 G_{11}/2$ , где  $G_{11}$  — входная проводимость УП;  $U_{11m}$  —

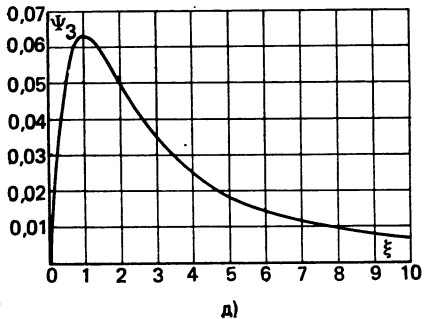
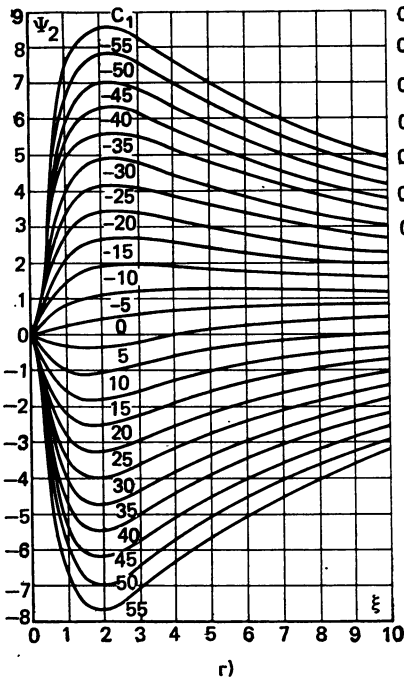
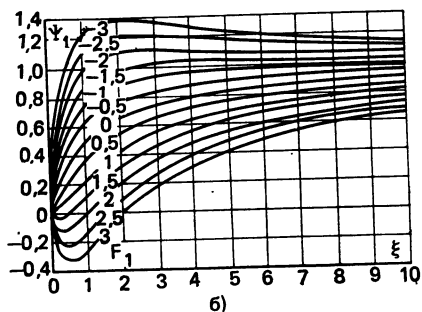
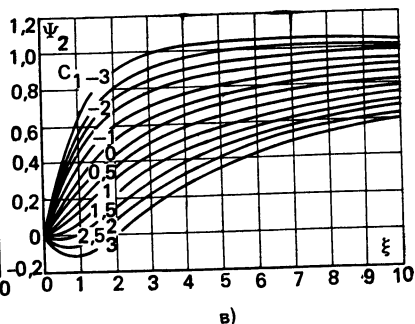
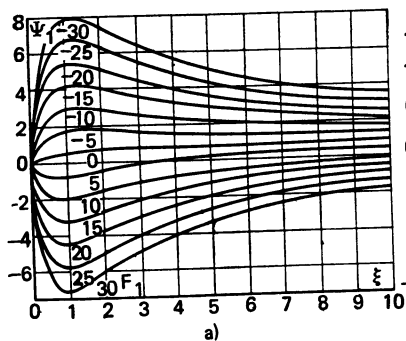
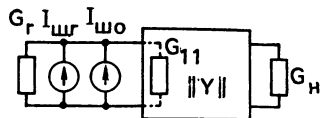


Рис. 4.7. Обобщенные нормированные характеристики параметров нелинейного резистивного четырехполюсника в динамическом режиме

максимальная амплитуда сигнала, приведенного ко входу УП и соответствующего допустимому критерию НИ. Она определяется аналогично (4.15):

$$U_{11м} = 2K_{г2д}/y_2 \text{ и } U_{11м} = 2\sqrt{K_{г3д}}/y_3. \quad (4.29)$$

На рис. 4.8 приведена эквивалентная шумовая схема анализируемого тракта, где  $I_{ш.г}$  — шумовой ток источника;  $I_{ш0}$  — шумовой ток четырехполюсника.



По определению коэффициента шума  $N = (I_{ш.г}^2 + I_{ш0}^2)/I_{ш0}^2$ , откуда

Рис. 4.8. Эквивалентная шумовая схема усилительного тракта

$$\left. \begin{aligned} I_{ш0}^2 &= I_{ш.г}^2 (N-1) = 4kTG_r \Delta F (N-1) \\ I_{ш\Sigma}^2 &= I_{ш0}^2 + I_{ш.г}^2 = 4kTG_r \Delta F N. \end{aligned} \right\} \quad (4.30)$$

Трансформируем мощность  $P_{с.м}$  и мощность источника шума в сечение 00 (рис. 4.1б). Тогда

$$P'_{с.м} = U_{11м}^2 G_{11} (1 + \xi)/2\xi, \quad (4.31)$$

где  $\xi = G_r/G_{11}$ ;

$$P'_{ш} = 4kT \Delta F (1 + \xi). \quad (4.32)$$

Используя (1.24), (4.28) — (4.31), нетрудно получить:

$$D_2 = \frac{K_{г2д}^2 G_{11}}{2kT \Delta F N y_2^2(\xi)} \frac{(1 + \xi)^2}{\xi}, \quad (4.33)$$

$$D_3 = \frac{K_{г3д} G_{11}}{2kT \Delta F N y_3(\xi)} \frac{(1 + \xi)^2}{\xi}, \quad (4.34)$$

где  $D_i$  — динамический диапазон по искажениям 2-го и 3-го порядков, оцениваемый с помощью частных коэффициентов гармоник  $K_{г2}$  и  $K_{г3}$  или связанных с ними других критериев нелинейности (2.31).

Как известно, для безынерционных трактов величина  $N$  — функция от сопротивления источника  $N(R_r)$ . В соответствии с [54] в первом приближении

$$N(R_r) = \alpha R_r + \frac{\beta}{R_r} + \gamma,$$

где  $\alpha$ ,  $\beta$  и  $\gamma$  — шумовые параметры четырехполюсника.

Введя  $\xi = G_r/G_{11}$ , получаем

$$N(\xi) = \frac{\alpha_1}{\xi} + \beta_1 \xi + \gamma, \quad (4.35)$$

где  $\alpha_1 = \alpha/G_{11}$ ;  $\beta_1 = \beta G_{11}$ .

Наиболее информативной для приемно-усилительного тракта является обобщенная характеристика  $D_i = f(N)$ , так как она одновременно характеризует как динамический диапазон усилителя, так и его чувствительность.

Характеристики  $D_i = f(N)$  позволяют решать различные задачи при корректных условиях сравнения: выбирать оптимальные величины  $G_r$  и  $G_n$ , режимы питания усилительных приборов по постоянному току, оценивать эффективность различных схем включения, исследовать влияние различных видов обратных связей и т. п.

Однако явная связь  $D_i = f(N)$  в аналитическом виде громоздка, например, для  $D_2$  она имеет вид

$$D_2 = D_{20} \frac{(1 + \xi_{1,2})^6}{\xi_{1,2}^3 N (1 + \xi_{1,2} - F_1)^2},$$

где  $D_{20}$  — коэффициент, зависящий от параметров тракта;

$$\xi_{1,2} = \frac{\xi_0 [(N-1) \pm \sqrt{(N-1)^2 - (N_m-1)^2}]}{N_m-1};$$

$\xi_0 = \sqrt{\alpha_1/\beta_1}$  — значение  $\xi$ , соответствующее минимальному коэффициенту шума четырехполосника  $N_m$ . Поэтому целесообразно вычислять зависимость  $D_i = f(N)$ , пользуясь параметрической связью этих величин с помощью параметра  $\xi$  [см. (4.33) — (4.35)]. Исключение  $\xi$  удобно осуществлять с помощью ЭВМ (см. приложение 1).

Используя (4.27), (4.33) — (4.35), можно получить выражения для  $D_i$  в случае приборов с высокоомным входом (маломощный полевой транзистор, электронная лампа):

$$D_2 = K_{г2д}^2 / (2kT \Delta F A_0^2 R_r N(R_r)), \quad (4.36)$$

$$D_3 = K_{г3д} / (2kT \Delta F B_0 R_r N(R_r)). \quad (4.37)$$

Из (4.36), (4.37) следует, что для рассматриваемого случая отношение  $D_2$  к  $D_3$  при любом  $R_r$  — величина постоянная, являющаяся константой для конкретного прибора при выбранных величинах допустимых нелинейных критериев, т. е.

$$D_2/D_3 = K_{г2д}^2 B_0 / K_{г3д} A_0^2.$$

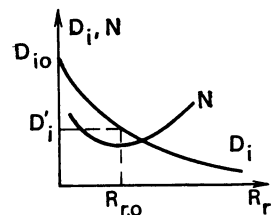


Рис. 4.9. Характеристики динамического диапазона и коэффициента шума усилительного каскада с высокоомным входом

Следует заметить, что для случая УП с низкоомным входом ( $\xi \neq \infty$ ) эта закономерность в общем случае несправедлива.

Зависимость  $D_i$  в функции  $R_r$  в соответствии с (4.36), (4.37) имеет вид рис. 4.9, так как экстремальная величина параболической зависимости  $R_r N(R_r)$  лежит в области отрицательных аргументов. Величина  $D_{i0}$  для ядра 2-го порядка  $D_{20} = K_{г2д}^2 / 2kT \Delta F A_0^2 \beta$ , для ядра 3-го порядка  $D_{30} = K_{г3д} / 2kT \Delta F B_0 \beta$ .

В рассматриваемом случае существует относительно простая аналитическая связь  $D_i = f(N)$ :

$$\left. \begin{aligned} D_2 &= \frac{K_{г2д}^2 (N_m - 1)}{2kT \Delta F A_0^2 R_{г.о} N [(N - 1) \pm \sqrt{(N - 1)^2 - (N_m - 1)^2}]}, \\ D_3 &= \frac{K_{г3д}}{2kT \Delta F B_0 R_{г.о} N [(N - 1) \pm \sqrt{(N - 1)^2 - (N_m - 1)^2}]} \end{aligned} \right\} \quad (4.38)$$

где  $R_{г.о} = \sqrt{\beta/\alpha}$  — сопротивление источника, соответствующее минимуму  $N(N_m)$ .

При  $R_{г.о} = R_{г.о}$ :  $D'_2 = K_{г2д}^2 / (2kT \Delta F A_0^2 R_{г.о} N_m)$ ,

$D'_3 = K_{г3д} / (2kT \Delta F B_0 R_{г.о} N_m)$ .

Из изложенного следует:

1. Выражения (4.23) — (4.27), (4.33) — (4.38) являются обобщенными характеристиками, позволяющими определить поведение динамического диапазона и любых критериев НИ для всех возможных диапазонов изменения проводимостей источника сигнала  $G_r$ , нагрузки  $G_n$  и определяющих параметров  $G_{ik}^{(1)}$  в режиме несущественной нелинейности.

2. Нелинейные эффекты динамического режима четырехполюсника обусловлены четырьмя линейными параметрами и относительно большим числом статических нелинейных параметров, являющихся коэффициентами ряда В.

В связи с этим возникает задача минимизации числа параметров, описывающих нелинейные свойства усилительного каскада. С этой целью охарактеризуем нелинейные свойства четырехполюсника при определенных проводимостях  $G_r$  или  $G_n$ .

При фиксации  $G_n(K_{12})$  и варьировании  $G_r$ , как видно из (4.25), (4.26), число нелинейных параметров для ядра 2-го порядка можно сократить до двух ( $A_0, F_1$ ), для ядра 3-го порядка — до трех ( $B_0, C_1, F_2$ ).

Коэффициенты  $A_0, F_1, B_0, C_1, F_2$  являются обобщенными параметрами нелинейного нагруженного четырехполюсника и в [12] названы нелинейными динамическими параметрами (НДП).

3. Нелинейные динамические параметры могут быть рассчитаны в соответствии с табл. 4.4 (поз. 4) по известным статическим параметрам и величине  $K_{12}$  или измерены, например, с помощью многосигнального воздействия (поз. 5).

Метод экспериментального определения НДП основан на измерении продуктов нелинейного преобразования на выходе тракта рис. 4.1б для нескольких характерных значений  $\xi$  ( $\xi \rightarrow \infty, \xi = 1$ ). В табл. 4.4 (поз. 5):  $U_{11}$  — амплитуда выходного напряжения для интермодуляции 2-го порядка;  $U_{21}$  — то же, для 3-го порядка;  $\epsilon_m$  — амплитуда ЭДС источников сигнала;  $\xi$  находится по измеренному

линейному коэффициенту передачи входной цепи тракта:  $\xi = K_1/(1-K_1)$ , где  $K_1 = |U_{1m}/\varepsilon_m|$ .

4. При малых величинах  $K_{12}$  (практически для биполярных транзисторов до нескольких десятков единиц) НДП мало зависят от  $K_{12}$ . Тогда

$$\left. \begin{aligned} F_2^{(2)} &\approx G_{21}', \quad F_1^{(2)} \approx G_{11}', \quad F_1^{(3)} \approx G_{11}'', \quad F_2^{(3)} \approx G_{21}'', \\ A_0 &= \frac{G_{21}'}{G_{21}}, \quad B_0 = \frac{G_{21}''}{G_{21}}, \quad F_2 = \frac{2(G_{11}')^2 G_{21}}{G_{11}^2 G_{21}''}, \\ F_1 &= \frac{G_{11}' G_{21}}{G_{21}' G_{11}}, \quad C_1 = \frac{G_{11}'' G_{21}}{G_{11} G_{21}''} + 2 \frac{G_{11}' G_{21}}{G_{11} G_{21}''}, \end{aligned} \right\} \quad (4.39)$$

что значительно упрощает расчет НДП.

5. Некоторые из НДП имеют простой физический смысл. Так, параметр  $A_0$  равен предельному значению параметра нелинейности 2-го порядка  $y_2$  при работе четырехполюсника от низкоомного источника сигнала ( $\xi \rightarrow \infty$ );  $B_0$  — то же, для параметра 3-го порядка  $y_3$ ; величина  $1-F_1$  численно равна предельному значению нормированной относительно параметра  $A_0$  производной зависимости  $y_2 = f(\varepsilon)$  ( $dy_2/d\xi$ ) при работе четырехполюсника от высокоомного источника сигнала.

6. Зависимости  $D_i = f(N)$  для различных значений первичных нелинейных и шумовых параметров могут носить сложный, в том числе экстремальный, характер, иметь точки разрывов и т. д.

Возможный вид характеристик приведен на рис. 4.10а,б. Точка разрыва соответствует нулевому значению  $y_2(\xi)$  или  $y_3(\xi)$  (так называемые «нулевые точки»).

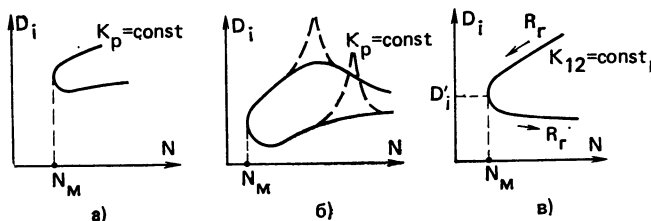


Рис. 4.10. Возможные виды функциональных характеристик, выражающих связи динамического диапазона, коэффициентов шума и усиления каскада

Природа «нулевых точек» заключается в механизме взаимодействия продуктов нелинейных искажений и сигнала, обусловленного двумя нелинейными характеристиками:  $i_1 = f_1(u_1, u_2)$  и  $i_2 = f_2(u_1, u_2)$ . При некоторых условиях искажения, возникающие в схеме рис. 4.1б, взаимно компенсируют друг друга. Вблизи «нулевых точек» величина НИ критична к влиянию дестабилизирующих

факторов, что затрудняет их практическую реализацию и предъявляет повышенные требования к стабильности параметров каскадов (см. § 4.4 и 6.5).

7. Зависимость  $D_i = f(N)$  может иметь двузначный характер. Это объясняется тем, что одному и тому же значению  $N$  в общем случае соответствуют два возможных значения:  $R_r$  или  $\xi$ , которые дают разные величины НИ и, следовательно, разные  $D_i$ . Наивыгоднейшая (с точки зрения  $N$  и  $D_i$ ) ветвь зависимости может быть легко найдена из рисунков, аналогичных рис. 4.10.

8. Для УП с высокоомным входом зависимость  $D_i = f(N)$  имеет относительно простой вид, однако, как следует из (4.38), двузначность характеристики сохраняется (рис. 4.10в). При этом наибольшее значение  $D_i$  соответствует меньшему значению  $R_r$ .

Расчет критериев НИ и динамического диапазона каскада, приводимого к нелинейному четырехполюснику, может быть выполнен в следующей последовательности.

*Анализ на основе статических параметров матриц  $\|G_{ik}\|$ .* По исходным данным  $\|G_{ik}\|$ ,  $G_r$ ,  $G_n$  в соответствии с табл. 4.4 находятся НДП:  $A_0$ ,  $F_1$ ,  $B_0$ ,  $C_1$ ,  $F_2$ ; из (4.25), (4.26) —  $y_{2(3)}$ ; из (4.33), (4.34) —  $D_{2(3)}$ , где  $N(\xi)$  определяется из (4.35). Зависимость  $D_i = f(N)$  получается путем последовательного построения точек кривых  $D_i$  и  $N$ , соответствующих одному значению  $\xi$ . При вариации  $\xi$  или  $K_{12}$  и сохранении заданного усиления взаимосвязанные величины  $\xi$  и  $K_{12}$  находятся в последовательности, приведенной в 4.1.2.

Величины шумовых параметров  $\alpha$ ,  $\beta$  и  $\gamma$  в области «белого» шума могут быть определены по известным четырехполюсным параметрам шумящего четырехполюсника  $G_{ш}$ ,  $R_{ш}$ ,  $G_k$ :

$$\alpha = G_{ш} + R_{ш} G_k^2, \quad \beta = R_{ш}, \quad \gamma = 1 + 2 R_{ш} G_k.$$

Возможен экспериментальный способ определения  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  в соответствии с методикой, предложенной в [57]. С этой целью измеряются три значения коэффициента шума  $N_i$ , соответствующие трем  $R_{ri}$ . Подставляя эти значения в (4.35) и решая систему уравнений относительно  $\alpha$ ,  $\beta$  и  $\gamma$ , получаем:

$$\beta = \frac{R_{r1} R_{r2} R_{r3}}{R_{r3} - R_{r1}} \left( \frac{N_3 - N_2}{R_{r3} - R_{r2}} + \frac{N_1 - N_2}{R_{r2} - R_{r1}} \right),$$

$$\alpha = \frac{N_1 - N_2}{R_{r1} - R_{r2}} + \frac{\beta}{R_{r1} R_{r2}}, \quad \gamma = N_i - \alpha R_{ri} - \frac{\beta}{R_{ri}}.$$

Если известна величина  $R_{г.о.}$ , то  $\alpha = R_{r3}(N_3 - N_m)/(R_{r3} - R_o)^2$ ,  $\beta = \alpha R_o^2$ ,  $\gamma = N_m - 2\sqrt{\alpha\beta}$ .

Для ряда моделей УП коэффициенты  $\alpha$ ,  $\beta$  и  $\gamma$  могут быть выражены через параметры физической модели. Например, для бипо-

лярного транзистора:

$$\alpha \approx \frac{1 - \alpha_0}{2\alpha_0 r_0}, \quad \beta = r'_0 + \frac{r_0}{2} + \frac{(r'_0)^2 (1 - \alpha_0)}{2\alpha_0 r_0}, \quad \gamma = 1 + \frac{r'_0 (1 - \alpha_0)}{\alpha r_0},$$

где  $r_0 \approx 26/I_0$ .

Усредненные величины  $\alpha$ ,  $\beta$  и  $\gamma$ , а также  $R_{г.0}$  для транзисторов четырех видов (биполярного маломощного ГТ313А и мощного КТ610Б, полевого маломощного КП303Г и мощного КТ903А) приведены в табл. 4.5.

ТАБЛИЦА 4.5

Параметр	ГТ313А		КП303Г		КТ610Б		КТ903А	
	$I_K = 1 \text{ мА}$	$I_K = 25 \text{ мА}$	$I_K = 1 \text{ мА}$	$I_K = 3 \text{ мА}$	$I_K = 50 \text{ мА}$	$I_K = 150 \text{ мА}$	$I_K = 50 \text{ мА}$	$I_K = 150 \text{ мА}$
$\alpha \cdot 10^{-4}, \text{См}$	5,96	17,89	0,418	0,473	27,2	104	1,77	2,92
$\beta, \text{Ом}$	192,32	576,85	103,66	104,73	3,809	4,025	216,6	211,5
$\gamma$	1,017	3,946	1,147	1,59	1,396	1,377	1,408	1,003
$R_{г.0}, \text{Ом}$	560,0	560	1580	1460	37	19,5	1100	850
$N_m$	1,7	5,9	1,3	1,7	1,6	1,8	1,8	1,5

*Анализ на основе НДП.* Необходимые значения НДП находят-ся из эксперимента по описанной выше методике. Далее последо-вательность расчетов аналогична предыдущему случаю. *Анализ с использованием ЭВМ* предполагает последовательное применение приведенных выше алгоритмов (см. приложение 1). *Анализ с использованием обобщенных характеристик (см. рис. 4.7).*

По исходным НДП и рис. 4.7 находятся  $\psi_i$  (4.28). Последова-тельность расчета показана на рис. 4.11. Далее определяются  $y_2$ ,  $y_3$  и  $D_i$ .

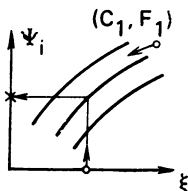


Рис. 4.11. Построения при графо-аналитическом методе расчета параметров усилителя, приводимого к нелинейному четырехполюснику (O — дано, X — результат).

На рис. 4.12а, б приведены рассчитанные на ЭВМ характери-стики однокаскадных транзисторных усилителей для различных схем включения транзистора (ОЭ, ОБ, биполярный транзистор



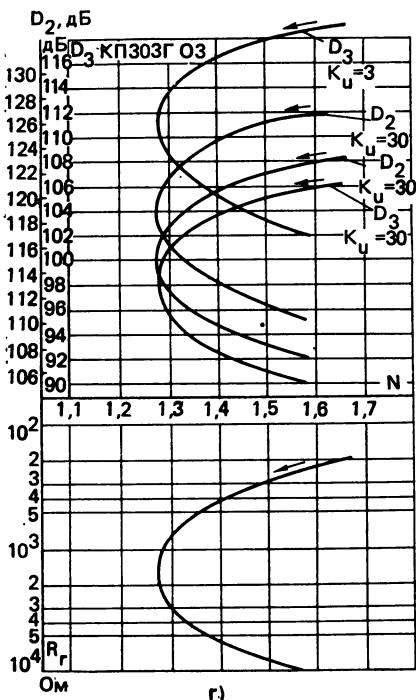
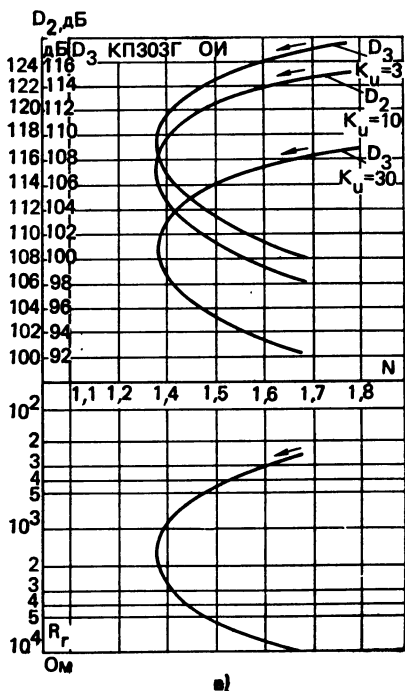
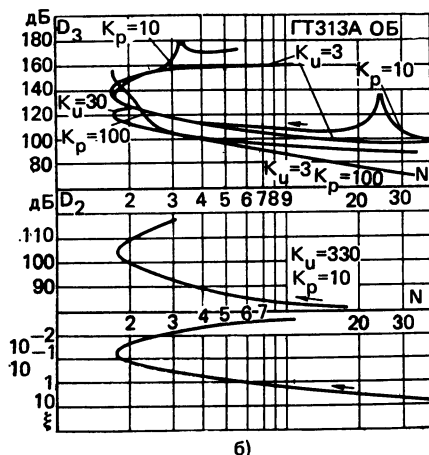
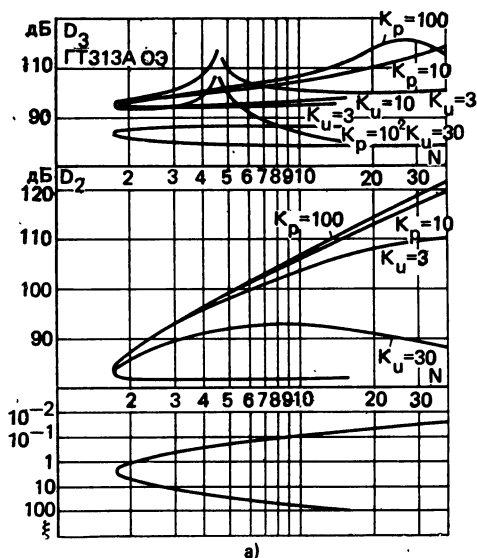


Рис. 4.12. Характеристики динамического диапазона и коэффициента шума усилительного каскада для различных типов и способов включения транзисторов: а — ГТ313А, ОЭ; б — то же, ОБ; в — КП303Г, ОИ; г — то же, ОЗ

ГТ313А,  $I_k=1$  мА) при фиксированных величинах  $K_P$  и  $K_u$ ; на рис. 4.12в, г — то же, для полевого транзистора (ОИ, ОЗ,  $I_c=1$  мА). Здесь и далее в гл. 4 величины  $D_i$  определяются при  $\Delta F=10$  кГц,  $T=300$  К,  $K_{r2}=3\%$ ,  $K_{r3}=1\%$ .

**Передачная характеристика по току.** Для нелинейности резистивного характера и в предположении малого влияния внутренней обратной связи в четырехполюснике на нелинейные эффекты, используя (4.21), можно получить выражения для ядер высших порядков передачной характеристики  $i_2=f(i_1)$  схемы рис. 4.16

$$K_{2i} \approx F_2^{(2)}/G_{11}S$$

или для малых  $K_{12}$

$$K_{2i} \approx G'_{21}/G_{11}^2, \quad K_{3i} \approx (G''_{21}G_{11} + 2G'_{21}G'_{11})/G_{11}^3.$$

Используя ядро 1-го порядка  $K_{1i}=G_{21}/S \approx G_{21}/G_{11}$ , получаем:

$$y_{2i} \approx G'_{21}/G_{21}G_{11}, \quad y_{3i} \approx (G''_{21}G_{11} + 2G'_{21}G'_{11})/G_{21}G_{11}^2.$$

#### 4.3.3. УПРАВЛЕНИЕ КРИТЕРИЯМИ НИ И ДИНАМИЧЕСКИМ ДИАПАЗОНОМ УСИЛИТЕЛЬНОГО КАСКАДА

**Влияние проводимости источника сигнала.** Из (4.25), (4.26) следует, что характер зависимостей  $y_i=f(\xi)$  достаточно разнообразен (см., например, рис. 4.13 для  $|y_2|$ ). Условие существования

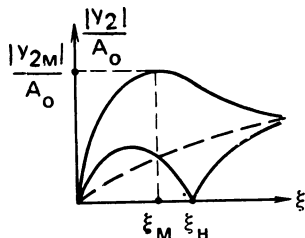


Рис. 4.13. Возможные виды приведенных характеристик усилительного каскада для относительного параметра нелинейности 2-го порядка в зависимости от сопротивления источника сигнала

«нулевых точек» соответствует выражениям:

$$\text{для } y_2 \text{ (одна точка)} \quad \xi_N = F_1 - 1 > 0; \quad (4.40)$$

$$\text{для } y_3 \text{ (максимум две точки)} \quad \xi_{N1,2} = \frac{C_1}{2} \pm \sqrt{\frac{C_1^2}{4} - F_2 - 1} > 0. \quad (4.41)$$

Кривая  $y_2=f(\xi)$  может иметь не более одного экстремума:

$$\xi_M = (F_1 - 1)/(F_1 + 1), \quad |y_{2m}|/A_0 = (1 - F_1)^2/4|F_1|.$$

Точки экстремума кривой  $y_3(\xi)$  находятся из выражения  $\xi_i = \tau_i - \frac{q}{3} - 1$  по следующей методике.

1. Определяем вспомогательную величину  $Q$ :  $Q = (p/3)^3 + (q/2)^2$ , где

$$p = -\frac{a^2}{3} + b; \quad q = 2\left(\frac{a}{3}\right)^2 - \frac{ab}{3} + c; \quad a = -\frac{2(1 + 2C_1 + F_2)}{2 + C_1};$$

$$b = \frac{3(C_1 + 2F_2)}{2 + C_1}; \quad c = -\frac{4F_2}{2 + C_1}.$$

2. Если  $Q > 0$ , то экстремум один и  $\tau_1 = A + B$ ;

$$A = \sqrt[3]{-(q/2) + \sqrt{Q}};$$

$$B = \sqrt[3]{-(q/2) - \sqrt{Q}}. \text{ Если } Q = 0, \text{ то экстремума два: } \tau_1 = 2A',$$

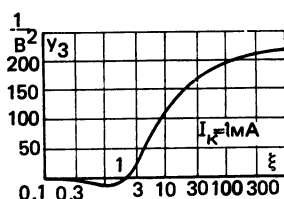
$$\tau_2 = -A.$$

3. Если  $Q < 0$ , то экстремумов три:

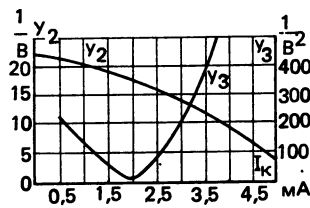
$$\tau_1 = 2\sqrt{-p/3} \cos \frac{\alpha}{3}, \quad \tau_{2,3} = -2\sqrt{-p/3} \cos \left( \frac{\alpha}{3} \pm \frac{2\pi}{3} \right),$$

где  $\alpha = \arccos(-q/2\sqrt{-(p/3)^3})$ .

Экспериментальная зависимость  $y_3 = f(\xi)$  для усилительного каскада с транзистором ГТ313 (схема с ОЭ,  $U_K = -5$  В,  $I_K = 2$  мА,  $R_H = 1,2$  кОм,  $u_{BX} = 10$  мВ) приведена на рис. 4.14а.



а)



б)

Рис. 4.14 Характеристики относительных параметров нелинейности для усилительного каскада на транзисторе ГТ313 (схема ОЭ,  $U_K = -5$  В) в зависимости от:

а — нормированного сопротивления источника сигнала; б — тока коллектора

«Нулевые точки» могут проявляться также при изменении режима питания УП, так как тогда происходит изменение его параметров, которые в частных случаях могут удовлетворять (4.40) или (4.41) (см. рис. 4.14б).

Из изложенного следует:

1) области  $G_T(\xi)$ , соответствующие малым НИ, зависят от их вида;

2) в общем случае затруднен подбор такого значения  $\xi$ , при котором эффективно уменьшаются НИ различных видов;

3) области максимальных величин  $D$  не всегда соответствуют области малых величин коэффициента шума;

4) минимум НИ не обязательно соответствует максимуму  $D$  (исключение составляет случай «нулевых точек»);

5) «нулевые точки» не всегда проявляются в типовых режимах работы усилительных приборов; например, в случае биполярных транзисторов эти точки не наблюдаются для искажений 2-го порядка (рис. 4.14б).

*Влияние проводимости нагрузки.* Используя (4.25), (4.26), можно получить:

$$y_2 = A_{12} (1 + K_{12} A_{22} + K_{12}^2 A_{32}), \quad (4.42)$$

$$\text{где } A_{12} = \frac{\xi}{(1 + \xi)^2} \left[ (1 + \xi) \frac{G'_{21}}{G_{21}} - \frac{G'_{11}}{G_{11}} \right]; \quad A_{22} = \frac{(1 + \xi) G_{11} G_{cm2} - G_{21} G_{cm1}}{(1 + \xi) G_{11} G'_{22} - G_{21} G'_{11}};$$

$$A_{32} = \frac{(1 + \xi) G_{11} G'_{22} - G'_{12} G_{21}}{(1 + \xi) G_{11} G'_{22} - G_{21} G'_{11}};$$

$$y_3 = L_0 (1 + K_{12}^{-1} L_1 + K_{12} L_2 + K_{12}^2 L_3 + K_{12}^3 L_4 + K_{12}^4 L_5), \quad (4.43)$$

где  $L_i$  — функции от  $G^{(i)}_{ik}$  и  $\xi$ .

Входящие в выражения (4.42), (4.43) величины  $A_{ik}$ ,  $L_i$  являются нелинейными динамическими параметрами четырехполюсника соответственно 2-го и 3-го порядков в режиме неизменного  $G_r$ .

Как следует из (4.42), (4.43) и проделанных расчетов, при малых величинах усиления собственно четырехполюсника  $K_{12} = u_2/u_1$   $y_2$  и  $y_3$  мало зависят от  $K_{12}$  и, следовательно, от  $G_n$ . С увеличением  $K_{12}$  существенную роль играют значения параметров конкретного четырехполюсника. Так, для малых  $G'_{12}$  и  $G'_{22}$   $y_2 \approx A_{12}(1 + K_{12}A_{22})$ , откуда следует, что при  $K_{12}A_{22} < 0$  возможна «нулевая точка», причем  $K_{120} = 1/|A_{22}|$ . Это явление для транзисторного каскада отмечается также в [59]. Практически для биполярного транзистора  $K_{12}$  оказывает влияние при величинах, больших нескольких десятков единиц, для полевого — это влияние оказывается при меньших коэффициентах усиления.

На рис. 4.15 приведены характеристики  $K_{r2}$  в функции  $K_{12}$  для транзистора ГТ313 ( $A_{22}K_{12} < 0$ ). Здесь  $U_k = -5$  В,  $I_k = 1$  мА,  $R_r = 1$  Ом, схема — с ОЭ. Изменение величины  $G_n$  приводит также к изменению нелинейных свойств четырехполюсника в режиме усиления тока.

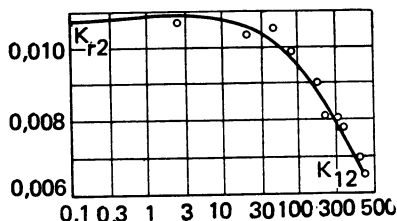


Рис. 4.15. Характеристики зависимости коэффициента гармоник  $K_{r2}$  от коэффициента передачи каскада  $K_{12}$  для усилительного каскада на транзисторе ГТ313 (ОЭ,  $U_k = -5$  В,  $I_k = 1$  мА,  $R_r = 1$  Ом)

Используя (4.21) и предполагая, что влияние  $G_{12}$  на нелинейные свойства усилителя малó, можно получить

$$K_{2i} = \frac{G_{21} + K_{12} G_{22}}{G_{21} G_{11}^2} (G'_{21} + K_{12} G_{\text{см}2} + K_{12}^2 G'_{22})$$

или для малых  $K_{12}$ , когда  $G_{21} \gg K_{12} G_{22}$  и  $|G'_{21} + K_{12} G_{\text{см}2}| \gg K_{12}^2 G'_{22}$ ,  
 $K_{2i} \approx A(B + K_{12})$ , (4.44)

где  $A = G_{\text{см}2}/G_{11}$ ,  $B = G'_{21}/G_{\text{см}2}$  — нелинейные динамические параметры четырехполюсника 2-го порядка в режиме усиления тока. Величина

$$y_{2i} = \frac{K_{2i}}{K_{1i}} \approx \frac{G'_{21}}{G_{11} G_{21}} (B + K_{12}).$$

Из (4.44) следует, что для  $BK_{12} < 0$  происходит уменьшение искажений с ростом  $K_{12}$ .

Анализ выражений НДП  $A_0$  и  $B_0$  (см. табл. 4.4) для УП с высокоомным входом показывает, что зависимости  $y_{2(3)i}$  в функции от  $K_{12}$  имеют вид:

$$y_{2i} = A_0 = B_{12} (1 + K_{12} B_{22} + K_{12}^2 B_{32}),$$

где  $B_{12} = G'_{21}/G_{21}$ ;  $B_{22} = G_{\text{см}2}/G_{21} G'_{21}$ ;  $B_{32} = G'_{22}/G_{21} G'_{21}$ ;

$$y_{3i} = B_0 = S_0 (1 + S_1 K_{12} + S_2 K_{12}^2 + S_3 K_{12}^3 + S_4 K_{12}^4),$$

где  $S_i$  — функции от  $G^{(i)}_{ik}$ .

*Влияние схемы включения усилительного прибора (УП) в однокаскадном тракте.* Изменение схемы включения одного и того же УП (для биполярного транзистора — ОЭ, ОБ, ОК; полевого — ОИ, ОЗ, ОС; электронной лампы — ОК, ОС, ОА) влияет на статические, нелинейные динамические и относительные параметры нелинейности  $y_i$  каскада. Используя неопределенную матрицу нелинейного четырехполюсника (см. 2.4.1), нетрудно найти матрицы параметров двух схем включения УП по известным параметрам третьей схемы, например ОЭ для биполярного транзистора, ОИ для полевого транзистора, ОК для электронной лампы.

Ниже приведены полученные из (2.78) выражения матриц трех порядков, в которых учтены допустимые на практике пренебрежения, не оказывающие существенного влияния на расчет нелинейных характеристик каскада.

#### УСИЛИТЕЛЬНЫЙ ПРИБОР С ОТНОСИТЕЛЬНО НИЗКООМНЫМ ВХОДОМ<sup>1</sup>

*Схема с ОБ или ее аналог:*

$$\left\| \begin{array}{cc} Y_{21} & -(Y_{12} + Y_{22}) \\ -Y_{21} & Y_{22} \end{array} \right\|_{(p_1)} \approx \left\| \begin{array}{cc} Y_{21} & 0 \\ -Y_{21} & Y_{22} \end{array} \right\|_{(p_1)}; \quad (4.45)$$

<sup>1</sup> Биполярный и мощный полевой транзисторы.

$$\left\| \begin{array}{cc} -(Y'_{11} + Y'_{21}) & 2Y'_{22} + Y_{\text{см}2} \\ Y'_{21} & -(2Y'_{22} + Y_{\text{см}2}) \end{array} \right\|_{(p_1, p_2)} \begin{array}{c} -Y'_{22} \\ Y'_{22} \end{array}; \quad (4.46)$$

$$\left\| \begin{array}{ccc} Y''_{21} + Y''_{11} & 3Y''_{22} + Y'_{\text{см}2} + 2Y''_{\text{см}2} & 3Y''_{22} + Y''_{\text{см}2} \\ -Y''_{21} & 3Y''_{22} + Y'_{\text{см}2} + 2Y''_{\text{см}2} & -(3Y''_{22} + Y''_{\text{см}2}) \end{array} \right\|_{(p_1, p_2, p_3)} \begin{array}{c} -Y''_{22} \\ Y''_{22} \end{array}, \quad (4.47)$$

где исходные матрицы в схеме с ОЭ имеют вид

$$\left\| \begin{array}{cc} Y_{11} & 0 \\ Y_{21} & Y_{22} \end{array} \right\|_{(p_1)}, \quad \left\| \begin{array}{ccc} Y'_{11} & 0 & 0 \\ Y'_{21} & Y_{\text{см}2} & Y'_{22} \end{array} \right\|_{(p_1, p_2)}, \quad \left\| \begin{array}{cccc} Y''_{11} & 0 & 0 & 0 \\ Y'_{21} & Y'_{\text{см}2} & Y''_{\text{см}2} & Y''_{22} \end{array} \right\|_{(p_1, p_2, p_3)}. \quad (4.48)$$

При  $|Y'_{11}| (|Y''_{11}|) < |Y'_{21}| (|Y''_{21}|)$  и малом влиянии смешанных параметров (4.46), (4.47) упрощаются:

$$\left\| \begin{array}{ccc} -Y'_{21} & 0 & 0 \\ Y'_{21} & 0 & 0 \end{array} \right\|_{(p_1, p_2)}, \quad \left\| \begin{array}{ccc} Y''_{21} & 0 & 0 \\ -Y''_{21} & 0 & 0 \end{array} \right\|_{(p_1, p_2, p_3)}.$$

Из (4.46), (4.47) нетрудно получить выражения для НДП в схеме с ОБ, выраженные через НДП в схеме с ОЭ (табл. 4.6).

ТАБЛИЦА 4.6

НДП	ОЭ	ОБ	Примечание
$\frac{A_0}{B_0}$	$\frac{A_0}{B_0}$	$-\frac{A_0}{B_0}$	$G_{ik}$ — в схеме с ОЭ
$F_1$	$F_1$	$1 + F_1 \frac{G_{11}}{G_{21}}$	$\lambda = \frac{1}{G''_{21}} \left[ G''_{11} \left( 1 + \frac{G'_{21}}{G'_{11}} \right) + 2 A_0 G'_{11} \left( 1 + \frac{G'_{21}}{G'_{11}} \right) \right]$
$F_2$	$F_2$	$F_2 \frac{G_{11}^2}{G_{21}^2} \left( 1 + \frac{G'_{21}}{G'_{11}} \right)$	
$C_1$	$C_1$	$\lambda C_1 \frac{G_{11}}{G_{21}} \frac{G''_{21}}{G''_{11} + 2A_0 G'_{11}}$	

Схема с ОК или ее аналог:

$$\left\| \begin{array}{cc} Y_{11} & -Y_{11} \\ -Y_{21} & Y_{21} \end{array} \right\|_{(p_1)}, \quad \left\| \begin{array}{ccc} Y'_{11} & -2Y'_{11} & Y'_{11} \\ -(Y'_{21} + Y'_{11}) & 2(Y'_{11} + Y'_{21}) + Y_{\text{см}2} & -(Y'_{11} + Y'_{21} + Y'_{22} + Y_{\text{см}2}) \end{array} \right\|_{(p_1, p_2)}; \quad (4.49)$$

$$\left\| \begin{array}{ccc} Y''_{11} & 3Y''_{11} & 3Y''_{11} \\ -(Y''_{11} + Y''_{21}) & 3(Y''_{11} + Y'_{21}) + Y'_{cm2} & -3(Y''_{11} + Y'_{21}) + 2Y'_{cm2} + Y''_{cm2} \\ -Y''_{11} & & \\ Y'' & & \end{array} \right\|_{(p_1, p_2, p_3)}, \quad (4.50)$$

где  $Y'' = Y''_{21} + Y''_{11} + Y''_{22} + Y'_{cm2} + Y''_{cm2}$ .

#### УСИЛИТЕЛЬНЫЙ ПРИБОР С ОТНОСИТЕЛЬНО ВЫСОКООМНЫМ ВХОДОМ<sup>1</sup>

*Схема с ОЗ или ее аналог.* В этом случае линейные и нелинейные параметры входной характеристики транзистора  $i_1 = f(u_1, u_2)$  в схеме с ОИ пренебрежимо малы:

$$\left\| \begin{array}{cc} 0 & 0 \\ Y_{21} & Y_{22} \end{array} \right\|_{(p_1)}, \quad \left\| \begin{array}{ccc} Y'_{11} & 0 & 0 \\ Y'_{21} & Y_{cm2} & Y'_{22} \end{array} \right\|_{(p_1, p_2)}; \quad \left\| \begin{array}{cccc} Y''_{11} & 0 & 0 & 0 \\ Y''_{21} & Y'_{cm2} & Y'_{cm2} & Y''_{22} \end{array} \right\|_{(p_1, p_2, p_3)}.$$

Тогда из (2.78) для схемы с ОЗ следует:

$$\left\| \begin{array}{cc} Y_{21} & 0 \\ -Y_{21} & Y_{22} \end{array} \right\|_{(p_1)}, \quad \left\| \begin{array}{ccc} -Y'_{21} & 2Y'_{22} + Y_{cm2} & -Y'_{22} \\ Y'_{21} & -(2Y'_{22} + Y_{cm2}) & Y'_{22} \end{array} \right\|_{(p_1, p_2)}; \\ \left\| \begin{array}{ccc} Y''_{21} & 3Y''_{22} + Y'_{cm2} + 2Y''_{cm2} & 3Y''_{22} + Y'_{cm2} - Y''_{22} \\ -Y''_{21} & 3Y''_{22} + Y'_{cm2} + 2Y''_{cm2} & -(3Y''_{22} + Y'_{cm2}) - Y''_{22} \end{array} \right\|_{(p_1, p_2, p_3)}.$$

*Схема с ОС или ее аналог.* В соответствии с (2.78)

$$\left\| \begin{array}{cc} 0 & 0 \\ -Y_{21} & Y_{21} \end{array} \right\|_{(p_1)}, \quad \left\| \begin{array}{ccc} 0 & 0 & 0 \\ -Y'_{21} & 2Y'_{21} + Y_{cm2} & -(Y'_{21} + Y_{cm2} + Y'_{22}) \end{array} \right\|_{(p_1, p_2)}; \quad (4.51)$$

$$\left\| \begin{array}{ccc} 0 & 0 & 0 \\ -Y''_{21} & 3Y''_{21} + Y'_{cm2} & -3Y'_{21} + 2Y'_{cm2} + Y''_{cm2} \\ 0 & & \\ Y''_{21} + Y''_{22} + Y'_{cm2} + Y''_{cm2} & & \end{array} \right\|_{(p_1, p_2, p_3)}. \quad (4.52)$$

При условии пренебрежения смешанными и выходными параметрами получаем:

$$\left\| \begin{array}{ccc} 0 & 0 & 0 \\ -Y'_{21} & 2Y'_{21} & -Y'_{21} \end{array} \right\|_{(p_1, p_2)}, \quad \left\| \begin{array}{cccc} 0 & 0 & 0 & 0 \\ -Y''_{21} & 3Y''_{21} & -3Y''_{21} & Y''_{21} \end{array} \right\|_{(p_1, p_2, p_3)}. \quad (4.53)$$

<sup>1</sup> Маломощный полевой транзистор или электронная лампа в режиме без сеточных токов.

Используя приведенные выражения, можно учесть изменение схемы включения УП в эквивалентном изменении соответствующих НДП и величины  $\xi$ .

На рис. 4.12 приведены зависимости  $D_2(D_3)$  в функции  $N$  для различных схем включения биполярного транзистора (ОЭ и ОБ) и полевого транзистора (ОИ, ОЗ). Из анализа зависимостей  $y_2, y_3, D_i(N)$  и характеристик, аналогичных рис. 4.12, следует:

1. Изменение схемы включения УП меняет форму зависимостей  $D_i=f(N)$  и приводит к смещению «нулевых точек».

2. Выигрыш ( $W_2, W_3$ ) в величине  $D_i$  при включении УП по схеме с ОБ (ОЗ) по сравнению со схемой с ОЭ (ОИ) в точке  $N=N_m$  составляет усредненные величины, приведенные в табл. 4.7.

ТАБЛИЦА 4.7

Класс УП	$W_2$ , дБ	$W_3$ , дБ	Примечание
Маломощный биполярный	22; 15	19; 14	Первая цифра — при $K_{г2}=3\%$ , $K_{г3}=1\%$ ; вторая цифра — при уровне колебания интермодуляции, равном уровню шумов; $\Delta F=10$ кГц; $T=300$ К
Мощный биполярный	24; 22	30; 25	
Маломощный полевой	19; 16	11; 12	
Мощный полевой	40; 44	35; 37	

3. Схема с ОБ в режимах, близких к согласованию по шумам ( $\xi_0$  — малое), не позволяет получить достаточно большое значение  $K_P$ , что отражается укорочением или даже отсутствием отдельных участков ветвей зависимостей на рис. 4.12.

#### 4.4. Усилительные каскады с линейными отрицательными обратными связями (ЛООС)

##### 4.4.1. КАНОНИЧЕСКАЯ СХЕМА ЛООС

Найдем нелинейную передаточную характеристику для схемы рис. 4.16. Пусть каждый из четырехполюсников имеет передаточную характеристику вида  $y=f(x)$ . Система уравнений:  $u_2=f_1(u_1)$ ;  $u_{oc}=f_2(u_2)$ ;  $e=u_1+u_{oc}$  или в операторной форме:

для ядра 1-го порядка:

$$K_{u2}-KK_{u1}=0, \quad K_{uoc}-LK_{u2}=0, \quad K_{u1}+K_{uoc}=1;$$



для ядер разных порядков:

$$K_{u2} - K(\Sigma p) K_{u1} = f_K, \quad K_{uoc} - L(\Sigma p) K_{u2} = f_L, \quad K_{u1} + K_{uoc} = 0,$$

где  $f_K$  ( $f_L$ ) соответствует  $\gamma_3$  для  $K$ - и  $L$ -цепей в случае ядра 2-го порядка и  $\beta_3$  в случае ядра 3-го порядка (см. табл. 2.3, поз. 4).

Решение системы

$$\left. \begin{aligned} K_{u1}(p_1) &= \frac{1}{[A]_{(p_1)}}, \quad K_{u2}(p_1) = \left[ \frac{K}{A} \right]_{(p_1)}, \\ K_{u2}(p_1, p_2, \dots) &= \frac{f_K}{[A](\Sigma p)} - f_L \left[ \frac{K}{A} \right]_{(\Sigma p)}, \\ K_{u1}(p_1, p_2, \dots) &= -[L(\Sigma p) K_{u2}(p_1, p_2, \dots) + f_L], \end{aligned} \right\} \quad (4.54)$$

где  $A = 1 + KL$ .

Для случая линейной обратной связи  $f_L = 0$  и

$$\begin{aligned} K_{u2}(p_1, p_2, \dots) &= f_K/[A](\Sigma p), \quad K_{u1}(p_1, p_2, \dots) = -L(\Sigma p) K_{u2}(p_1, p_2, \dots), \\ K_{u2}(p_1, p_2, p_3) &= [K(p_1, p_2, p_3) K_{u1}(p_1) K_{u1}(p_2) K_{u1}(p_3) + \\ &+ 2K(p_1, p_2 + p_3) K_{u1}(p_1) K_{u1}(p_2, p_3)]/[A](\Sigma p). \end{aligned}$$

Рассмотрим случай резистивной нелинейности. При введении ЛООС, как известно, происходит линейризация амплитудной характеристики усилителя. Однако одновременно с этим цепь ЛООС порождает взаимодействие нелинейных продуктов различных порядков и сигнала, что усложняет расчеты и в некоторых случаях приводит к неожиданным результатам. Например, известно, что с увеличением глубины ЛООС по току в усилителе на полевом транзисторе в некоторых пределах нелинейные искажения 3-го порядка возрастают, хотя искажения 2-го порядка уменьшаются [60]. Влияние эффектов взаимодействия нелинейных продуктов и сигнала легко уяснить на примере схемы рис. 4.16. Как следует из (4.54), для области частот, где инерцией можно пренебречь,

$$K_{u2 \text{ кв}} = \frac{K_{\text{кв}}}{A^3}, \quad K_{u2 \text{ куб}} = \frac{K_{\text{куб}}}{A^4} + \frac{2K_{\text{кв}}}{A^2} K_{u1 \text{ кв}}, \quad (4.55)$$

где  $A = 1 + KL$  — глубина ЛООС;  $K_{\text{кв}}$ ,  $K_{\text{куб}}$  — ядра соответственно 2-го и 3-го порядков усилителя без ЛООС.

Учитывая, что введение ЛООС уменьшает усиление для сигнала по сравнению с исходным  $K$  в глубину связи  $A$  раз, и предполагая, что выходной уровень усилителя при введении ЛООС поддерживается неизменным, из (4.55) легко получить выражения для коэффициентов гармоник:

$$\text{для ядра 2-го порядка} \quad K_{\text{г2 ЛООС}} = K_{\text{г2}}/A,$$

где  $K_{\text{г2}}$  — частный коэффициент гармоник без ЛООС;

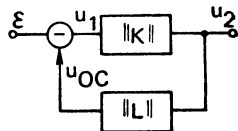


Рис. 4.16. Структурная схема усилителя с обратной связью

для ядра 3-го порядка  $K_{г3 \text{ ЛООС}}$  состоит из двух компонентов, один из которых обусловлен нелинейными параметрами 3-го порядка  $K'_{г3 \text{ ЛООС}} = K_{г3}/A$ , второй — нелинейными параметрами 2-го порядка

$$K''_{г3 \text{ ЛООС}} = -2(K_{г3}/A)^2 L,$$

где  $K_{г3}$  — коэффициент гармоник без ЛООС.

Из изложенного следует:

1. С увеличением глубины ЛООС  $A$  величина  $K_{г2}$ , обусловленная ядром 2-го порядка, монотонно падает.

2. С увеличением глубины  $A$  составляющая  $K_{г3}$ , обусловленная ядром 3-го порядка, монотонно падает, а обусловленная ядром 2-го порядка имеет экстремальный характер. Это обуславливает сложный характер зависимости  $K_{г3}$  в функции  $A$  и объясняет возможный рост  $|K_{г3}|$  с увеличением глубины ЛООС в некоторой области изменения  $A$ . Однако при достаточно глубоких обратных

связях  $A \approx KL$  и  $K_{г3} \approx \frac{1}{L} \left[ \frac{K_{г3}}{K} - \frac{2(K_{г2})^2}{K^2} \right]$ , т. е.  $K_{г3}$  с ростом  $A(L)$  монотонно убывает.

3. Искажения 3-го порядка при введении ЛООС не зависят от нелинейных параметров усилителя 2-го порядка только при условии, что  $|K_{г3}| \gg 2(K_{г2})^2 L/A^2$ , однако это не всегда выполняется, например, в усилителях, где  $K_{г2} > K_{г3}$ .

Количественный учет ЛООС в схемах четырехполюсника с обратной связью можно осуществить с помощью выражений (4.31), где следует использовать эквивалентные (т. е. с учетом влияния ЛООС) параметры  $Y_{ik}$ ,  $Y'_{ik}$ ,  $Y''_{ik}$ .

Рассмотрим некоторые случаи распространенных на практике схем ЛООС.

#### 4.4.2. ПАРАЛЛЕЛЬНАЯ ЛООС ПО НАПРЯЖЕНИЮ

В соответствии с (2.77) приведем параллельное соединение четырехполюсника и цепи обратной связи  $\tilde{Y}$  (рис. 4.17) к эквивалентному четырехполюснику

$$\|Y_{ik}\| = \|Y_{ik}\| + \|\tilde{Y}\|,$$

где  $\|\tilde{Y}\|$  — матрица нелинейной проводимости соответствующего порядка (2.32)  $\tilde{Y}$ ,  $\tilde{Y}'$ ,  $\tilde{Y}''$  и т. д.

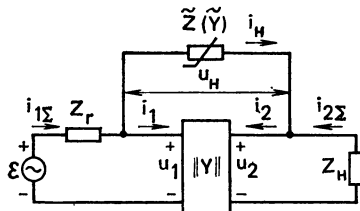


Рис. 4.17. Структурная схема усилителя с параллельной обратной связью

Рассмотрим случай ЛООС при резистивном характере нелинейности. Тогда  $\|G_{ik}\| = \|G_{ik}\| + \|\tilde{G}\|$ ,

где  $\|\tilde{G}\| = \tilde{G} \left\| \begin{array}{cc} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{array} \right\|$ ;  $G_{ik}$  — параметры четырехполюсника без ЛООС.

Так как элементы матрицы  $\|\tilde{G}\|$  в случае ЛООС для ядер высших порядков равны нулю, то нелинейные параметры четырехполюсника при введении ЛООС не изменяются. Величина  $K_{12} = -(G_{21} + \tilde{G}) / (G_{22} + G_H + \tilde{G})$  для этого вида связи существенно не меняется, когда

$$G_{21} \gg \tilde{G} \text{ и } G_H \gg \tilde{G}, \quad (4.56)$$

что обычно выполняется.

Используя общую теорию шумящего четырехполюсника [58], можно показать, что в первом приближении при выполнении условия (4.56) для практически используемых глубин ЛООС существенного изменения шумовых параметров не произойдет, т. е. оптимальное сопротивление источника  $R_{г.о}$  по шумам и минимальный коэффициент шума  $N_m$  не изменяется. Формулы для расчета НДП с учетом ЛООС приведены в табл. 4.8.

ТАБЛИЦА 4.8

Вид НДП	Без ЛООС	Параллельная ЛООС	Последовательная ЛООС	Примечание
$A_0$	$A_0$	$A_0$	$\frac{A_0}{A^2 (1 + G_{11} \tilde{R})}$	Для параллельной ЛООС: $\lambda = \tilde{G}/G_{11}$ , $\xi = \xi_0 / (1 + \lambda)$ , $\xi_0 = G_r / G_{11}$
$B_0$	$B_0$	$B_0$	$\frac{B_0}{A^3 (1 + G_{11} \tilde{R})}$	
$F_1$	$F_1$	$\frac{F_1}{1 + \lambda}$	$G_{21} \frac{F_1 + (A - 1)(F_1 - 1)}{G_{21} + G_{11}(A - 1)(1 - F_1)}$	Для последовательной ЛООС: $A = 1 + G_{21} \tilde{R}$
$F_2$	$F_2$	$\frac{F_2}{(1 + \lambda)^2}$	$\frac{F_2 F_1^2 G_{21}}{A^4 [G_{21} + (A - 1)G_{11}] \times [F_1 + (A - 1)(F_1 - 1)]^{-2}} \times$	При $\gamma = \frac{G_{11} G'_{21}}{G''_{11}} \ll 1$
$C_1$	$C_1$	$C_1$	$[C_1 + (A - 1)(1 + C_1)] \times [1 + (A - 1) \frac{G_{11}}{G_{21}}]$	

С учетом коррекции параметров из (4.33), (4.34) можно получить в режиме наивысшей чувствительности усилителя ( $N=N_m$ ):

$$D_{3 \text{ ЛООС}} = \frac{S_1}{N_m} \frac{(1 + \xi_0 + \lambda)^4}{\xi_0 [1 + \lambda + \xi_0 - F_1]^2 [F_2^{(2)}]^2}, \quad (4.57)$$

где  $S_1 = K_{r2}^2 G_{11} G_{21}^2 / 2kT\Delta F$ ;  $\lambda = \tilde{G}/G_{11}$ ;  $\xi_0 = 1/R_{г.о} G_{11}$ ;

$$D_{3 \text{ ЛООС}} = \frac{S_2}{N_m} \frac{(1 + \lambda + \xi_0)^4}{\xi_0 [(1 + \lambda + \xi_0)^2 - (1 + \lambda + \xi_0) C_1 + F_2]}, \quad (4.58)$$

где  $S_2 = \frac{K_{гз} G_{11} K_{12}}{2kT\Delta F B_0}$ .

Отнеся  $D_i$  ЛООС к  $D_i$  без учета ЛООС, определим величины выигрыша от использования обратной связи  $W = D_{i \text{ ЛООС}} / D_i$ .

$$\text{Так, } W_2 = \frac{(1 + \lambda + \xi_0)^4 (1 + \xi_0 - F_1)^2}{(1 + \xi_0)^4 (1 + \lambda + \xi_0 - F_1)^2},$$

$$W_3 = \frac{(1 + \lambda + \xi_0)^4 [(1 + \xi_0)^2 - (1 + \xi_0) C_1 + F_2]}{[(1 + \lambda + \xi_0)^2 - (1 + \lambda + \xi_0) C_1 + F_2] (1 + \xi_0)^4}.$$

Формулы (4.57), (4.58) позволяют проанализировать работу каскада при условии  $K_P = \text{const}$  ( $K_u = \text{const}$ ). Для этого надо при варьировании глубины ЛООС и  $\xi$  изменять  $K_{12}$  и уточнять НДП, соответствующие этим условиям.

На рис. 4.18 приведены зависимости  $D_i = f(N)$  в функции различных глубин ЛООС при  $K_u = \text{const}$  для транзистора ГТ313А ( $I_K = 1 \text{ мА}$ ).

В случае УП с высокоомным входом можно получить простые выражения, связывающие  $D_i$  с ЛООС и без нее. Благодаря параллельной ЛООС на входе УП действует

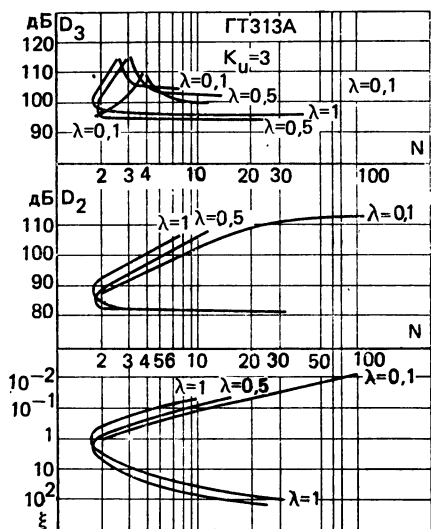


Рис. 4.18. Характеристики динамического диапазона и коэффициента шума усилительного каскада с параллельной обратной связью на транзисторе ГТ313А (ОЭ,  $U_K = -5 \text{ В}$ ,  $I_K = 1 \text{ мА}$ )

в первом приближении один эффект, расширяющий  $D_i$  — деление входного сигнала — в  $K_0 = R_{вх} / (R_{г.о} + R_{вх})$  раз, где  $R_{вх}$  в этом случае может быть найдено как  $R_{вх} \approx 1/\tilde{G}$ .

Так как в области незначительной нелинейности  $D_{2(3)} \div \varepsilon_m$  [см. (4.14) и (4.33), (4.34)], то с учетом последних соотношений и (4.36), (4.37) получаем, что

$$D_{2(3) \text{ ЛООС}} = [(R_r + R_{вх})/R_{вх}]^2 D_{2(3)},$$

где  $D_{2(3)} - D_i$  без ЛООС.

Из (4.59) окончательно имеем

$$D_{2(3) \text{ ЛООС}} = (1 + R_r \tilde{G})^2 D_{2(3)}.$$

Так, если  $\tilde{G} = 0,5/R_{г.о.}$ , то  $D_{2(3) \text{ ЛООС}} = 2,25 D_{2(3)}$  практически без ухудшения чувствительности усилителя.

Из анализа (4.57), (4.58) и характеристик, аналогичных рис. 4.18, следует:

1) в области практически реализуемых величин  $\lambda$  рассматриваемый вид связи практически не ухудшает коэффициента шума усилителя;

2) введение параллельной ЛООС дает выигрыш в  $D_i$ , величина которого возрастает при уменьшении  $\xi$ ;

3) при наличии «нулевой точки» без ЛООС ее положение смещается в область меньших  $\xi$ ;

4) при отсутствии «нулевой точки» введение параллельной ЛООС не приводит к ее появлению.

#### 4.4.3. ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНАЯ ЛООС ПО ТОКУ

В соответствии с 2.4.1 можно привести последовательное соединение четырехполюсника и цепи обратной связи  $\tilde{Z}$  (рис. 4.19) к эквивалентному четырехполюснику

$$\|Z_{ik\tilde{z}}\| = \|Z_{ik}\| + \|\tilde{Z}\|,$$

где  $\|\tilde{Z}\|$  — матрица нелинейного сопротивления соответствующего порядка (2.33):  $\tilde{Z}$ ,  $\tilde{Z}'$ ,  $\tilde{Z}''$  и т. д. Тогда для расчета нелинейных характеристик схемы рис. 4.19 можно использовать выражения (4.20), где вместо  $Z_{ik}$  следует подставлять  $Z_{ik\tilde{z}}$ .

Возможно, однако, использование для единообразия матрицы системы  $Y$ -параметров. Допустим для упрощения анализа, что величина  $K_{12}$  невелика и не оказывает заметного влияния на НДП, а тракт имеет нелинейность резистивного характера.

Тогда из всех нелинейных статических параметров необходимо определить только параметры вида  $G^{(b)}_{21}$  и  $G^{(b)}_{11}$ . Для нахождения

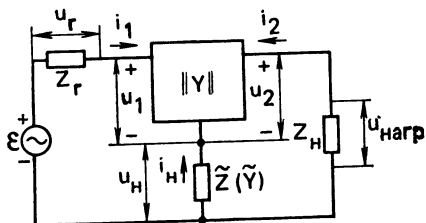


Рис. 4.19. Структурная схема усилителя с последовательной обратной связью по току

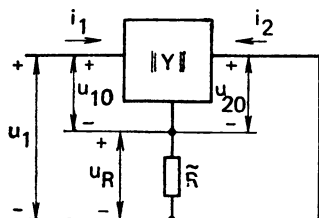


Рис. 4.20. К определению нелинейных параметров четырехполюсника вида  $G^{(l)21}$  и  $G^{(l)11}$ .

ния этих параметров воспользуемся методом приведения к эквивалентному нелинейному четырехполюснику [12].

Из (2.45) видно, что  $G^{(l)21}$  и  $G^{(l)11}$  определяются как ядра функциональной зависимости, связывающей входное напряжение с токами  $i_2$  и  $i_1$  соответственно при коротком замыкании на выходе четырехполюсника.

Схема, отражающая это определение, приведена на рис. 4.20. Используя методу 2.3.3, найдем  $G^{(l)21}$  и  $G^{(l)11}$ .

Система уравнений:

$$\begin{aligned} u_1 &= \varepsilon, & u_1 &= u_{10} + iR, \\ i_1 &= f_1(u_{10}, u_{20}), & u_{20} &= -u_R, \\ i_2 &= f_2(u_{10}, u_{20}), & u_R &= (i_1 + i_2)R. \end{aligned}$$

Для ядра 1-го порядка

$$\left. \begin{aligned} K_{u1} &= 1, \\ K_{i1} &= G_{11} K_{u10}, \\ K_{i2} &= G_{21} K_{u10} + G_{22} K_{u20}, \\ K_{u1} &= K_{u10} + K_{iR} R, \\ K_{u20} &= -K_{iR} R, \\ K_{uR} &= (K_{i1} + K_{i2}) R. \end{aligned} \right\} \quad (4.59)$$

Для ядер высших порядков

$$\left. \begin{aligned} K_{u1} &= 0, \\ K_{ii} &= G_{11} K_{u10} + f_1, \\ K_{i2} &= G_{21} K_{u10} + f_2, \\ K_{u1} &= K_{u10} + K_{iR} R, \\ K_{u20} &= -K_{iR} R, \\ K_{uR} &= (K_{i1} + K_{i2}) R, \end{aligned} \right\} \quad (4.60)$$

где  $f_1(f_2) = \gamma_9(\gamma_{10})$  для ядра 2-го порядка;  $f_1(f_2) = \beta_9(\beta_{10})$  для ядра 3-го порядка (см. табл. 2.3).

Решая системы (4.59) и (4.60) относительно соответствующих ядер  $l$ -х порядков  $K^{(l)}$  для случая малого  $K_{12}$ , получаем:

$$\left. \begin{aligned} G_{11} &= K_{i1(1)} = \frac{G_{11}}{1 + \tilde{R}(G_{21} + G_{11})}, & G_{21} &= K_{i2(1)} = \frac{G_{21}}{1 + \tilde{R}(G_{21} + G_{11})}, \\ G'_{11} &= K_{i1(2)} = \frac{G'_{11}}{A^3} \left[ 1 + \tilde{R} G_{21} \left( 1 - \frac{1}{\alpha G_{21}} \right) \right], \\ G'_{21} &= K_{i2(2)} = \frac{G'_{21}}{A^3} [1 + \tilde{R} G_{11} (1 - \alpha G_{21})], \\ G''_{11} &= K_{i1(3)} = \frac{G''_{11}}{A^4} \left[ 1 + \tilde{R} G_{21} \left( 1 - \frac{1}{\beta G_{21}} \right) + \frac{2 \tilde{R} \gamma (G'_{11} + G'_{21})}{A} \right], \\ G''_{21} &= K_{i2(3)} = \frac{G''_{21}}{A^4} \left[ 1 + \tilde{R} G_{11} (1 - \beta G_{21}) - \frac{2 \tilde{R} \lambda (G'_{11} + G'_{21})}{A} \right], \end{aligned} \right\} \quad (4.61)$$

где  $A = 1 + \tilde{R}(G_{21} + G_{11}) \approx 1 + \tilde{R}G_{21}$ ;  $\alpha = G'_{11}/G'_{21} G_{11}$ ;  $\beta = G''_{11}/G''_{21} G_{11}$ ;  
 $\gamma = G'_{21} G_{11}/G''_{11}$ ;  $\lambda = G'_{11}/G'_{21}$ .

В табл. 4.8 приведены полученные из (4.61) упрощенные выражения для определения эквивалентных НДП с учетом последовательной ЛООС. Из этих выражений следует, что ЛООС оказывает заметное влияние на все НДП, при этом это влияние тем больше, чем больше величина глубины связи  $A$ .

Для расчетов  $D_i$  необходимо определить зависимость коэффициента шума  $N(\xi)$  — см. (4.35). Характерной особенностью  $N$  тракта для этого вида ЛООС является его зависимость от глубины связи. В [61] выяснено, что минимальное при данной глубине связи значение  $N = \tilde{N}_m$  равно

$$\tilde{N}_m = \left[ 1 + \frac{N_m - 1}{2} \left( K + \frac{1}{K} \right) \right] K, \quad (4.62)$$

$$\text{где } K = 1 + \frac{A - 1}{G_{21} R_0} = 1 + \frac{\tilde{R}}{R_0}; \quad A = 1 + \tilde{R} G_{21}. \quad (4.63)$$

Используя (4.61), (4.62), (4.33), (4.34), нетрудно показать, что динамический диапазон по искажениям 2-го порядка в режиме согласования по шумам

$$\frac{\tilde{D}_{20}}{v_2} = \frac{(1 + \xi_0)^2 \tilde{G}_{11}}{\xi_0 \tilde{N}_m(\xi_0) \tilde{y}_2^2(\xi_0)},$$

$$\text{где } v_2 = \frac{K_{r2d}^2}{2kT\Delta F}; \quad y_2 = \frac{\tilde{A}_0 \tilde{\xi}_0}{(1 + \tilde{\xi}_0)^2} (1 + \tilde{\xi}_0 - \tilde{F}_1); \quad \tilde{G}_{11} = \frac{G_{11}}{A};$$

$$\left. \begin{aligned} \tilde{\xi}_0 &= \frac{A}{G_{11} R_0 \sqrt{\theta}}; \quad \theta = \frac{2x + (N_m - 1)(1 + x^2)}{N_m - 1}; \\ x &= \frac{A - 1}{G_{21} R_0}; \quad \tilde{N}_m(\xi_0) = 2 \sqrt{\alpha_s \beta_s - \gamma_s}; \\ \alpha_s &= \frac{N_m - 1}{2 R_0}; \quad \beta_s = \frac{R_0}{2} (N_m - 1) \theta; \quad \gamma_s = (N_m - 1)x + 1. \end{aligned} \right\} \quad (4.64)$$

Динамический диапазон по искажениям 3-го порядка в режиме согласования по шумам

$$\frac{\tilde{D}_{30}}{v_3} = \frac{(1 + \xi_0)^2 \tilde{G}_{11}}{\xi_0 \tilde{N}_m(\xi_0) \tilde{y}_3(\xi_0)},$$

$$\text{где } v_3 = \frac{K_{r3d}}{2kT\Delta F}; \quad \tilde{y}_3 = B_0 \frac{\tilde{\xi}_0^2}{(1 + \tilde{\xi}_0)^4} [(1 + \tilde{\xi}_0)^2 - (1 + \tilde{\xi}_0) \tilde{C}_1 + \tilde{F}_2].$$

Используя (4.36), (4.37) и (4.61), можно получить выражения для  $D_i$  в случае УП с высокоомным входом при удовлетворении

условию наивысшей чувствительности каскада  $N=N_m$

$$D_2(3) = \frac{v_2(3)}{\tilde{A}_0^2(\tilde{B}_0) \tilde{R}_r N(\tilde{R}_r)},$$

где  $\tilde{R}_r = R_0 \sqrt{\theta/A}$ ;  $\tilde{A}_0 = A_0/A^2$ ;  $\tilde{B}_0 = B_0/A^3$ ;

$$N(\tilde{R}_r) = \left[ 1 + \frac{N_m - 1}{2} \left( K + \frac{1}{K} \right) \right] \frac{G_{21} R_0 + A - 1}{G_{21} R_0};$$

$K, \theta$  определяются из (4.63), (4.64).

На рис. 4.21 представлены зависимости  $D_2=f(N)$  и  $D_3=f(N)$  в случае биполярных УП для различных значений глубины ЛООС.

Из изложенного и анализа приведенных выражений следует:

1. Последовательная ЛООС в целом более эффективна, чем параллельная, однако ее введение ухудшает чувствительность усилителя.

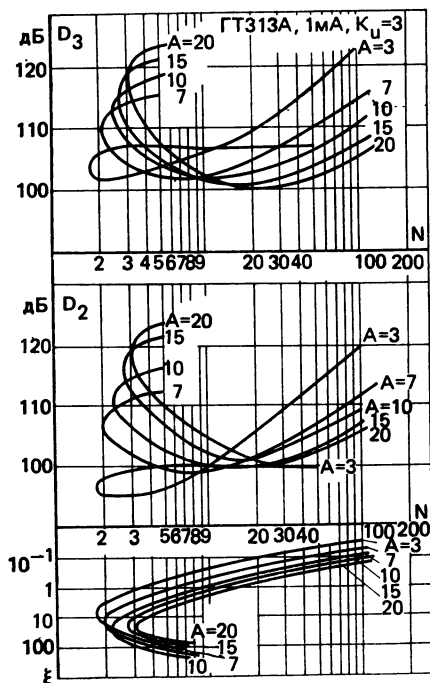


Рис. 4.21. Характеристики динамического диапазона и коэффициента шума усилительного каскада с последовательной обратной связью по току на транзисторе ГТ313А (ОЭ,  $U_K = -5$  В,  $I_K = 1$  мА)

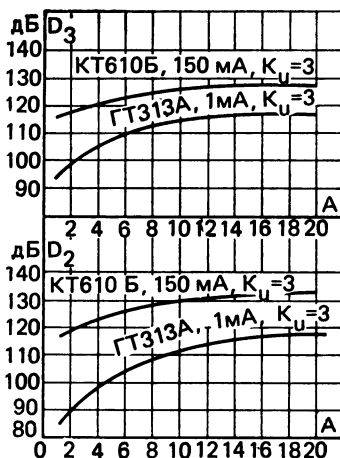


Рис. 4.22. Характеристики зависимости динамического диапазона усилительного каскада от глубины линейной отрицательной обратной связи по току

2. Эффективность последовательной ЛООС выше при использовании мощных транзисторов. Последнее объясняется возможностью уменьшить сопротивление  $\tilde{R}$  для выбранной величины глу-



бины связи  $A$ , что в свою очередь мало изменяет нижнюю границу  $D_i$ , обусловленную шумами. На рис. 4.22 приведены зависимости динамических диапазонов  $D_i$  в функции от глубины связи  $A$  в режиме наивысшей для данного  $A$  чувствительности ( $\bar{N}_M$ ).

3. Последовательная ЛООС может оказывать существенное влияние на положение «нулевых точек».

#### 4.4.4. ИСТОКОВЫЙ И КАТОДНЫЙ ПОВТОРИТЕЛИ

Принципиальная схема каскада приведена на рис. 4.23. Для УП с высокоомным входом и резистивным характером нелинейности в соответствии с (4.27)

$$y_2 = A_0, \quad y_3 = B_0.$$

Используя в первом приближении упрощенные матрицы  $\|Y\|$  для схемы с ОС (ОК), из (4.27), (4.53) и табл. 4.4 получаем:

$$y_2 = -\frac{G'_{21}}{G_{21}} (1 - K_{12})^2; \quad (4.65)$$

$$y_3 = -\frac{(1 - K_{12})^3}{G_{21}} \left[ G''_{21} + 2 \frac{(G'_{21})^2}{G_{21}} K_{12} \right], \quad (4.66)$$

где  $K_{12} = |u_2/u_1|$ .

Из (4.65), (4.66) следует:

1. Если коэффициент передачи повторителя стремится к своему предельному значению ( $K_{12} \rightarrow 1$ ), то  $y_2$  и  $y_3$  стремятся к нулю, причем «нулевые точки» для нелинейностей обоих порядков совпадают. Линеаризация схемы рис. 4.23 объясняется действием отрицательной обратной связи, эффективность которой возрастает по мере увеличения коэффициента передачи  $K_{12}$ . Требование предельно близких к единице  $K_{12}$  не противоречит общей тенденции в улучшении других характеристик повторителей.

2. Источковый и катодный повторители обладают замечательным свойством обеспечивать меньшие искажения при наибольшем возможном коэффициенте передачи. Это делает схему рис. 4.23 отличной от других возможных схем с ЛООС, где, как правило, малые нелинейные искажения соответствуют малым коэффициентам передачи.

Уточним матрицы  $\|Y\|$  УП в соответствии с (4.51), (4.52). Тогда:

$$y_2 = -\frac{G'_{21}}{G_{21}} [1 - 2K_{12}(1 + \epsilon_1) + K_{12}^2(1 + \epsilon_2)]; \quad (4.67)$$

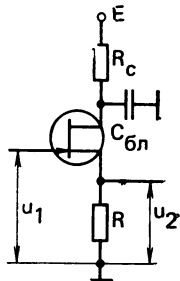


Рис. 4.23.  
Схема истокового повторителя

$$y_3 = -\frac{1}{G_{21}} \left\{ G_{21}'' [1 - 3K_{12}(1 + \varepsilon_3) + 3K_{12}^2(1 + \varepsilon_4) - K_{12}^3(1 + \varepsilon_5)] + \right. \\ \left. + 2K_{12} \frac{(G_{21}')^2}{G_{21}} [1 - 2K_{12}(1 + \varepsilon_1) + K_{12}^2(1 + \varepsilon_2)] [(1 + \varepsilon_1) - K_{12}(1 + \varepsilon_2)] \right\}, \quad (4.68)$$

где  $\varepsilon_1 = G_{cm2}/2G_{21}'$ ;  $\varepsilon_2 = (G_{22} + G_{cm2})/G_{21}'$ ;  $\varepsilon_3 = G_{cm2}'/3G_{21}''$ ;  
 $\varepsilon_4 = (2G_{cm2}' + G_{cm2}'')/3G_{21}''$ ;  $\varepsilon_5 = (G_{cm2}' + G_{cm2}'' + G_{22}')/G_{21}''$ .

Из (4.67) и (4.68) следует:

1. Уточнение модели УП приводит к появлению остаточных НИ для  $K_{12} \rightarrow 1$ . В этом случае:

$$y_{1(1)} = -\frac{G_{21}'}{G_{21}} (\varepsilon_2 - 2\varepsilon_1);$$

$$y_{3(1)} = -\frac{1}{G_{21}} \left\{ G_{21}'' [3(\varepsilon_4 - \varepsilon_3) - \varepsilon_5] + 2 \frac{(G_{21}')^2}{G_{21}} (\varepsilon_2 - 2\varepsilon_1)(\varepsilon_1 - \varepsilon_2) \right\}.$$

2. Возможные «нулевые точки» для нелинейностей разных порядков не совпадают, так как соответствуют решениям различных уравнений:  $y_2 = 0$ ,  $y_3 = 0$ .

3. Чем больше  $\varepsilon_i$ , тем значительней отличие повторителя по нелинейным свойствам от идеального случая ( $\varepsilon_i = 0$ ) и хуже его линейность, в особенности для  $K_{12}$ , близких к единице. Отметим, что неравенство нулю  $\varepsilon_i$  может привести к отсутствию «нулевых точек» в области больших величин  $K_{12}$ .

4. При малых  $\varepsilon_i$  и  $K_{12}$ , близких к единице, на величину  $y_i$  и, следовательно, НИ повторителя существенное влияние оказывает нестабильность параметров элементов схемы. Рассмотрим последние на примере простейшей модели повторителя, описываемой (4.65):  $y_2 = A(1 - K_{12})^2$ , где  $A = -G_{21}'/G_{21}$ .

Найдем статистические характеристики  $y_2$ : математическое ожидание  $M_{y2}$  и среднеквадратическое отклонение  $\Delta y_2$ .

В соответствии с [34]  $M_f$  функции  $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$  случайных аргументов  $x_1, x_2, \dots, x_n$  будет

$$M_f = f_0 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \alpha_{i2} D_{xi} + \sum_{i>j} \alpha_{ij} Z_{ij} \sqrt{D_{xi} D_{xj}}, \quad (4.69)$$

где  $f_0$  — номинальное значение  $f$ ;  $D_{xi}$  — дисперсия  $x_i$ ;  $Z_{ij}$  — коэффициенты корреляции случайных величин  $x_i$  и  $x_j$ ;  $\alpha_{i2} = [\partial^2 f / \partial x_i \partial x_i]_m$  — вторая производная, определенная при  $x_i = m_{x_i}$  (математическое ожидание  $x_i$ );  $\alpha_{ij} = [\partial^2 f / \partial x_i \partial x_j]_m$  — смешанная производная, определенная при тех же условиях.

## Величина дисперсии

$$D = \sum_{i=1}^n \alpha_{i1}^2 D_{xi}^2 + \sum_{i>j} \alpha_{i1} \alpha_{j1} Z_{ij} \sqrt{D_{xi} D_{xj}} + \sum_{i>j} \alpha_{ij}^2 D_{xi} D_{xj} + \sum_{i=1}^n \alpha_{j2}^2 \cdot 2D_{xi}^2. \quad (4.70)$$

Полагая, что половина поля допуска соответствующего параметра равна  $3\sigma_i$ , где  $\sigma_i^2 = D_i$ , из (4.70) нетрудно найти среднеквадратическое отклонение функции по известным абсолютным или относительным среднеквадратическим отклонениям величин  $x_i$ .

Определяя из (4.65) соответствующие производные

$$\partial y_2 / \partial K_{12} = -2A(1 - K_{12}), \quad \partial^2 y / \partial K_{12}^2 = 2A, \quad \partial^2 y / \partial K_{12} \partial A = -2(1 - K_{12}), \\ \partial y_2 / \partial A = (1 - K_{12})^2, \quad \partial^2 y / \partial A^2 = 0$$

и используя (4.69), получаем

$$M_{y_2} = A \left[ (1 - K_{12})^2 + \frac{1}{9} K_{12}^2 \delta K_{12}^2 - \frac{2}{9} (1 - K_{12}) Z_{ij} \delta K_{12} \delta A \right], \quad (4.71)$$

где  $\delta$  — половина поля допуска соответствующих относительных величин;  $Z_{ij}$  — коэффициент корреляции переменных  $K_{12}$  и  $A$ .

Из (4.71) следует, что если  $K_{12}$  отлично от 1, то  $M_{y_2} \approx A(1 - K_{12})^2$ , т. е. равно номинальному значению  $y_2(f_0)$ . Если, наоборот,  $K_{12}$  близко к 1, то  $M_{y_2} \neq f_0$ . Из формулы для дисперсии (4.70), пренебрегая членами высших порядков малости, получаем

$$D_{y_2} \approx \frac{A^2}{9} \left[ 4(1 - K_{12})^2 K_{12} \delta K_{12} + \frac{8}{9} K_{12}^4 \delta K_{12}^4 \right]. \quad (4.72)$$

Если  $K_{12}$  отличается от 1, то

$$D_{y_2} \approx \frac{4A^2}{9} (1 - K_{12})^2 \delta K_{12}^2;$$

если  $K_{12}$  близко к 1, то расчет  $D_{y_2}$  должен производиться по полной формуле (4.72), а квадрат половины поля допуска  $y_2$

$$\Delta_{y_2}^2 \approx A^2 \left[ 4(1 - K_{12})^2 \delta K_{12}^2 + \frac{8}{9} \delta K_{12}^4 \right]. \quad (4.73)$$

Из (4.71) и (4.73) следует, что чем больше коэффициент передачи  $K_{12} \rightarrow 1$  и выше стабильность определяющих  $y_2$  величин, тем выше линейность усилителя и повторяемость его нелинейных характеристик.

Следует иметь в виду, что указанные требования к точности параметров тракта с высокой линейностью носят общий характер (см. далее 6.5.2 и 6.5.4, где описан высоколинейный усилительный тракт, использующий другой принцип линеаризации).

#### 4.4.5. ИСТОКОВЫЙ ПОВТОРИТЕЛЬ С УЛУЧШЕННОЙ ЛИНЕЙНОСТЬЮ ПЕРЕДАТОЧНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ

Лучшую линейность, чем в схеме рис. 4.23, можно получить при создании в схеме повторителя дополнительной цепи, соединяющей сток и исток (рис. 4.24) и имеющей коэффициент передачи  $K = u_{\text{вых}}/u_R$ .

Для упрощения анализа предположим вначале, что звено с коэффициентом передачи  $K$  идеально, т. е. линейно и не шунтирует цепей, параллельно которым оно включено.

Система описывающих уравнений для схемы рис. 4.24:

$$e = u_1 + u_R, \quad i_2 = f(u_1, u_2), \quad i_2 R_H = u_2 + u_R,$$

$$u_R = i_2 R, \quad u_{\text{вых}} = K u_R.$$

В уравнении  $i_2 = f(u_1, u_2)$  не будем учитывать влияние  $G_{22}$ , так как наимыгоднейший режим работы схемы, как будет показано ниже, соответствует  $u_2 \rightarrow 0$ .

Система уравнений в операторной форме:  
для ядра 1-го порядка:

$$K u_1 + K u_R = 1, \quad K i_2 = G_{21} K u_1, \quad K i_2 R_H = K u_2 + K u_R,$$

$$K u_R = K i_2 R, \quad K u_{\text{вых}} = K K u_R;$$

для ядер высших порядков:

$$K u_1 + K u_R = 0, \quad K i_2 = G_{21} K u_1 + f, \quad K i_2 R_H = K u_2 + K u_R,$$

$$K u_R = K i_2 R, \quad K u_{\text{вых}} = K K u_R,$$

где  $f = \gamma_{10}$  для ядра 2-го порядка и  $f = \beta_{10}$  для ядра 3-го порядка (см. табл. 2.3).

Решая последовательно системы уравнений, приходим к выражению

$$K_2 \approx \frac{1}{D} \left\{ G'_{21} (1 - K_{12})^2 + G'_{22} \left[ \frac{G_{21} R}{1 + G_{21} R} (K - 1) \right]^2 R_H \right\}, \quad (4.74)$$

где  $D = G_{21} R / K_{12}$ .

Из (4.74) следует:

1. При  $K \rightarrow 1$  параметр  $G'_{22}$  не оказывает влияния на нелинейные свойства схемы рис. 4.24, которая описывается подобно (4.65).

Можно показать, что это утверждение справедливо для ядра 3-го порядка

в отношении  $G'_{22}$ , а также если учесть более точную модель УП. Объясняется это явление тем, что для случая  $K=1$  точки стока (С) и истока (И) на рис. 4.24 становятся эквипотенциальными и нелинейные свойства выходных и проходных параметров УП не проявляются.

2. Из-за невозможности строгого удовлетворения условию  $K=1$  возникают остаточные НИ.

Можно показать, что нелинейность звена  $K$  ухудшает нелинейные свойства тракта и не позволяет полностью реализовать достоинства схемы. Однако следует иметь в виду, что схеме 4.24 свойственна не критичность к некоторым нелинейным параметрам звена  $K$ . Так, если вся его нелинейность сосредоточена в основном во входной цепи и может быть в

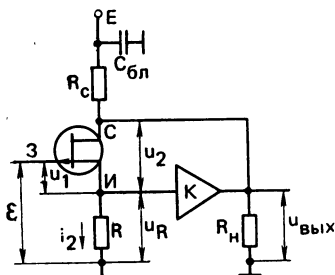


Рис. 4.24. Схема истокового повторителя с улучшенной линейностью передаточной характеристики

первом приближении представлена нелинейным резистором с матрицей  $\|Y\|$ , то соответствующие составляющие этой матрицы можно отнести к составляющим  $\|Y_{22}\|$ . Тогда условие  $K \rightarrow 1$  нейтрализует действие нелинейности звена  $K$ . Из (4.74) можно определить

$$M_{K2} \approx B \left\{ (1 - K_{12})^2 + \varepsilon (K - 1)^2 + \frac{1}{9} (K_{12}^2 + K^2 \varepsilon) \delta^2 \right\},$$

$$\Delta_{K2}^2 \approx B^2 \{ 4 (1 - K_{12})^2 + 4 \varepsilon^2 (K - 1)^2 - 2 (1 - K_{12}) (K - 1)^2 \varepsilon \} \delta^2,$$

где  $B = G_{21} R_H / D$ ;  $\varepsilon = G_{21} R G_{22}' / (1 + G_{21} R) G_{21}'$ ;  $\delta_K = \delta_{K12} = \delta$ .

Из последних выражений следует, что для повышения линейности схемы повторителя (см. рис. 4.24) необходимо повышать стабильность передач  $K$  и  $K_{12}$ , приближая последние величины к единице. Возможен «размен» величин  $K$  и  $K_{12}$ , а также  $\delta_{K12}$  и  $\delta_K$ , обеспечивающий заданные значения  $M_{K2}$  и  $\Delta_{K2}^2$ . Это позволяет компромиссным способом задавать требования к параметрам элементов схемы.

#### 4.4.6. ЭМИТТЕРНЫЙ ПОВТОРИТЕЛЬ

Так как описание УП в этом случае сложнее, чем в случае истокового повторителя [см. (4.49), (4.50)], то получение простых расчетных выражений затруднительно. Точный анализ эмиттерных повторителей возможен в соответствии с методом, описанным в 2.3.3. Некоторые качественные способы повышения линейности эмиттерного повторителя следуют из анализа обобщенных параметров  $F_1^{(i)}$  и  $F_2^{(i)}$ , содержащих все нелинейные параметры матриц УП 2-го и 3-го порядков.

Используя (4.49), (4.50) и табл. 4.4, можно получить

$$\left. \begin{aligned} F_1^{(2)} &= G_{11}' (1 - K_{12})^2, & F_1^{(3)} &= G_{11}'' (1 - K_{12})^3, \\ F_2^{(2)} &= -(G_{21}' + G_{11}') [1 + 2 K_{12} (1 + \varepsilon_1') + K_{12}^2 (1 + \varepsilon_2')], \\ F_2^{(3)} &= -(G_{21}'' + G_{11}'') [1 - 3 K_{12} (1 + \varepsilon_3') + 3 K_{12}^2 (1 + \varepsilon_4') - K_{12}^3 (1 + \varepsilon_5')], \end{aligned} \right\} \quad (4.75)$$

$$\text{где } \varepsilon_1' = \frac{G_{cm2}}{2 (G_{21}' + G_{11}')} ; \quad \varepsilon_2' = \frac{G_{22}' + G_{cm2}}{G_{21}' + G_{11}'} ; \quad \varepsilon_3' = \frac{G_{cm2}}{3 (G_{21}'' + G_{11}'')} ;$$

$$\varepsilon_4' = \frac{2 G_{cm2}' + G_{cm2}''}{3 (G_{21}' + G_{11}')} ; \quad \varepsilon_5' = \frac{G_{cm2} + G_{cm2}'' + G_{22}''}{G_{21}'' + G_{11}''}.$$

С уменьшением  $\varepsilon_i$  и  $K_{12} \rightarrow 1$  линейность повторителя возрастает (4.75). Для уменьшения влияния  $\varepsilon_i$  в эмиттерных повторителях возможно использование принципов и схем, аналогичных рис. 4.24.

#### 4.4.7. ДРУГИЕ МЕТОДЫ УМЕНЬШЕНИЯ НИ В УСИЛИТЕЛЬНЫХ КАСКАДАХ

В гл. 6 будут рассмотрены структурные методы, реализуемые не только в усилительных трактах, но и в отдельных каскадах. Там же приведены сведения о двухтактных усилителях, находящихся в настоящее время широкого применения не только в технике низкочастотного, но и высокочастотного усиления сигналов [62].

Сущность методов нелинейной коррекции искажений заключается в том, что в схему усилителя (рис. 4.25а) или обратной связи (рис. 4.25б) включаются нелинейные цепи со специальным образом подобранными амплитудными характеристиками. Первый метод называется методом прямой нелинейной коррекции, второй — методом нелинейной обратной связи.

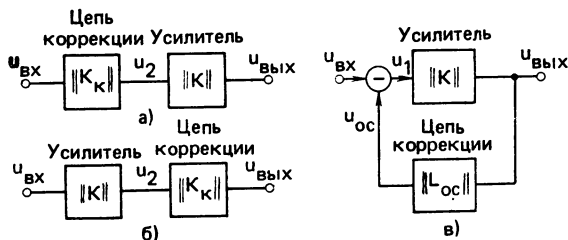


Рис. 4.25. Структурные схемы усилителей с нелинейной коррекцией НИ:  
а — прямая коррекция; б — с нелинейной обратной связью

Отсылая интересующегося читателя к работам [12, 100, 103], отметим лишь основные практические особенности методов нелинейной коррекции искажений:

1. Нелинейная коррекция позволяет разделить эффекты уменьшения искажений от эффекта уменьшения усиления, что характерно, например, для ЛООС.

2. Нелинейная коррекция позволит расширить динамический диапазон в области незначительной нелинейности тракта без заметного уменьшения усиления и ухудшения чувствительности усилителя.

3. Эффективность линеаризации для нелинейной коррекции зависит от точности выполнения и стабильности характеристик тракта и цепей коррекции. Поэтому эти методы особенно эффективны в устройствах высокой точности.

4. Для повышения точности и стабильности элементов следует использовать ЛООС, специальные методы термостабилизации корректоров на основе полупроводниковых диодов и т. д. [12].

5. Нелинейная коррекция менее эффективна в трактах, содержащих инерционные элементы, и требует использования методов частотной коррекции [5, 12].

6. Нелинейная коррекция с высокой эффективностью может быть реализована в настоящее время за счет усложнения тракта, повышения требований к компонентной базе, использования принципов, затруднительных к реализации в дискретном исполнении (требование идентичности элементов), и т. д.

В заключение отметим, что комбинация различных, описанных в § 4.4, методов уменьшения НИ и расширения динамического диапазона является наиболее перспективным направлением в современной усилительной технике, так как позволяет использовать их достоинства. Например, возможны одновременное применение ЛООС, двухтактных схем, выбор наиболее выгодных нагрузочных сопротивлений каскада и т. д. Практические схемы усилителей с малыми НИ, использующие различные методы, приведены в § 5.4 и 6.5.

#### 4.5. Влияние нелинейности комплексного характера в усилительном каскаде

Инерционные свойства усилительного каскада в общем случае обусловлены комплексностью параметров моделей УП, содержащих линейные и нелинейные реактивные элементы (см. § 2.4), а также комплексностью цепей источника сигнала, нагрузки, ЛООС и т. д. Поэтому критерии НИ зависят от вида и частоты входных воздействий в той области частот, где проявляются инерционные свойства каскада. В общем случае поведение усилительного каскада с учетом его нелинейно-инерционных свойств в области несущей частоты нелинейности можно исследовать, пользуясь методами, подробно описанными в гл. 2. Требуемые для исследования характеристики матриц параметров типовых УП были рассмотрены ранее в § 2.4. На рис. 4.26 приведены характеристики модуля

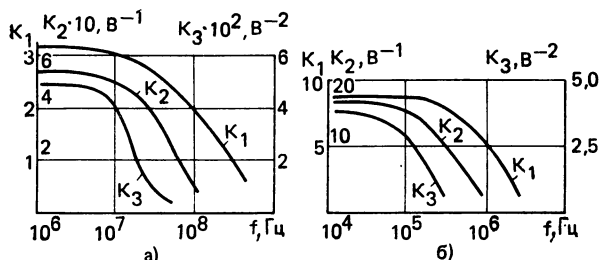


Рис. 4.26. Частотные характеристики модуля ядер трех порядков передаточной характеристики каскадов на транзисторах: а — ГТ313 (ОЭ); б — КП103Л (ОИ)

ядер трех порядков  $K_i$  передаточной характеристики по напряжению для широкополосных усилительных каскадов различных видов в случае гармонического воздействия  $\varepsilon = U_m \cos \omega t$ : а — биполярный транзистор типа ГТ313,  $I_R = 1$  мА,  $R_r = 100$  Ом, нагрузка в виде параллельного соединения  $R = 0,1$  кОм и  $C = 7$  пФ; б — полевой транзистор типа КП103Л,  $R = 15$  кОм,  $C = 20$  пФ, параметры моделей УП и расчетные выражения даны в [12].

Однако анализ частотных свойств усилительных каскадов с комплексной нелинейностью можно привести не только для частных случаев, но и для типовых усилительных структур рис. 4.1. Ниже получены идентифицированные передаточные характеристики для каскадов на основе нелинейных двухполюсников, четырехполюсников, структур с ЛООС, а также определены частотные характеристики ряда критериев НИ и комплексного коэффициента передачи усилительных каскадов, зависящего от величины входного воздействия.

#### 4.5.1. ЧАСТОТНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ КРИТЕРИЕВ НИ КАСКАДА С ДВУХПОЛЮСНЫМИ УСИЛИТЕЛЬНЫМИ ЭЛЕМЕНТАМИ

Рассмотрим одну из типовых структур усилителей этого типа (рис. 4.3а). Допустим, что модели  $y_r$ ,  $y_n$  и нелинейного элемента могут быть представлены соединением  $RC$ -цепей (рис. 4.27). Тогда в соответствии с выражениями, полученными в 4.2.1,

$$K_u(p_1, p_2) = - \frac{G' + [(p_1 + p_2)/2] \xi_1}{[S_0]_{(p_1+p_2)} [D]_{(p_1)} [D]_{(p_2)}},$$

где  $S_0 = G + j\omega C$ ;  $G = G_r + G_n + G$ ;  $C = C_r + C_n + C$ ;

$C(u) = C + \xi_1 u + \xi_2 u^2$ ;  $i = Gu + G'u^2 + G''u^3$ .

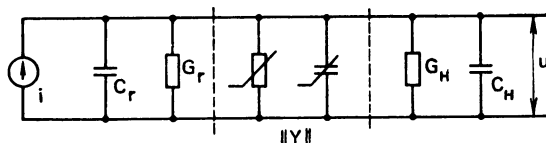


Рис. 4.27. Схема усилительного каскада с двухполусным элементом, учитывающая комплексный характер их проводимостей

Вводя обозначения  $\tau = C/G$ ,  $\tau_1 = \xi_1/G$ ,  $K_2 = -G'/G^2$  — низкочастотное значение  $K(p_1, p_2)$ , находим

$$K_u(p_1, p_2) = K_2 \frac{1 + [(p_1 + p_2)/2] \tau_1}{(1 + p_1 \tau)(1 + p_2 \tau)[1 + (p_1 + p_2) \tau]}. \quad (4.76)$$

Аналогично для ядра 3-го порядка

$$K_u(p_1, p_2, p_3) = K_3 \frac{1 + [(p_1 + p_2 + p_3)/3] \tau_2}{(1 + p_1 \tau)(1 + p_2 \tau)(1 + p_3 \tau)[1 + (p_1 + p_2 + p_3) \tau]} - \\ - 2G' \left\{ 1 + \frac{(p_1 + p_2 + p_3) \tau_1}{G[1 + (p_1 + p_2 + p_3) \tau]} \right\} \frac{K_u(p_2, p_3)}{[S_0]_{(p_1)}}, \quad (4.77)$$

где  $\tau_2 = \xi_2/G^2$ ;  $K_3 = -G''/G^3$ .

Симметризация произведений  $K_u(p_2, p_3)/[S_0]_{(p_1)}$  может быть выполнена следующим образом:

$$\frac{K_u(p_2, p_3)}{[S_0]_{(p_1)}} \rightarrow \frac{1}{3} \left[ \frac{K_u(p_2, p_3)}{[S_0]_{(p_1)}} + \frac{K_u(p_1, p_2)}{[S_0]_{p_3}} + \frac{K_u(p_1, p_3)}{[S_0]_{(p_2)}} \right] = \\ = \frac{1}{3} \left[ \frac{K_u(p_2, p_3)}{1 + p_1 \tau} + \frac{K_u(p_1, p_2)}{1 + p_3 \tau} + \frac{K_u(p_1, p_3)}{1 + p_2 \tau} \right].$$

Ранее в 4.2.1 было получено выражение для  $K_u(p)$ :

$$K_u(p) = 1/[S]_{(p)}, \quad \text{или} \quad K_u(p) = K_1/(1 + p \tau),$$

где  $K_1 = 1/G$ .

Полученные выражения (4.76), (4.77) описывают в общем виде передаточную характеристику каскада на рис. 4.3а с учетом нелинейности комплексного характера с точностью до трех членов. Параметры  $K_1$ ,  $K_2$ ,  $K_3$ ,  $\tau$ ,  $\tau_1$ ,  $\tau_2$  являются параметрами описания, причем первые три из них — в области низ-



ких частот, когда инерцией тракта можно пренебречь. Используя приведенные выше выражения, легко вычислить частотные характеристики любого из критериев НИ.

Например, для  $K_{r2}$ :

$$K_{r2} = \frac{1}{2} U_m \frac{|K_u(j\omega, j\omega)|}{|K_u(j\omega)|} = K_{r0} \frac{|1 + j\omega\tau_1|}{|1 + 2j\omega\tau|},$$

где  $K_{r0}$  — низкочастотное значение  $K_{r2}$  ( $K_{r0} = 0,5U_m K_2/K_1$ ); для  $K_{11}$

$$K_{11} = K_{110} \frac{\left[1 + j \frac{\omega_1 \pm \omega_2}{2} \tau_1\right] (1 + j\omega_c \tau)}{(1 + j\omega_1 \tau) (1 \pm j\omega_2 \tau) [1 + j(\omega_1 \pm \omega_2) \tau]} \text{ и т. д.}$$

#### 4.5.2. ИДЕНТИФИКАЦИЯ ЧАСТОТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК КРИТЕРИЕВ НИ КАСКАДА НА ОСНОВЕ ЧЕТЫРЕХПОЛЮСНЫХ УСИЛИТЕЛЬНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

Идентификация частотных характеристик каскада (рис. 4.1а) с использованием полных матриц УП  $\|Y\|$  или  $\|Z\|$  требует большого числа параметров. С целью упрощения предположим, что, во-первых, параметры УП в рабочей области частот имеют резистивный характер (используется прибор с большой граничной частотой, существенно превышающей рабочие частоты усилителя) и, во-вторых, нелинейные свойства УП учтем с помощью параметров вида  $G^{(1)}_{11}$  и  $G^{(1)}_{21}$ , полагая, что влиянием других параметров можно пренебречь. Практически это соответствует малым величинам коэффициента передачи  $K_{12} = u_2/u_1$ .

Тогда из (4.19) для ядра 2-го порядка нетрудно получить

$$K_{u2}(p_1, p_2) = K_{u1}(p_1) K_{u1}(p_2) K_{12}(p_1 + p_2) \left[ \frac{G'_{21}}{G_{21}} - G'_{11} K_{u1}(p_1 + p_2) Z_r(p_1 + p_2) \right]. \quad (4.78)$$

Если в УП преобладает нелинейность проходной характеристики  $i_2 = f(u_1, u_2)$  — случай полевого транзистора и электронной лампы, то

$$K_{u2}(p_1, p_2)_I = K_{u1}(p_1) K_{u1}(p_2) K_{12}(p_1 + p_2) \frac{G'_{21}}{G_{21}}.$$

Представим  $K_{u1}(p) = K_{u10} F_1(p)$ ,  $K_{12}(p) = K_{120} F_2(p)$ , где  $F_i(p)$  — известные линейные передаточные характеристики, и обозначим  $y_{20} = G'_{21}/G_{21}$  — низкочастотное значение параметра относительной нелинейности  $y_2$ . Тогда

$$K_{u2}(p_1, p_2)_I = K_{2I} F_1(p_1) F_1(p_2) F_2(p_1 + p_2),$$

где  $K_{2I} = K^3_{u10} G'_{21}/G_{21}$  — значение ядра в области резистивной нелинейности.

Если в УП преобладает нелинейность входной характеристики, то, представив  $Z_r = R_r T(p)$ , где  $T(p)$  — известная линейная функция, из (4.19) получаем

$$\begin{aligned} K_{u2}(p_1, p_2)_{II} &= -G'_{11} K_{u1}(p_1) K_{u1}(p_2) K_{u2}(p_1 + p_2) K_{u1}(p_1 + p_2) Z_r(p_1 + p_2) = \\ &= K_{2II} F_1(p_1) F_1(p_2) F_2^2(p_1 + p_2) T(p_1 + p_2), \end{aligned}$$

где  $K_{2II} = -K^4_{u10} R_r G'_{11} K_{120}$  — значение ядра в области резистивной нелинейности.

Если оба члена в (4.78) соизмеримы, то

$$K_{u2}(p_1, p_2) = K_{u2}(p_1, p_2)_I + K_{u2}(p_1, p_2)_{II}.$$

Ранее в 4.3.1 было получено выражение для линейной передачи каскада в случае малого влияния внутренней обратной связи в УП

$$K_{u2}(p) = K_{u1}(p) K_{12}(p) = K_2 F_1(p) F_2(p),$$

где  $K_1 = K_{u10} K_{120}$  — значение ядра в области резистивной нелинейности.

Аналогичным способом можно получить идентифицированную характеристику для ядра 3-го порядка.

Ниже приведены вычисленные частотные характеристики для некоторых типовых  $F_1(p)$  и  $F_2(p)$  широкополосных усилителей.

Пусть, например,  $Z_r = R_r$ ,  $F_2(p) = 1/(1 + p\tau)$ .

$$\text{Тогда } K_{u2}(p_1, p_2) = \frac{K_{20}}{1 + (p_1 + p_2)\tau}, \quad K_{u2}(p) = \frac{K_1}{1 + p\tau},$$

где  $K_{20} = K_{2I} + K_{2II}$ .

Частотные характеристики  $K_{r2}$  и  $K_{11}$  имеют вид:

$$K_{r2} = K_{r20} \frac{1 + j\omega\tau}{1 + 2j\omega\tau}, \quad K_{11} = K_{110} \frac{1 + j\omega_c\tau}{1 + j(\omega_1 \pm \omega_2)\tau},$$

где  $K_{r20}$  и  $K_{110}$  — значения соответствующих критериев в области резистивной нелинейности.

Из изложенного следует:

1. Частотные зависимости нелинейных критериев определяются как нелинейными, так и линейными параметрами каскада, причем в простейших случаях эту зависимость можно выразить через значения критериев в области резистивной нелинейности и некоторые частотные характеристики, вид которых определен выше.

2. Частотные характеристики нелинейных критериев усилительных каскадов могут изменяться интенсивней коэффициента линейной передачи (АЧХ тракта). Так, если для усилителя с двухполосным УП  $\tau_1 = 0$ , то граничная частота, определенная по уровню  $1/\sqrt{2}$ , равна:

для  $K(j\omega)$   $\omega'_{rp} = 1/\tau$ ; для  $K(j\omega, j\omega)$   $\omega''_{rp} = 0,42/\tau$  и т. д.; для усилителя с четырехполосным УП  $\omega'_{rp} = 1/\tau$ ,  $\omega''_{rp} = 0,5/\tau$  и т. д.

Последнее обстоятельство объясняется тем, что образующиеся в усилительных устройствах колебания могут лежать в области более высоких частот, чем колебания воздействий. Поэтому для нелинейных процессов инерционные свойства каскада проявляются на более низких частотах входного воздействия. Эта закономерность иллюстрируется также характеристиками на рис. 4.26, построенными для моделей УП, содержащих инерционные элементы.

#### 4.5.3. КАСКАДЫ С ЛООС

Выясним, как влияет ЛООС на частотные характеристики нелинейных критериев исходного усилительного каскада, вид которых задан.

Для получения некоторых общих результатов рассмотрим простейшую каноническую структуру с ЛООС (рис. 4.16).

Используя (4.54),

$$K_{u2}(p_1, p_2)_{\text{ЛОС}} = \frac{K_{u2}(p_1, p_2)}{[A]_{(p_1+p_2)} [A]_{(p_1)} [A]_{(p_2)}}, \quad K_{u2}(p) = \frac{1}{[A]_{(p)}}, \quad (4.79)$$

где  $A = 1 + KL$ , и полагая, что на частотах, где инерция не сказывается, усиление каскада увеличивается в  $A_0$  раз, из (4.79) получаем

$$K_{r2} \text{ ЛООС} = \frac{K_{r2}}{|A(2j\omega)| \cdot |y_A(j\omega)|},$$

где  $|y_A(j\omega)| = |A(j\omega)|/A_0$  — нормированная АЧХ цепи  $[1 + KL](j\omega)$ ;  $K_{г2}$  — значение коэффициента гармоник без ЛООС.

Аналогично нетрудно показать, что

$$K_{г3 \text{ ЛООС}} = \frac{\gamma K_{г3}}{|A(3j\omega)| \cdot |y_A(j\omega)|^2},$$

$$\text{где } \gamma = 1 - \frac{2K_{u2}(j\omega, 2j\omega)K_{u2}(j\omega, j\omega)}{K_{u2}(2j\omega)K_{u2}(j\omega, j\omega, j\omega)}.$$

Если нелинейный параметр 2-го порядка мал, то

$$K_{г3 \text{ ЛООС}} = \frac{K_{г3}}{|A(3j\omega)| \cdot |y_A(j\omega)|^2}.$$

Из изложенного следует:

1. Введение ЛООС изменяет вид частотной характеристики  $K_{г2}(K_{г3})$  в соответствии с коэффициентом петлевой передачи цепи ЛООС как на частотах воздействия, так и на частотах гармоник  $2\omega, 3\omega$ .

2. Хотя введение ЛООС в целом уменьшает  $K_{г2}(K_{г3})$ , однако неравномерность частотной характеристики соответствующего коэффициента в области нелинейности комплексного характера может оказываться больше, чем в случае собственно усилителя. Последнее обстоятельство необходимо учитывать при нормировании соответствующих критериев НИ усилителей с ЛООС.

#### 4.5.4. ВЛИЯНИЕ АМПЛИТУДЫ СИГНАЛА НА АЧХ И ФЧХ УСИЛИТЕЛЬНОГО КАСКАДА С НЕЛИНЕЙНОСТЬЮ КОМПЛЕКСНОГО ХАРАКТЕРА

Рассмотрим усилительный каскад (рис. 4.28), нагрузкой которого служит колебательный контур с нелинейной емкостью  $C(u) = C_0 + \xi_1 u + \xi_2 u^2$ . Для упрощения анализа допустим, что матрица нелинейных параметров УП имеет лишь ненулевые вещественные значения элементов вида  $G^{(i)}_{21}$ .

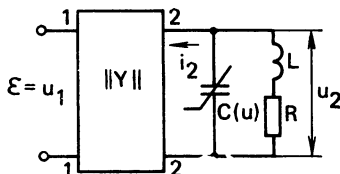


Рис. 4.28. Эквивалентная схема резонансного усилительного каскада, содержащего нелинейную емкость

Обозначим ядра матрицы нелинейного нагрузочного контура  $Y_k, Y'_k, Y''_k$ , где  $Y_k$  — полная линейная проводимость контура с учетом шунтирующего действия УП;

$$Y'_k = \frac{p_1 + p_2}{2} \xi_1; \quad Y''_k = \frac{p_1 + p_2 + p_3}{3} \xi_2.$$

Относя элементы матрицы нагрузки к УП, получаем выражения для матриц УП:

$$\left\| \begin{matrix} 0 & 0 \\ G_{21} & Y_k \end{matrix} \right\|_{(p_1)}, \quad \left\| \begin{matrix} 0 & 0 & 0 \\ G'_{21} & 0 & Y'_k \end{matrix} \right\|_{(p_1, p_2)}, \quad \left\| \begin{matrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ G''_{21} & 0 & 0 & Y''_k \end{matrix} \right\|_{(p_1, p_2, p_3)}.$$

Найдем ядра 1-го и 3-го порядков передаточной характеристики каскада  $u_2 = f(u_1)$ . Пользуясь (4.19), можно получить

$$K u_2(p_1, p_2, p_3) = -Z_K(p_1 + p_2 + p_3) \left\{ G_{21}'' + \frac{p_1 + p_2 + p_3}{3} \xi_2 K_{12}(p_1) K_{12}(p_2) \times \right. \\ \times K_{12}(p_3) + \frac{p_1 + p_2 + p_3}{3} \xi_2 [K_{12}(p_1) K_{u_2}(p_2, p_3) + K_{12}(p_2) K_{u_2}(p_1, p_3) + \\ \left. + K_{12}(p_3) K_{u_2}(p_1, p_2)] \right\}. \quad (4.80)$$

В последнем выражении выполнена симметризация произведения  $K_{12}(p_1) K_{12}(p_2, p_3)$ ;  $K_{12} = u_2/u_1$  — частотно-зависимый линейный коэффициент усиления каскада;  $Z_K = 1/Y_K$ .

Выражение  $K_{u_2}(p_1, p_2)$  соответствует

$$K_{u_2}(p_1, p_2) = -Z_K(p_1 + p_2) \left[ G_{21}' + \frac{p_1 + p_2}{2} \xi_1 K_{12}(p_1) K_{12}(p_2) \right]. \quad (4.81)$$

Пользуясь табл. 2.2, найдем комплексный коэффициент передачи первой гармоники для входного воздействия  $u_1 = U_m \cos \omega t$ :

$$K(j\omega) = K_{12}(j\omega) + \frac{3}{4} K(j\omega, j\omega, -j\omega) U_m^2. \quad (4.82)$$

Из (4.80)–(4.82) следует, что в случае высокоизбирательных контуров, когда  $Z_K(0) \approx 0$  и  $Z_K(2j\omega) \approx 0$ , параметры 2-го порядка  $G_{21}'$  и  $\xi_2$  не оказывают влияния на  $K(j\omega)$ . Тогда окончательно получаем

$$K(j\omega) = K_{12}(j\omega) - \frac{3}{4} U_m^2 \{ Z_K(j\omega) [G_{21}'' + j\omega \xi_2 |K_{12}(j\omega)|^2 K_{12}(j\omega)] \}.$$

Как известно, АЧХ определяется как модуль  $|K(j\omega)|$ , а ФЧХ — в соответствии с выражением

$$\varphi = \arctg [ \operatorname{Im} K(j\omega) / \operatorname{Re} K(j\omega) ].$$

На рис. 4.29а, б построены АЧХ и ФЧХ каскада на транзисторе со следующими параметрами:  $G_{21}'' = 1,5 \cdot 10^{-3}$  А/В<sup>3</sup>,  $K_{120} = 10$ ,  $R_{\alpha} = 10$  кОм,  $Q = 50$ ,  $f_0 =$

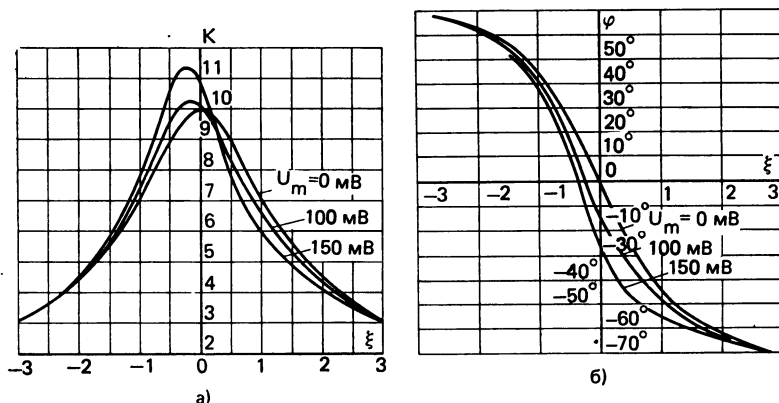


Рис. 4.29. К анализу АФК в схеме усилительного каскада (см. рис. 4.28)

$= 10$  МГц. Сопротивление  $Z_k = R \propto / (1 + j\xi)$ ,  $\xi = Q \cdot 2\Delta\omega/\omega_0$ ,  $K_{12} = K_{120}/(1 + j\xi)$ ,  $\xi_2 = = 0,48$  пФ/В<sup>2</sup>.

Из характеристик на рис. 4.29 и приведенного анализа следует, что при изменении амплитуды входного сигнала происходит изменение резонансной частоты каскада, а также вида АЧХ и ФЧХ, определенных для первой гармоники выходного колебания. Последнее обстоятельство отражает известное явление амплитудно-фазовой конверсии (см. § 3.3).

#### 4.6. Нелинейные искажения в каскадах с регулируемым усилением

К особенностям анализа НИ в каскадах с регулируемым усилением относятся: необходимость исследования нелинейных процессов в заданной области изменения коэффициента передачи  $K: L = = K_{\text{макс}}/K_{\text{мин}}$ , что усложняет анализ, а также дополнительного учета в ряде случаев типовых для регулируемых трактов режимов. Различают два режима работы:

с автоматической регулировкой усиления (АРУ), когда в пределе должна поддерживаться неизменной величина выходного уровня  $U_{2m} = U_{m \text{ вых}}$ , а входной уровень изменяется в соответствии с изменением  $K$ , например:

$$U_{m \text{ вых}} = U_m / K; \quad (4.83)$$

с ручной регулировкой усиления (РРУ), когда в соответствии с изменением коэффициента передачи изменяется выходной уровень, а  $U_m$  полагается неизменным. Тогда с учетом (4.83), (2.31) следует:

$$\text{для АРУ} \quad K_{r2} = \frac{1}{2} \frac{U_{m \text{ вых}}}{K} y_2, \quad K_{r3} = \frac{1}{4} \frac{U_{m \text{ вых}}}{K^2} y_3; \quad (4.84)$$

$$\text{для РРУ} \quad K_{r2} = \frac{1}{2} U_m y_2, \quad K_{r3} = \frac{1}{4} U_m^2 y_3. \quad (4.85)$$

Используя (2.31), можно получить аналогичные выражения для других нелинейных критериев.

Различают три основных способа регулирования усиления в усилительных каскадах: изменением режима питания УП по постоянному току (режимная регулировка), изменением глубины ЛООС и с использованием специальных функциональных узлов — управляемых аттенюаторов (УЭА).

Расчет НИ в каскадах, регулируемых с помощью первых двух способов, в области несущественной нелинейности не вызывает трудностей и может быть выполнен аналогично случаю каскадов с неизменным усилением. Специфической особенностью анализа являются необходимость исследования НИ и  $D_i$  во всем заданном диапазоне  $L$  и определение наихудшей по НИ ситуации. Для расчетов НИ в схемах режимной регулировки можно воспользоваться экспериментальными характеристиками элементов матриц пара-

метров, аналогичными рис. 2.9, или их аналитическими выражениями для различных компонентов усилительного тракта (см. 2.4.2). Поэтому далее основное внимание будет уделено НИ в схемах УЭА.

Под управляемым аттенуатором понимается устройство, обеспечивающее переменный коэффициент передачи. В управляемых электронных аттенуаторах изменение коэффициента передачи осуществляется электрическим путем за счет изменения параметров управляемых элементов, входящих в состав УЭА.

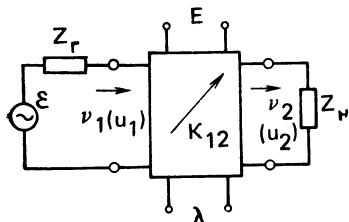


Рис. 4.30. Структурная схема управляемого электронного аттенуатора

В общем случае (рис. 4.30) УЭА содержит три цепи:

- а) цепь сигнала, для которой УЭА может рассматриваться как четырехполюсник с коэффициентом передачи  $K_{12} = v_2/v_1$ , нагруженный со стороны входа  $Z_r$  и выхода  $Z_n$ , где  $v_2$  — выходной эффект, а  $v_1$  — входное воздействие;
- б) цепь управления, обеспечивающую подачу на управляемые элементы управляющего воздействия  $\lambda$ ;
- в) цепь питания — вспомогательную цепь, обеспечивающую создание начального режима управляемых элементов.

#### 4.6.1. РАСЧЕТ НИ В СХЕМАХ УЭА

Анализ НИ основан на анализе цепи сигнала (см. рис. 4.30). В области несущественной нелинейности тракта он может быть осуществлен по предварительно рассчитанной передаточной характеристике УЭА в функции от величин  $K$  ( $K_{12}$ ) или  $\lambda$ , выраженной в виде ряда Вольтерра или степенного ряда.

Для многих используемых на практике структур УЭА его можно привести к эквивалентному нелинейному четырехполюснику, образованному соединениями двухполюсных компонентов, аналогичных схемам рис. 2.9. Хотя для любой из конкретных схем можно использовать общий метод анализа (см. гл. 2), однако для относительно простых типовых структур УЭА применяется более удобный метод получения передаточной характеристики. В основе метода лежит способ приведения УЭА к эквивалентному нелинейному четырехполюснику (см. 2.4.1).

Так как в литературе часто приводят сведения о НИ в УЭА, пользуясь различными определениями его передаточной характеристики, то необходимо прежде всего связать все возможные оценки НИ.

Нелинейная передаточная характеристика собственно УЭА определяется зависимостью  $u_2 = F_1(u_1)$  (см. рис. 4.30) при  $Z_r = 0$  и  $Z_H = \infty$ . Тогда для эквивалентного аттенюатору нелинейного четырехполюсника относительный параметр нелинейности  $i$ -го порядка в соответствии с (4.19) имеет вид

$$|y_i| = \frac{|K_{u_2}(p_1, p_2, \dots)|}{|K_{u_2}(p_1)|} = \frac{|f_2|}{|Y_{21}(\Sigma p)|}, \quad (4.86)$$

где  $f_2$  соответствует для ядер 2-го и 3-го порядков позициям  $\gamma_{10}(\beta_{10})$  в табл. 2.3 и определяется элементами матриц четырехполюсника и коэффициентом передачи  $K_{12}$  УЭА:  $K_{12}(p) = -Y_{21}/Y_{22}$ .

Определение передаточной характеристики УЭА с учетом реальной нагрузки  $Z_H(p)$ , как следует из (4.19), осуществляется по той же формуле (4.86), где, однако, необходимо уточнить коэффициент  $K_{12}(p)$ . В данном случае

$$K_{12}(p) = -Y_{21}/(Y_{22} + Y_H); \quad Y_H = 1/Z_H. \quad (4.87)$$

При определении передаточной характеристики УЭА в режиме  $Z_r \neq 0$  и  $Z_H \neq \infty$ , как следует из (4.19),

$$|y_i| = \left| f_2 \left[ \frac{1 + Y_{11} Z_r}{Y_{21}} \right]_{(\Sigma p)} - f_1 [Z_r]_{(\Sigma p)} \right|. \quad (4.88)$$

Таким образом, выражения (4.86) — (4.88) позволяют определить относительный параметр нелинейности для всех применяемых на практике способов оценки нелинейности передаточной характеристики УЭА и выразить одну из оценок через другие.

Для резистивной нелинейности приведенные универсальные выражения упрощаются. Так, для зависимости  $u_2 = f(u_1)$

$$\left. \begin{aligned} y_2 &= (G'_{21} + G_{cm2} K_{12} + G'_{22} K_{12}^2)/G_{21}, \\ y_3 &= \frac{G''_{21} + G'_{cm2} K_{12} + G''_{cm2} K_{12}^2 + G'_{22} K_{12}^3}{G_{21}} + \\ &+ \frac{K_{12} (G_{cm2} + 2 G'_{22} K_{12}) (G'_{21} + G_{cm2} K_{12} + G'_{22} K_{12}^2)}{G_{21}^2}, \end{aligned} \right\} \quad (4.89)$$

где  $K_{12} = -G_{21} R_H / (1 + G_{22} R_H)$ .

Для определения передаточной характеристики УЭА с помощью метода приведения к эквивалентному четырехполюснику необходимо:

1) для заданной структуры УЭА, используя (2.80) — (2.85), написать параметры матриц 1, 2 и 3-го порядков;

2) в соответствии с (4.86), (4.88) или (4.89) рассчитать отношения  $y_2$  и  $y_3$ ;

3) из (2.20) — (2.30) найти соответствующие критерии НИ. Примеры использования метода приведены ниже.

#### 4.6.2. НЕЛИНЕЙНЫЕ ПАРАМЕТРЫ УПРАВЛЯЕМЫХ ЭЛЕМЕНТОВ УЭА

В качестве нелинейных управляемых элементов УЭА наиболее часто используют полупроводниковые диоды. Как показано в [27], в рабочем диапазоне управляющих токов  $I_0$  диодов в УЭА характеристики последних в первом приближении могут быть представлены в виде  $i = I_{к0} e^{\gamma u}$ , где  $I_{к0}$  и  $\gamma$  — параметры диода.

Выразив полное напряжение  $u$  в виде суммы двух составляющих:  $u = U_0 + u_{\sim}$ , где  $U_0$ ,  $u_{\sim}$  — соответственно постоянное и переменное напряжение на диоде, разложим зависимость  $i = f(u_{\sim})$  в ряд Тейлора вблизи некоторой рабочей точки  $[I_0, U_0]$ :

$$i_{\sim} = G u_{\sim} + G' u_{\sim}^2 + G'' u_{\sim}^3, \quad (4.90)$$

где  $G = \gamma I_0$ ;  $G' = \gamma^2 I_0/2$ ;  $G'' = \gamma^3 I_0/6$ .

Из (4.90) следует

$$y_2 = G'/G = \gamma/2, \quad y_3 = G''/G = \gamma^2/6. \quad (4.91)$$

Таким образом, обобщенные параметры диода в рабочей области не зависят от величины управляющего тока  $I_0$ .

**Соединения диодов.** На рис. 4.31 приведены возможные последовательные и параллельные соединения диодов. Для последовательного соединения одинаковых диодов с согласным включением (рис. 4.31а)  $i = I_{к0} e^{\gamma (U_0 + u_{\sim})/n}$ , где  $(U_0 + u_{\sim})/n$  — напряжение, приложенное к одному диоду, отсюда

$$G = \gamma I_0/n, \quad G' = \gamma^2 I_0/2n^2, \quad G'' = \gamma^3 I_0/6n^3. \quad (4.92)$$

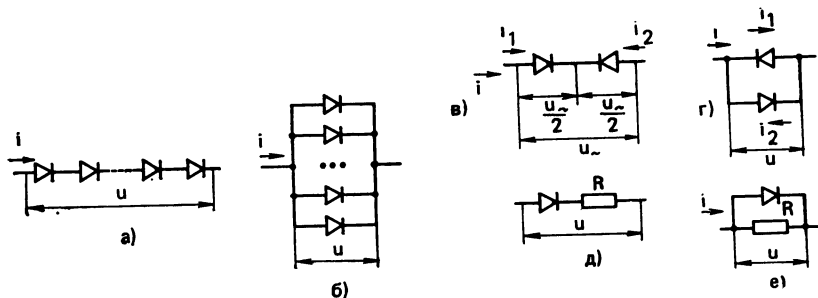


Рис. 4.31. Различные схемы включения полупроводниковых диодов и резисторов в УЭА

Из (4.92) получаем

$$y_2 = \gamma/2n, \quad y_3 = \gamma^2/6n^2. \quad (4.93)$$

Сравним одиночный диод и соединение  $n$  диодов по параметрам  $y_i$  при удовлетворении одной и той же проводимости  $G$  цепи. Тогда

$$I_{0n} = n I_{01}, \quad (4.94)$$

где  $I_{01}$  и  $I_{0n}$  — токи в схемах с одним и  $n$  диодами.

Таким образом, удовлетворение заданной проводимости  $G$  требует однозначного подбора токов одиночного диода  $I_{01}$  и последовательного соединения  $I_{0n}$  в соответствии с (4.94).

Сравнивая (4.91), (4.93), получаем, что переход к последовательному соединению уменьшает параметр  $y_2$  в  $n$  раз, а  $y_3$  в  $n^2$  раз. Следовательно, выиг-



рыш от последовательного включения диодов соответственно равен  $B_2 = n$  и  $B_3 = n^2$ .

Для параллельного соединения одинаковых диодов с согласным включением (рис. 4.31б)  $i = n I_0 e^{\gamma(U_0 + u \sim)}$ ,

откуда

$$G = n \gamma I_0, \quad G' = n \gamma^2 I_0 / 2, \quad G'' = n \gamma^3 I_0 / 6, \quad (4.95)$$

т. е.  $G'/G = \gamma/2$ ,  $G''/G = \gamma^2/6$ .

Хотя переход к параллельному соединению при заданной величине  $G$  требует подбора тока  $I_0 = G/n\gamma$ , однако это не влияет на относительные параметры нелинейности.

Для встречно-последовательного соединения двух диодов (рис. 4.31в) [64]

$$i = i_1 - i_2 = I_{K0} e^{\gamma(U_0 + u \sim / 2)} - I_{K0} e^{\gamma(U_0 - u \sim / 2)},$$

откуда

$$G = \left. \frac{di}{du \sim} \right|_{I_0} = \gamma I_0, \quad G' = \frac{1}{2} \left. \frac{d^2 i}{du \sim^2} \right|_{I_0} = 0, \quad G'' = \frac{1}{6} \left. \frac{d^3 i}{du \sim^3} \right|_{I_0} = \frac{\gamma^3 I_0}{24} \text{ и т. д.} \quad (4.96)$$

Сравним это соединение с одиночным диодом в режиме одинаковой проводимости  $G$ . Как видно из (4.96), (4.90), токи  $I_0$  в обоих случаях должны быть равными. Тогда  $B_2 \rightarrow \infty$  и  $B_3 = 4$ .

Очевидно, точная компенсация НИ 2-го порядка ( $y_2 \rightarrow 0$ ), как и любого четного порядка, при встречно-последовательном соединении требует подбора идентичных приборов, одинаковых управляющих токов и практически недостижима.

Для встречно-параллельного соединения двух диодов (рис. 4.31г)

$$i = I_{K0} e^{\gamma(U_0 + u \sim)} - I_{K0} e^{\gamma(U_0 - u \sim)} = I_0 (e^{\gamma u \sim} - e^{-\gamma u \sim}),$$

откуда

$$G = 2 \gamma I_0, \quad G' = 0, \quad G'' = \frac{1}{3} \gamma^3 I_0 \text{ и т. д.} \quad (4.97)$$

Таким образом,  $B_2 \rightarrow \infty$ , а  $y_2 \rightarrow 0$  из-за компенсации НИ четных порядков. Сравнивая со случаем одного диода, ток которого  $I_{01}$  должен быть подобран в соответствии с выражением  $I_{01} = I_0/2$ , получаем  $y_3 = \gamma^3/6$  и  $B_3 = 1$ , т. е. по параметрам 3-го порядка последняя схема не дает преимуществ сравнительно с одним диодом.

Возможны комбинации диодов и линейных резисторов. На рис. 4.31 д, е приведены простейшие схемы подобных комбинаций: последовательной и параллельной.

Для первой схемы (рис. 4.31д) в рабочей области

$$i = I_{K0} e^{\gamma(u - i R)},$$

откуда можно получить

$$G = \frac{\gamma I_0}{1 + \gamma I_0 R}, \quad G' = \frac{1}{2} \frac{\gamma^2 I_0}{(1 + \gamma I_0 R)^3}, \quad G'' = \frac{1}{6} \frac{\gamma^3 I_0 (1 - 2\gamma I_0 R)}{(1 + \gamma I_0 R)^5}. \quad (4.98)$$

Из (4.98) следует

$$y_2 = \frac{1}{2} \frac{\gamma}{(1 + \gamma I_0 R)^2}, \quad y_3 = \frac{1}{6} \frac{\gamma^3 (1 - 2\gamma I_0 R)}{(1 + \gamma I_0 R)^4}. \quad (4.99)$$

Таким образом, в соответствии с (4.99) увеличение величины линейного резистора  $R$  приводит к уменьшению относительных параметров нелинейности, при этом параметр 3-го порядка имеет нулевое значение при некотором токе  $I^*_0 = 1/2\gamma R$ . Физическая сущность последнего явления заключается в том, что в схеме рис. 4.31б возникает взаимодействие нелинейных продуктов, обусловленных параметрами как 2-го, так и 3-го порядков, причем при токе  $I^*_0 = 1/2\gamma R$  это взаимодействие сопровождается их взаимной компенсацией.

Оценим выигрыши  $B_2$  и  $B_3$  при одной и той же проводимости цепи  $G$ . Приравняв  $G$  одиночного диода (4.90) и  $G$  из (4.98), получаем, что в случае одного диода ток  $I_0 = I_{01}$  должен быть равен  $I_{01} = I_0 / (1 + \gamma I_0 R)$ , откуда находим, что  $B_2 = (1 + \gamma I_0 R)^2$  и  $B_3 = (1 + \gamma I_0 R)^4 / (1 - 2\gamma I_0 R)$ , т. е. выигрыши возрастают с увеличением  $I_0$  или проводимости эквивалентного управляемого элемента.

Таким образом, схему рис. 4.31б следует использовать в тех случаях, когда необходимо уменьшить НИ при относительно больших величинах  $G$ . Так, в схеме Г-образного УЭА (см. рис. 2.96) в режиме АРУ при малых передачах тракта практически все входное напряжение оказывается приложенным к резистору  $R_1$ . Тогда в качестве этого элемента целесообразно использовать схему рис. 4.31б, где  $R_{\text{экв}} = R$ .

Для схемы с параллельным включением (рис. 4.31е)  $G = \gamma I_0 + 1/R$ , в то время как  $G'$  и  $G''$  оказываются равными тем же параметрам для одиночного диода. Допуская, что проводимость  $G$  при включении  $R$  не изменяется, что требует подбора тока  $I_0 = (G - 1/R) / \gamma$ , находим  $B_2 = B_3 = (\gamma I_0 + 1/R) / \gamma I_0$ , т. е. выигрыш возрастает с уменьшением  $I_0$  или проводимости эквивалентного управляемого элемента.

Следовательно, последняя схема дает наибольший эффект при относительно малых величинах  $G$ .

Включение дополнительных резисторов, а также нескольких диодов влияет также на диапазон изменения проводимости эквивалентного управляемого элемента и, следовательно, величину  $L$  УЭА, мощность, потребляемую от источника управления, шумовые свойства УЭА и т. д. Поэтому окончательное суждение о целесообразности схем на рис. 4.31 можно сделать лишь с учетом этих факторов.

#### 4.6.3. НЕЛИНЕЙНЫЕ ИСКАЖЕНИЯ В НЕКОТОРЫХ СХЕМАХ УЭА

1. Нелинейные искажения в УЭА с последовательным управляемым нелинейным резистивным элементом (рис. 4.32а).

Используя (4.89) и (2.83), находим  $y_2 = G_1(1 - K_{12})^3 / G_2 K_{12}$ ,  $y_3 = G''_1(1 - K_{12})^4 / G_2 K_{12}$ , где  $K_{12} = u_2 / u_1 = G_1 / (G_1 + G_2)$  — коэффициент передачи УЭА.

$$\text{В режиме АРУ } K_{r2} = \frac{G'_1(1 - K_{12})^3}{2 G_2 K_{12}^2} U_{\text{т. вых.}}$$

$$K_{r3} = \frac{(1 - K_{12})^4}{6 G_2 K_{12}^2} \left[ \frac{G''_1}{K_{12}} - 2 \frac{(G'_1)^2 K_{12} (1 - K_{12})}{G_2} \right] U_{\text{т. вых.}}^2$$

Как следует из последних выражений,  $K_{r2}$  и  $K_{r3}$  увеличиваются с уменьшением коэффициента передачи УЭА  $K_{12}$ . Это связано с тем, что в схеме рис. 4.32а с уменьшением  $K_{12}$  увеличивается падение напряжения на нелинейной проводимости  $G_1$ , что приводит к возрастанию НИ. Поэтому предельная величина диапазона регу-

лирования  $L_M = 1/K_{12 \text{ мин}}$  определяется максимальной величиной допустимых НИ. Для  $D \gg 1$

$$K_{Г2М} \approx \frac{G'_1 L_M^2}{2G_2} U_{т \text{ вых}}, \quad K'_{Г3М} \approx \frac{G''_1 L_M}{4G_2} U_{т \text{ вых}}^2.$$

При регулировании в УЭА величины  $G'_1$  и  $G''_1$  изменяются, следуя за изменением управляющего воздействия.

Можно показать, что

$$K_{Г2М} = \frac{1}{4} \gamma L_M U_{т \text{ вых}}, \quad K_{Г3М} = \frac{1}{24} \gamma^2 L_M^2 U_{т \text{ вых}}, \quad (4.100)$$

где  $L_M = K_{12 \text{ мин}}^{-1}$ .

В режиме РРУ

$$K_{Г2} = G'_1 (1 - K_{12})^3 U_m / 2GK_{12},$$

откуда получаем, что  $K_{Г2М}$  соответствует минимуму  $K_{12}$ . Для  $L \gg 1$

$$K_{Г2М} \approx G'_1 L_M U_m / 2G_2 = \gamma U_m / 4.$$

Полное выражение для  $K_{Г2}$  имеет вид  $K_{Г2} = \gamma (1 - K_{12})^3 U_m / 4$ , т. е. при уменьшении  $K_{12}$  величина  $K_{Г2}$  монотонно возрастает, однако для малых  $K_{12}$  (т. е. больших  $L$ ) его величина практически не зависит от абсолютной величины  $L$ .

2. Нелинейные искажения в УЭА с параллельным управляемым нелинейным резистивным элементом (рис. 4.32б).

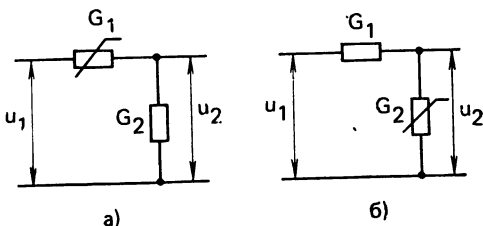


Рис. 4.32. Схемы Г-образного УЭА с различными способами включения регулируемого элемента

$$\text{Для этого случая } y_2 = -\frac{K_{12}^2 G'_2}{G_1}, \quad y_3 = -\frac{K_{12}^3 G''_2}{G_1} - \frac{2 K_{12}^4 (G'_2)^2}{G_1^2}.$$

Продельвая расчеты, аналогичные случаю последовательного нелинейного элемента, находим для режима АРУ

$$|K_{Г2}| = \frac{1}{4} \gamma (1 - K_{12}) U_{т \text{ вых}}, \quad |K_{Г3}| = \frac{1}{24} \gamma^2 (1 - K_{12}) (2 - 3K_{12}) U_{т \text{ вых}}^2. \quad (4.101)$$

Анализ показывает, что  $K_{Г2}$  падает с ростом  $K_{12}$ , причем при малых  $K_{12}$  величина  $K_{Г2}$  стремится к

$$|K_{Г2М}| = \frac{1}{4} \gamma U_{т \text{ вых}}. \quad (4.102)$$

Из сравнения (4.100) и (4.102) следует, что максимум НИ в схеме с параллельным регулятором оказывается в  $L_m$  раз меньше, чем в схеме с последовательным регулятором. Это объясняется тем, что в случае параллельного включения нелинейного элемента практически все выходное напряжение оказывается при малых  $K_{12}$  приложенным к линейному резистору в последовательной ветви, что способствует уменьшению НИ в тракте УЭА.

Из (4.100) получаем также, что  $K_{г3}$  максимален при малых  $K_{12}$  и при  $K_{12} \ll 1$  от его величины практически не зависит, при этом  $K_{г3м} = \frac{1}{12} \gamma^2 U_m^2$ .

В режиме РРУ  $|K_{г2}| = \frac{1}{2} \frac{G_2' K_{12}^2}{G_1} U_m$  или  $|K_{г2}| = \frac{1}{4} \gamma U_m \times K_{12}(1 - K_{12})$ .

Характер зависимости  $|K_{г2}|$  от  $K_{12}$  оказывается экстремальным, а величина ее максимума  $|K_{г2м}| = \frac{1}{16} \gamma U_m$ .

Из сравнения двух схем рис. 4.32 следует, что  $K_{г2м}$  в параллельном регуляторе, работающем в режиме РРУ, оказывается в 4 раза меньше, чем в последовательном, причем вид зависимости  $K_{г2}$  от  $K_{12}$  для этих вариантов схем существенно отличается. Связь  $K_{г3}$  с величиной  $K_{12}$  оказывается сложной:  $K_{г3} = \frac{\gamma^2}{24} (1 - K_{12})(2 - 3K_{12}) K_{12}^2 U_m^2$ . Она имеет максимум при  $K_{12} = 5/6$ .

3. Нелинейные искажения в схемах УЭА на полевых транзисторах.

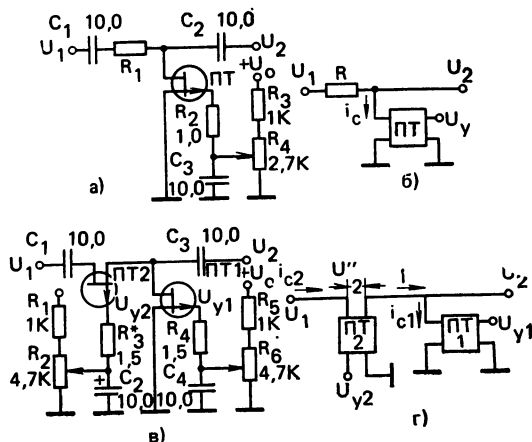


Рис. 4.33. Схемы УЭА на полевых транзисторах: а — одним; б — двумя

Рассмотрим НИ в схемах УЭА, наиболее часто используемых на практике (рис. 4.33а, в). Эквивалентные схемы для обоих случаев приведены соответственно на рис. 4.33б, г. В [12] был проделан анализ последних схем с использованием рядов В.

Опуская промежуточные расчеты, ниже приведем окончательные выражения коэффициентов гармоник для режимов АРУ и РРУ.

Для РРУ по схеме рис. 4.33а

$$\left. \begin{aligned} K_{г2} &= \frac{U_{m1}}{4U_0} \frac{\theta [1 + 2\theta_n (1 - \xi)]}{[1 + \theta (1 - \xi)]^2}, \\ K_{г3} &= \frac{U_{m1}^2 \theta}{8 U_0^2} \frac{\theta_n [1 + \theta (1 - \xi)] - \theta [1 + 2\theta_n (1 - \xi)]^2}{[1 + \theta (1 - \xi)]^4}, \end{aligned} \right\} \quad (4.103)$$

где  $\theta = 2I_{с.но}R/U_0$ ;  $\theta_n = 2I_{с.но}R_n/U_0$ ;  $\xi = u_y/U_0$ ;  $0 < \xi \leq 1$ ;  $R_n$ ,  $I_{с.но}$ ,  $U_0$  — параметры транзистора.

Для АРУ

$$\left. \begin{aligned} K_{г2} &= \frac{U_{m2}}{4U_0} \frac{\theta [1 + 2\theta_n (1 - \xi)]}{[1 + \theta (1 - \xi)]}, \\ K_{г3} &= \frac{U_{m2}^2 \theta}{8 U_0^2} \frac{\theta_n [1 + \theta (1 - \xi)] - \theta [1 + 2\theta_n (1 - \xi)]^2}{[1 + \theta (1 - \xi)]^2}. \end{aligned} \right\} \quad (4.104)$$

Величина коэффициента передачи схемы  $K = U_{m2}/U_{m1} = 1/[1 + \theta(1 - \xi)]$ .

Оценим динамический диапазон регулирования  $L$  и свяжем его с максимальным коэффициентом НИ.

Из (4.103) следует, что максимум искажений при РРУ соответствует  $\xi = \xi_{\max}$ , откуда нетрудно получить:

$$K_{г2м} = \frac{U_{m1} \theta}{4U_0} \frac{1 + 2\theta_n (1 - \xi_{\max})}{(1 + \theta)^2} L^2, \quad (4.105)$$

$$K_{г3м} = \frac{U_{m1}^2 \theta}{8 U_0^2} \frac{\theta_n (1 + \xi_{\max}) L - \theta [1 + 2\theta_n (1 - \xi_{\max})]^2}{(1 + \theta)^4} L^4. \quad (4.106)$$

Аналогично для случая АРУ можно получить, что максимум искажений происходит при  $\xi = \xi_{\max}$ :

$$K_{г2м} = \frac{U_{m2}}{4U_0} \frac{\theta [1 + 2\theta_n (1 - \xi_{\max})]}{1 + \theta} L; \quad (4.107)$$

$$K_{г3м} = \frac{U_{m2}^2 \theta}{8 U_0^2} \frac{\theta_n [1 + \theta (1 - \xi_{\max})] - \theta [1 + 2\theta_n (1 - \xi_{\max})]^2}{(1 + \theta)^2} L^2. \quad (4.108)$$

Из анализа (4.103) — (4.108) следует:

1. Сопротивление истока полевого транзистора  $R_{\text{и}}$  увеличивает нелинейные искажения и сокращает величину динамического диапазона  $L$  при заданных максимальных искажениях.

2. Максимальные искажения при РРУ меньше искажений при АРУ [приблизительно в  $(1+\theta)/L$  раз].

3. Для уменьшения искажений и расширения динамического диапазона следует выбирать транзисторы с большей величиной напряжения отсечки  $U_0$ .

4. Расширение динамического диапазона регулятора приводит к увеличению нелинейных искажений.

Результаты анализа схемы рис. 4.33в следующие:

В режиме РРУ

$$\left. \begin{aligned} K_{\Gamma 2} &= \frac{U_{m1}}{4U_0} \left\{ 2\theta_{\text{и}}(1-\xi_2)^2 - 2[1+2\theta_{\text{и}}(1-\xi_2)] + \frac{1+2\theta_{\text{и}}(1-\xi_2)}{1-\xi_2} \right\}, \\ K_{\Gamma 3} &= \frac{U_{m1}^2}{8U_0^2(1-\xi_2)} \{ (1-2\xi_2)[4\theta_{\text{и}}^2(1-\xi_2)^2(2-\xi_2)\xi_2 + \\ &+ 4\theta_{\text{и}}(1-\xi_2)+1] + \theta_{\text{и}}[(1-\xi_2)^3+3(1-\xi_2)^2-3(1-\xi_2)-1] \}, \end{aligned} \right\} \quad (4.109)$$

где  $\xi_2 = u_{y2}/U_{02}$ ;  $\xi_1 = u_{y1}/U_{01}$ ;  $\xi_1 + \xi_2 = 1$ ;  $u_{yi}$ ,  $U_{0i}$  — величины, относящиеся к соответствующим транзисторам.

В режиме АРУ

$$\left. \begin{aligned} K_{\Gamma 2} &= \frac{U'_{m2}}{4U_0} \left\{ \frac{1+2\theta_{\text{и}}(1-\xi_2)}{(1-\xi_2)^2} - \frac{2[1+2\theta_{\text{и}}(1-\xi_2)]}{1-\xi_2} + 2\theta_{\text{и}}(1-2\xi_2) \right\}, \\ K_{\Gamma 3} &= \frac{(U'_{m2})^2}{8U_0(1-\xi_2)} \{ (1-2\xi_2)[4\theta_{\text{и}}^2(1-\xi_2)^2(2-\xi_2)\xi_2 + \\ &+ 4\theta_{\text{и}}(1-\xi_2)+1] + \theta_{\text{и}}[(1-\xi_2)^3+3(1-\xi_2)^2-3(1-\xi_2)-1] \}. \end{aligned} \right\} \quad (4.110)$$

Вводя динамический диапазон аттенюатора  $L$ , из (4.110) получаем:

для РРУ

$$\begin{aligned} K_{\Gamma 2\text{м}} &= \frac{U_{m1}}{4U_0} (L-2) \left( 1 + \frac{2\theta_{\text{и}}}{L} - \frac{2\theta_{\text{и}}}{L^2} \right), \\ K_{\Gamma 3\text{м}} &= \frac{U_{m1}^2}{8U_0^2} L \left[ \frac{L-2}{L} \left( 1 + \frac{4\theta_{\text{и}}}{L} + 4\theta_{\text{и}} \frac{L^2-1}{L^4} \right) + \theta_{\text{и}} \left( 1 + \frac{3}{L} - \frac{2}{L^2} - \frac{1}{L^3} \right) \right]; \end{aligned}$$

для АРУ

$$K_{r2M} = \frac{U'_{m2}}{4U_0} L^2 \left[ \frac{L-2}{L} \left( 1 + \frac{4\theta_n}{L} \right) + 2\theta_n \frac{L-1}{L^3} \right],$$

$$K_{r3M} = \frac{(U'_{m2})^2}{8U_0^2} L^3 \left[ \frac{L-2}{L} \left( 1 + \frac{4\theta_n}{L} + 4\theta_n^2 \frac{L^2-1}{L^4} \right) + \right.$$

$$\left. + \theta_n \left( 1 + \frac{3}{L} - \frac{3}{L^2} - \frac{1}{L^3} \right) \right].$$

Анализ показывает, что схема с двумя транзисторами при одном и том же динамическом диапазоне  $L$  дает большие НИ.

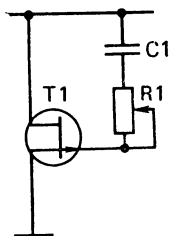


Рис. 4.34. Схема включения корректирующей цепи в регулируемом элементе УЭА на полевом транзисторе

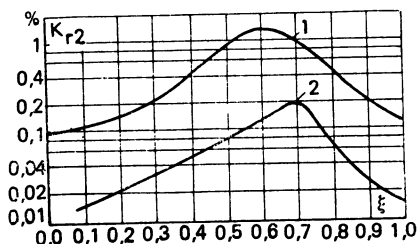


Рис. 4.35. Характеристика НИ в схеме УЭА на полевом транзисторе: 1 — без коррекции; 2 — с коррекцией

Для уменьшения НИ в схемах УЭА на полевых транзисторах иногда применяют корректирующую цепь (рис. 4.34), способствующую линейзации веерообразных характеристик выходной цепи прибора  $i_c = f(u_c)$  в ненасыщенной области [12]. На рис. 4.35 приведены экспериментальные характеристики  $K_{r2}$  для режима АРУ с коррекцией (2) и без коррекции (1). Методика расчета цепи коррекции приведена в [12].

В заключение заметим, что в процессе регулирования усиления в УЭА может происходить изменение формы частотных характеристик тракта и вследствие возможного ухудшения его избирательности увеличение НИ. Вопросы стабилизации АЧХ (ФЧХ) тракта с регулируемым усилением, а также другие вопросы проектирования трактов с УЭА содержатся в [65, 101, 111].

Нелинейные искажения в усилителях с АРУ при других способах регулирования могут быть рассчитаны с помощью методов, описанных в гл. 2. Эффект блокирования в трактах с АРУ рассмотрен в [109], где показано, что с увеличением коэффициента усиления по кольцу АРУ действие блокирования уменьшается.

# НЕЛИНЕЙНЫЕ ИСКАЖЕНИЯ В ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ И УСИЛИТЕЛЬНЫХ КАСКАДАХ С СУЩЕСТВЕННОЙ НЕЛИНЕЙНОСТЬЮ

## 5.1. Диодные преобразователи частоты

Диодные преобразователи частоты (смесители) находят широкое применение в радиотехнике и аппаратуре связи.

Вольт-амперные характеристики (ВАХ) частотно-преобразующих диодов обычно аппроксимируются неявной функцией [22]

$$i_d = I_0 \left[ e^{\gamma (u_d - r_b i_d)} - 1 \right], \quad (5.1)$$

где  $I_0$  — ток насыщения обратного смещенного  $p$ - $n$ -перехода диода;  $r_b$  — сопротивление базы диода;  $\gamma$  — коэффициент, равный у большинства диодов 20—40 В<sup>-1</sup>. Однако при неинтенсивном гетеродине ВАХ диода может быть аппроксимирована следующим выражением:

$$i_d = I_0 (e^{\gamma u_d} - 1). \quad (5.2)$$

Граница применимости (5.2) дана в [22], где в качестве критерия принято 20%-ное отличие реальной проводимости диода от рассчитанной в соответствии с (5.2) (табл. 5.1), где  $u_d^*$  — граничное значение напряжения. Как следует из табл. 5.1 и [22], при малых  $\gamma$ ,  $r_b$  или  $I_0$  эти границы расширяются и в отдельных случаях достигают порядка 1 В.

ТАБЛИЦА 5.1

Тип диода	$I_0$ , мкА	$\gamma$ , 1/В	$u_d^*$ , В	$r_b$ (Ом) при $i_d = I_d$				
				100 мкА	500 мкА	5 мА	10 мА	20 мА
Д2Б	0,5	24	0,21	88	81	42	37	—
Д9Б	3,5	24	0,17	50,7	34	9,3	6,1	4,4
Д10А	0,5	26,1	0,2	70	66	41	35	26,5
Д12	3,7	21,5	0,17	71	64	18	12	8
Д102	<1	17	0,63	100	100	51	40	33
Д106А	<1	21,2	0,79	40	17	7,5	6,0	5,1
Д18	0,5	25,4	0,19	49	60	29	10	—
Д311	2,4	34,3	0,14	33	22	13	7,8	—
Д312А	1	31,2	0,26	9,6	12	5,5	0,14	—
Д220Б	<1	29,5	0,48	11	35	23	4	—
Д403А	<1	18,8	0,47	40	31	18	15	11
ДКС1	<1	23,4	0,33	57	43	41	39	38



Определим матрицу параметрических коэффициентов диода при неинтенсивном гетеродине. В этом случае (5.2) принимает вид

$$i_d = I_0 (e^{\gamma(u_r + u_c)} - 1),$$

где  $u_c$ ,  $u_r$  — напряжения источника сигнала и гетеродина, приведенные к диоду.

Тогда

$$\left. \begin{aligned} G(t) &= \frac{di_d}{du} \Big|_{u=u_r} = \gamma I_0 e^{\gamma u_r}, \quad G'(t) = \frac{1}{2} \frac{d^2 i_d}{du^2} \Big|_{u=u_r} = \frac{1}{2} \gamma^2 I_0 e^{\gamma u_r}, \\ G''(t) &= \frac{1}{6} \frac{d^3 i_d}{du^3} \Big|_{u=u_r} = \frac{1}{6} \gamma^3 I_0 e^{\gamma u_r}. \end{aligned} \right\} \quad (5.3)$$

При  $u_r = U_{rm} \cos \omega_r t$  выражение (5.3) может быть разложено в ряд Фурье:

$$\begin{aligned} G(t) &= \gamma I_0 B_0(\gamma U_{rm}) + 2 \sum_{n=1}^N \gamma I_0 B_n(\gamma U_{rm}) \cos n \omega_r t, \\ G'(t) &= \frac{1}{2} \gamma^2 I_0 B_0(\gamma U_{rm}) + \sum_{n=1}^N \gamma^2 I_0 B_n(\gamma U_{rm}) \cos n \omega_r t, \\ G''(t) &= \frac{1}{6} \gamma^3 I_0 B_0(\gamma U_{rm}) + \frac{1}{3} \sum_{n=1}^N \gamma^3 I_0 B_n(\gamma U_{rm}) \cos n \omega_r t, \end{aligned}$$

где  $B_i(x)$  — модифицированные функции Бесселя от мнимого аргумента.

Следовательно, параметры матрицы  $\|G(t)\|$  выглядят следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} G_0 &= \gamma I_0 B_0(\gamma U_{rm}), \quad G_n = 2 \gamma I_0 B_n(\gamma U_{rm}), \\ G'_0 &= \frac{1}{2} \gamma^2 I_0 B_0(\gamma U_{rm}), \quad G'_n = \gamma^2 I_0 B_n(\gamma U_{rm}), \\ G''_0 &= \frac{1}{6} \gamma^3 I_0 B_0(\gamma U_{rm}), \quad G''_n = \frac{1}{3} \gamma^3 I_0 B_n(\gamma U_{rm}), \end{aligned} \right\} \quad (5.4)$$

где  $n = 1, 2, \dots$

Ниже рассмотрены распространенные на практике схемы диодных смесителей. В анализе учтены параметры смесительных диодов, а также эквивалентные сопротивления источника сигнала и нагрузки.

При интенсивном колебании гетеродина расчет параметрических коэффициентов необходимо вести в соответствии с (5.1). В этом случае для заданного диода при различных  $\gamma U_{rm}$  численно вычисляются параметрические коэффициенты матрицы  $\|G(t)\|$ . За-

тем расчет проводится по методике 3.2.3. При сведении диодного преобразователя к нелинейному параметрическому элементу (НПЭ) в случае гармонического гетеродина матрица  $\|G(t)\|$  также вычисляется численно на ЭВМ. При прямоугольном напряжении  $u_r$  коэффициенты матрицы могут быть при определенных допущениях [105] выражены в аналитическом виде.

### 5.1.1. НЕЛИНЕЙНЫЕ ИСКАЖЕНИЯ В ОДНОТАКТНОМ ДИОДНОМ СМЕСИТЕЛЕ

Схема одноконтурного диодного смесителя приведена на рис. 5.1а, а ее эквивалентная схема — на рис. 5.1б. При неинтенсивном колебании гетеродина используется аппроксимация ВАХ диода вы-

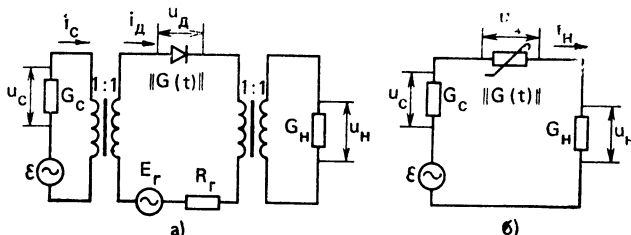


Рис. 5.1. Схема одноконтурного диодного смесителя:  
а — принципиальная; б — эквивалентная

ражением (5.2). Система уравнений для схемы рис. 5.1б при  $N=1$  имеет вид  $u_c + u_d + u_n = \varepsilon$ ,  $i = f(u_d)$ ,  $i - G_r u_c = 0$ ,  $i - G_n u_n = 0$  или в операторной форме (табл. 3.1):

для ядра 1-го порядка:

$$K_{uc0} + K_{ud0} + K_{un0} = 1, \quad K_{i0} - G_c K_{uc0} = 0, \quad K_{i0} - G_n K_{un0} = 0, \\ K_{i0} - G_0 K_{ud0} - \frac{1}{2} G_1 K_{ud1} = 0,$$

$$K_{uc1} + K_{ud1} + K_{un1} = 0, \quad K_{i1} - G_c K_{uc1} = 0, \quad K_{i1} - G_n K_{un1} = 0, \\ K_{i1} - G_0 K_{ud1} - G_1 K_{ud0} = 0;$$

для ядер других порядков:

$$K_{uc0} + K_{ud0} + K_{un0} = 0, \quad K_{i0} - G_c K_{uc0} = 0, \quad K_{i0} - G_n K_{un0} = 0, \\ K_{i0} - G_0 K_{ud0} - \frac{1}{2} G_1 K_{ud1} = f_1,$$

$$K_{uc1} + K_{ud1} + K_{un1} = 0, \quad K_{i1} - G_c K_{uc1} = 0, \quad K_{i1} - G_n K_{un1} = 0, \\ K_{i1} - G_0 K_{ud1} - G_1 K_{ud0} = f_2,$$

где  $f_1(f_2) = A(B)$  для ядра 2-го порядка;  $f_1(f_2) = C(D)$  для ядра 3-го порядка;

$$\left. \begin{aligned} A &= G_0' [K_{\text{уд}0}^{(1)}]^2 + \frac{1}{2} G_0' [K_{\text{уд}1}^{(1)}]^2 + G_1' K_{\text{уд}0}^{(1)} K_{\text{уд}1}^{(1)} ; \\ B &= 2G_0' K_{\text{уд}0}^{(1)} K_{\text{уд}1}^{(1)} + G_1' [K_{\text{уд}0}^{(1)}]^2 + \frac{3}{4} G_1' [K_{\text{уд}1}^{(1)}]^2 ; \\ C &= G_0'' [K_{\text{уд}0}]^3 + 1,5 G_0'' K_{\text{уд}0}^{(1)} [K_{\text{уд}1}^{(1)}]^2 + 1,5 G_1'' [K_{\text{уд}0}^{(1)}]^2 K_{\text{уд}1}^{(1)} + \\ &+ \frac{3}{8} G_1'' [K_{\text{уд}1}^{(1)}]^3 + 2 G_0' K_{\text{уд}0}^{(1)} K_{\text{уд}0}^{(2)} + G_0' K_{\text{уд}1}^{(1)} K_{\text{уд}1}^{(2)} + \\ &+ G_1' K_{\text{уд}0}^{(1)} K_{\text{уд}1}^{(2)} + G_1' K_{\text{уд}1}^{(1)} K_{\text{уд}0}^{(2)} ; \\ D &= 3G_0'' [K_{\text{уд}0}^{(1)}]^2 K_{\text{уд}1}^{(1)} + \frac{3}{4} G_0'' [K_{\text{уд}1}^{(1)}]^3 + G_1'' [K_{\text{уд}1}^{(1)}]^3 + \\ &+ \frac{9}{4} G_1'' K_{\text{уд}0}^{(1)} [K_{\text{уд}1}^{(1)}]^2 + 2G_0' K_{\text{уд}0}^{(1)} K_{\text{уд}1}^{(2)} + 2G_0' K_{\text{уд}1}^{(1)} K_{\text{уд}0}^{(2)} + \\ &+ 2G_1' K_{\text{уд}0}^{(1)} K_{\text{уд}0}^{(2)} + 1,5 G_1' K_{\text{уд}1}^{(1)} K_{\text{уд}1}^{(2)} . \end{aligned} \right\} \quad (5.5)$$

Решение системы для интересующих продуктов нелинейного преобразования:

для коэффициента преобразования

$$K_{\text{пр}} = K_{\text{ин}}(p_1 \pm j\omega_r) = \frac{G_1 \theta^2}{G_{\text{н}} \left[ (G_0 + \theta)^2 - \frac{1}{2} G_1^2 \right]} ; \quad (5.6)$$

для коэффициентов степенного ряда передаточной характеристики смесителя  $u_{\text{н}} = K_{\text{пр}}\epsilon + K'_{\text{пр}}\epsilon^2 + K''_{\text{пр}}\epsilon^3 + \dots$ :

$$K'_{\text{пр}} = K_{\text{ин}1}(p_1 \pm j\omega_r, p_2) = \frac{G_c [B(G_{\text{н}} G_0 + G_c G_0 + G_{\text{н}} G_c) - A G_1 (G_{\text{н}} + G_c)]}{[(G_{\text{н}} G_0 + G_c G_0 + G_{\text{н}} G_c)^2 - 1/2 G_1^2 (G_{\text{н}} + G_c)^2]} ; \quad (5.7)$$

$$K''_{\text{пр}} = K_{\text{ин}1}(p_1 \pm j\omega_r, p_2, p_3) = \frac{G_r [D(G_{\text{н}} G_0 + G_c G_0 + G_{\text{н}} G_c) - G_1 (G_{\text{н}} + G_c)]}{[(G_{\text{н}} G_0 + G_c G_0 + G_{\text{н}} G_c)^3 - 1/2 G_1^2 (G_{\text{н}} + G_c)^2]} . \quad (5.8)$$

Найдем интересующие характеристики НИ в смесителе при подстановке вместо  $\|G(t)\|$  выражения (5.4). Относительный параметр нелинейности 2-го порядка, определяющий коэффициент интермодуляции  $K_{11}$  (1.19),

$$y_{2\text{ пр}} = \frac{K'_{\text{пр}}}{K_{\text{пр}}} = \frac{\gamma \theta (\delta_3 + \delta_2 \theta + \delta_0 \theta^3)}{2(\eta_1 + \eta_3 \theta + \eta_2 \theta^2 + \eta_1 \theta^3 + \eta_0 \theta^4)} . \quad (5.9)$$

Относительный параметр нелинейности 3-го порядка, определяющий коэффициент интермодуляции  $K_{21}$  (1.20),  $K_{\text{пер}}$  (1.14) и т. д.,

$$y_{3 \text{ пр}} = \frac{K''_{\text{пр}}}{K_{\text{пр}}} = \frac{\gamma^2 \theta^2 (b_6 + b_5 \theta + b_4 \theta^2 + b_3 \theta^3 + b_2 \theta^4 + b_1 \theta^5 + b_0 \theta^6)}{2 (d_8 + d_7 \theta + d_6 \theta^2 + d_5 \theta^3 + d_4 \theta^4 + d_3 \theta^5 + d_2 \theta^6 + d_1 \theta^7 + d_0 \theta^8)}, \quad (5.10)$$

где  $\theta = G_{\text{н}} G_{\text{с}} / (G_{\text{н}} + G_{\text{с}})$ ;  $\delta_0 = 1$ ;  $\delta_2 = \gamma^2 I_0^2 (7B_1^2 - 3B_0^2)$ ;

$\delta_3 = \gamma^3 I_0^3 B_0 (5B_1^2 - 2B_0^2)$ ;  $\eta_0 = 1$ ;  $\eta_1 = 4\gamma I_0 B_0$ ;  $\eta_2 = 2\gamma^2 I_0^2 (3B_0^2 - 2B_1^2)$ ;

$\eta_3 = 4\gamma^3 I_0^3 B_0 (B_0^2 - 2B_1^2)$ ;  $\eta_4 = \gamma^4 I_0^4 (B_0^2 - 2B_1^2)^2$ ;  $b_0 = \frac{1}{3}$ ;

$b_1 = -\frac{4}{3} \gamma I_0 B_0$ ;  $b_2 = -\frac{2}{3} \gamma^2 I_0^2 (23B_1^2 - 10B_0^2)$ ;

$b_3 = \gamma^3 I_0^3 B_0 \left( 17B_1^2 - \frac{20}{3} B_0^2 \right)$ ;  $b_4 = \gamma^4 I_0^4 \left( \frac{5}{3} B_0^4 - 21B_0^2 B_1^2 + 45B_1^4 \right)$ ;

$b_5 = \gamma^5 I_0^5 B_0 \left( \frac{16}{3} B_0^4 - \frac{95}{3} B_0^2 B_1^2 - B_1^4 \right)$ ;

$b_6 = \gamma^6 I_0^6 (2B_0^6 - 9B_0^4 B_1^2 + 11B_0^2 B_1^4 + 8B_1^6)$ ;

$d_0 = 1$ ;  $d_1 = 8\gamma I_0 B_0$ ;  $d_2 = 4\gamma^2 I_0^2 (7B_0^2 - 2B_1^2)$ ;  $d_3 = 8\gamma^3 I_0^3 B_0 (7B_0^2 - 6B_1^2)$ ;

$d_4 = 2\gamma^4 I_0^4 (35B_0^4 - 60B_0^2 B_1^2 + 24B_1^4)$ ;

$d_5 = 8\gamma^5 I_0^5 B_0 (7B_0^4 - 20B_0^2 B_1^2 + 12B_1^4)$ ;

$d_6 = 4\gamma^6 I_0^6 (7B_0^6 - 30B_0^4 B_1^2 + 36B_0^2 B_1^4 - 8B_1^6)$ ;

$d_7 = 8\gamma^7 I_0^7 B_0 (B_0^2 - B_1^2)^3$ ;  $d_8 = \gamma^8 I_0^8 (B_0^2 - 2B_1^2)^4$ .

Расчеты по приведенным формулам представлены на рис. 5.2. Здесь же приведены зависимости, рассчитанные при  $N=2$ . Из последних зависимостей и анализа (5.6) — (5.10) следует:

1. Зависимость  $K_{\text{пр}}$  смесителя от величины проводимостей источника сигнала  $G_{\text{с}}$  и нагрузки  $G_{\text{н}}$ , заключенных в параметре  $\theta$ , имеет экстремальный характер, причем положения максимума зависят от  $\gamma U_{\text{гм}}$  и  $I_0$ .

Параметр  $\gamma$  диода и амплитуда колебания гетеродина  $U_{\text{гм}}$  влияют на передаточные и нелинейные свойства смесителя одинаковым образом, так как во все выражения входят в виде произведения  $\gamma U_{\text{гм}}$ .

3. При увеличении  $\gamma U_{\text{гм}}$  максимум  $K_{\text{пр}}$  возрастает, смещаясь при этом в область больших проводимостей  $G_{\text{с}}$  и  $G_{\text{н}}$ .

4. При увеличении параметра  $I_0$  происходит смещение максимума  $K_{\text{пр}}$  в область больших проводимостей  $G_{\text{с}}$  и  $G_{\text{н}}$ , а сам максимум остается постоянным.

5. При определенных значениях  $G_c$  и  $G_n$  имеют место «нулевые точки» по НИ как 2-го, так и 3-го порядков. «Нулевые точки» функций  $y_{2np}$  и  $y_{3np}$  не совпадают друг с другом, а также с положением максимального коэффициента преобразования, хотя и лежат в области  $\theta$  одного порядка.

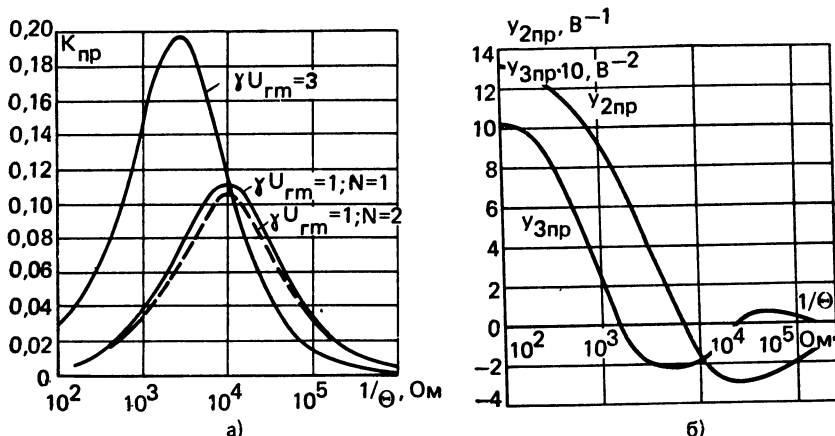


Рис. 5.2. Характеристики одноконтурного диодного смесителя: а — коэффициента преобразования; б — относительных параметров нелинейности

6. При малых величинах  $I_0$  «нулевые точки» НИ и максимум  $K_{пр}$  имеют тенденцию к смещению в область малых проводимостей  $G_c$  и  $G_n$ . Для перемещения этих точек в область реальных проводимостей следует выбирать диоды с большим  $\gamma$  и увеличивать  $U_{гм}$ .

7. Как следует из рис. 5.2а, увеличение числа  $N$  учитываемых гармоник колебания  $G(t)$  при  $\gamma U_{гм} \leq 1$  не дает существенного уточнения результатов анализа.

В случае интенсивного колебания гетеродина в [22] проведены численные расчеты для определения НИ одноконтурной схемы. Показано, что и при интенсивном гетеродине также имеют место «нулевые точки» по 3-му порядку, причем при увеличении  $\rho_d = \gamma(r_6 + R)$ , где  $R = 1/\theta$ , они наблюдаются при меньших  $\gamma U_{гм}$ . Там же приведена зависимость коэффициента передачи смесителя от  $\gamma U_{гм}$ . Из сравнения зависимостей в [22], а также приведенных выше зависимостей, полученных при неинтенсивном колебании гетеродина, можно сделать вывод о возможности оптимизации преобразователя по нелинейным критериям посредством вариации проводимостями нагрузки, источника сигнала, а также параметрами диода.

Следует отметить также, что форма колебания гетеродина оказывает существенное влияние на НИ смесителя. В [22] показано, что при приближении формы к прямоугольной НИ значительно уменьшаются (по 3-му порядку в 7—100 раз). Однако практиче-

ская реализация такой формы  $u_r$  в радиоприемном тракте оказывается возможной лишь при существенном ослаблении возможных паразитных каналов приема, т. е. за счет высокой избирательности преселектора.

### 5.1.2. НЕЛИНЕЙНЫЕ ИСКАЖЕНИЯ В БАЛАНСНОМ ДИОДНОМ СМЕСИТЕЛЕ

Схема двухтактного диодного смесителя приведена на рис. 5.3а, эквивалентная схема — на рис. 5.3б.

Расчет смесителя проведем вначале при неинтенсивном колебании гетеродина и аппроксимации ВАХ диода выражением (5.2).

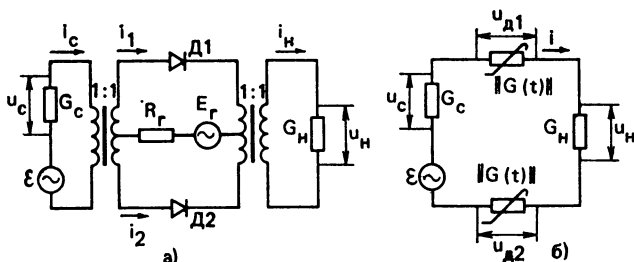


Рис. 5.3. Схема балансного диодного смесителя:  
а — принципиальная; б — эквивалентная

Система уравнений для схемы рис. 5.3б при  $N=1$  имеет следующий вид:

для линейной подсистемы:

$$\begin{aligned} K_{uc0} + K_{ud10} + K_{ud20} + K_{un0} &= 1, & K_{i0} - G_c K_{uc0} &= 0, & K_{i0} - G_n K_{un0} &= 0, \\ K_{i0} - G_{d10} K_{ud10} - 0,5 G_{d11} K_{ud11} &= 0, & K_{i0} - G_{d20} K_{ud20} - 0,5 G_{d21} K_{ud21} &= 0, \\ K_{uc1} + K_{ud11} + K_{ud21} + K_{un1} &= 0, & K_{i1} - G_c K_{uc1} &= 0, & K_{i1} - G_n K_{un1} &= 0, \\ K_{i1} - G_{d11} K_{ud10} - G_{d10} K_{ud11} &= 0, & K_{i1} - G_{d21} K_{ud20} - G_{d20} K_{ud21} &= 0; \end{aligned}$$

для подсистемы 2-го порядка:

$$\begin{aligned} K'_{uc0} + K'_{ud10} + K'_{ud20} + K'_{un0} &= 0, & K_{i0} - G_c K_{uc0} &= 0, & K_{i0} - G_n K_{un0} &= 0, \\ K_{i0} - G_{d10} K_{ud10} - 0,5 G_{d11} K_{ud11} &= A_1, & K_{i0} - G_{d20} K_{ud20} - 0,5 G_{d21} K_{ud21} &= A_2, \\ K_{uc1} + K_{ud11} + K_{ud21} + K_{un1} &= 0, & K_{i1} - G_c K_{uc1} &= 0, & K_{i1} - G_n K_{un1} &= 0, \\ K_{i1} - G_{d11} K_{ud10} - G_{d10} K_{ud11} &= B_1, & K_{i1} - G_{d21} K_{ud20} - G_{d20} K_{ud21} &= B_2; \end{aligned}$$

для подсистемы 3-го порядка:

$$\begin{aligned} K''_{uc0} + K''_{ud10} + K''_{ud20} + K''_{un0} &= 0, & K_{i0} - G_c K_{uc0} &= 0, & K_{i0} - G_n K_{un0} &= 0, \\ K_{i0} - G_{d10} K_{ud10} - 0,5 G_{d11} K_{ud11} &= C_1, & K_{i0} - G_{d20} K_{ud20} - 0,5 G_{d21} K_{ud21} &= C_2 \end{aligned}$$

$$K_{uc1} + K_{ud11} + K_{ud21} + K_{ин1} = 0, \quad K_{i1} - G_c K_{uc1} = 0, \quad K_{i1} - G_n K_{ин1} = 0, \\ K_{i1} - G_{д11} K_{уд10} - G_{д10} K_{уд11} = D_1, \quad K_{i1} - G_{д21} K_{уд20} - G_{д20} K_{уд21} = D_2.$$

В случае идентичных параметров диодов  $D_1$  и  $D_2$ :  $G'_{д10} = -G'_{д20}$ ,  $G'_{д11} = -G'_{д21}$ . Решение системы при этом условии для интересующих величин имеет вид

$$\left. \begin{aligned} K_{пр} &= K_{ин1} (p_1 \pm j \omega_r) = \frac{2 G_1 G_c^2 G_n}{[G_0 (G_n + G_c) + 2 G_n G_c]^2 - 0,5 G_1^2 (G_n + G_c)^2}, \\ K'_{пр} &= K_{ин1}^{(2)} (p_1 \pm j \omega_r, p_2) = 0, \\ K''_{пр} &= K_{ин1}^{(3)} (p_1 \pm j \omega_r, p_2, p_3) = \\ &= \frac{2 G_c [G_0 (G_n + G_c) D - G_1 (G_n + G_c) C + 2 D G_n G_c]}{[G_0 (G_n + G_c) + 2 G_n G_c]^2 - 0,5 G_1^2 (G_n + G_c)^2}, \end{aligned} \right\} \quad (5.11)$$

где  $A, B, C, D$  вычисляются по формулам (5.5).

Таким образом, при использовании метода рядов Вольтерра усложнение схемы смесителя не приводит к усложнению процедуры решения и результирующих выражений.

Из (5.11) и (5.4) нетрудно получить относительные параметры нелинейности в режиме преобразования  $y_{2пр}$  и  $y_{3пр}$ :

$$y_{3пр} = \frac{\alpha^2 \theta^2 (l_4 + l_3 \theta + l_2 \theta^2 + l_1 \theta^3 + l_0 \theta^4)}{2 (B_0^2 - 2B_1^2) (m_6 + m_5 \theta + m_4 \theta^2 + m_3 \theta^3 + m_2 \theta^4 + m_1 \theta^5 + m_0 \theta^6)}, \quad (5.12)$$

$$\text{где } l_0 = 128 B_1^3 - 3200/3 B_0^2 B_1; \quad l_1 = \alpha I_0 B_0 B_1 (1760/3 B_1^2 - 1120 B_0^2); \\ l_2 = \alpha^2 I_0^2 B_1 (192 B_1^4 + 360 B_0^2 B_1^2 + 480 B_0^4); \quad l_3 = \alpha^3 I_0^3 B_0 B_1 (52 B_1^4 + \\ + 266/3 B_0^2 B_1^2 - 298/3 B_0^4); \quad l_4 = \alpha^4 I_0^4 B_1 (-8 B_0^6 + 15 B_0^4 B_1^2 - 8 B_0^2 B_1^4 - 16 B_1^6); \\ m_0 = 64; \quad m_1 = 192 \alpha I_0 B_0; \quad m_2 = 48 \alpha^2 I_0^2 (5 B_0^2 - 2 B_1^2); \\ m_3 = 32 \alpha^3 I_0^3 B_0 (5 B_0^2 - 6 B_1^2); \quad m_4 = 12 \alpha^4 I_0^4 (B_0^2 - 2 B_1^2) (5 B_0^2 - 2 B_1^2); \\ m_5 = 12 \alpha^5 I_0^5 B_0 (B_0^2 - 2 B_1^2)^2; \quad m_6 = \alpha^6 I_0^6 (B_0^2 - 2 B_1^2)^3.$$

На рис. 5.4 приведены зависимости, рассчитанные по (5.11) и (5.12).

Из характеристик рис. 5.4 и анализа (5.11), (5.12) следует:

1. Нелинейные искажения 2-го порядка в полностью симметричной балансной схеме отсутствуют. Разбаланс параметров элементов приводит к появлению «остаточных» НИ [22].

2. Аналогично одноконтному смесителю в этом случае присутствует «нулевая точка» зависимости  $y_{3пр} = f(\theta)$ , а также имеется максимум  $K_{пр}$ .

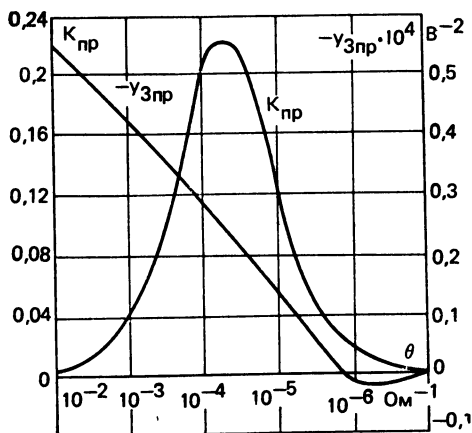


Рис. 5.4. Характеристики коэффициента преобразования и относительных параметров нелинейности балансного диодного смесителя

3. Сравнительно с одноконтным смесителем максимальное значение  $K_{пр}$  и «нулевая точка» смещаются в область меньших  $G_c$  и  $G_n$ .

4. Из изложенного следует, что переход к баланскому принципу построения требует изменения рекомендаций по повышению эффективности его использования сравнительно с одноконтной схемой.

В случае интенсивного колебания гетеродина в [105] были определены численные методом параметры матрицы  $\|G(t)\|$  эквивалентного НПЭ и найден коэффициент взаимной модуляции

как функция  $\gamma U_{гм}$  при гармоническом гетеродине. Там же получены аналитические зависимости ядер 1-го и 3-го порядков эквивалентных НПЭ при прямоугольном гетеродине в предположении, что  $U_{гм} \gg E$  ( $E$  — напряжение смещения характеристики диода):

$$\left. \begin{aligned} G_1 &= \frac{2\gamma}{\pi} \frac{I_{дм}}{2 + \gamma R' I_{дм}}, \\ G_1' &= \frac{4\gamma^3}{\pi} \frac{I_{дм} (1 - 4\gamma R'_r I_{дм})}{(1 + 2\gamma R'_r I_{дм}) (2 + \gamma R' I_{дм})^4}, \end{aligned} \right\} \quad (5.13)$$

где  $I_{дм} \approx (U_{гм} - E)/2R'_r$ ;  $R' = R_c + R_n + 2r_6$ ;  $R'_r = R_r + 0,5r_6$ .

Из (5.12), (5.13) можно сделать следующие выводы:

1. Как при неинтенсивном, так и при интенсивном колебании гетеродина имеют место «нулевые точки» по 3-му порядку (очевидно, НИ по 2-му порядку при идентичных диодах равны нулю).

2. Как указано в [105], сравнение режима работы преобразователя при прямоугольном и гармоническом гетеродинах показывает преимущество прямоугольной формы колебания, так как в этом случае коэффициент взаимной модуляции может быть уменьшен более чем на порядок.

3. Вариацией  $G_c$  и  $G_n$  можно добиться «нулевых точек» по 3-му порядку.



### 5.1.3. НЕЛИНЕЙНЫЕ ИСКАЖЕНИЯ В КОЛЬЦЕВОМ ДИОДНОМ СМЕСИТЕЛЕ

Схема кольцевого диодного смесителя изображена на рис. 5.5а, а его эквивалентная схема — на рис. 5.5б.

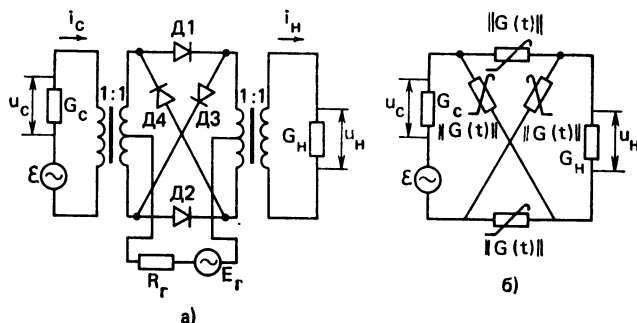


Рис. 5.5. Схема кольцевого диодного смесителя:  
а — принципиальная; б — эквивалентная

Расчет схемы при неинтенсивном колебании гетеродина для идентичных параметров диодов и  $N=1$  по методике, изложенной в 3.2.3, позволяет получить аналитические зависимости для интересующих нас величин:

$$\left. \begin{aligned} K_{\text{пр}} &= \frac{4 G_1 G_c^2 G_H}{[G_0 (G_H + G_c) + 2 G_H G_c]^2 - 0,5 G_1^2 (G_H + G_c)^2}, \\ K'_{\text{пр}} &= 0, \\ K''_{\text{пр}} &= \frac{4 G_c [G_0 (G_H + G_c) D - G_1 (G_H + G_c) C + 2 G_H G_c D]}{[G_0 (G_H + G_c) + 2 G_H G_c]^2 - 0,5 G_1^2 (G_H + G_c)^2}, \end{aligned} \right\} \quad (5.14)$$

где  $G_{д10} = G_{д20} = G_{д30} = G_{д40} = G_0$ ;  $G_{д11} = G_{д21} = -G_{д31} = -G_{д41} = G_1$ ,  
 $G'_{д10} = -G'_{д20} = G'_{д30} = -G'_{д40} = G'_0$ ;  $G'_{д11} = -G'_{д21} = -G'_{д31} = G'_{д41} = G'_1$ ;  
 $G''_{д10} = G''_{д20} = G''_{д30} = G''_{д40} = G''_0$ ;  $G''_{д11} = G''_{д21} = -G''_{д31} = -G''_{д41} = G''_1$ ;  
 $C$  и  $D$  вычисляются по формулам (5.5).

На рис. 5.6 построены зависимости величин с учетом параметрических коэффициентов матрицы  $\|G(t)\|$ , определенных из (5.4). Из характеристик на рис. 5.6 и анализа (5.14) следует:

1) коэффициент преобразования  $K_{\text{пр}}$  возрастает в 2 раза по сравнению с балансной схемой преобразователя;

2) нелинейные искажения 3-го порядка также возрастают в 2 раза, вследствие этого относительный параметр нелинейности

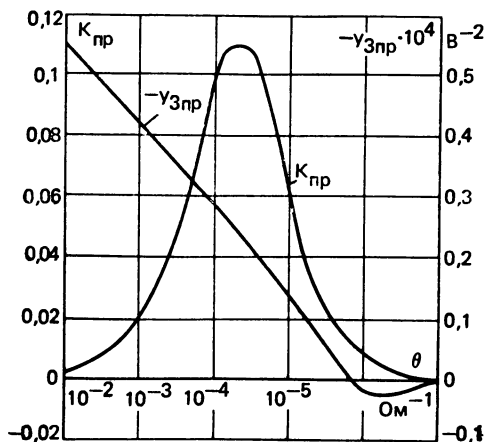


Рис. 5.6 Характеристики коэффициента преобразования и относительных параметров нелинейности кольцевого диодного смесителя

$y_{3пр}$  кольцевого диодного смесителя определяется тем же выражением, что и для балансного смесителя;

3) нелинейные искажения 2-го порядка аналогично балансной схеме при условии точной балансировки отсутствуют;

4) как показано в [22, 106], кольцевой смеситель имеет преимущество перед однотактным и балансным преобразователями в уменьшении числа паразитных каналов приема, обусловленных преобразованием на гармониках сигнала и гетеродина.

В случае интенсивного колебания гетеродина расчет в [105] при  $\gamma I_0 R_H \ll 1$  и тех же допущениях, что и для балансной схемы, показывает, что величины  $G_1$  и  $G''_1$  в 2 раза больше соответствующих параметров последней. Иначе говоря, НИ по 3-му порядку обеих схем при перечисленных выше допущениях одинаковы.

## 5.2. Преобразователи частоты на биполярных и полевых транзисторах

### 5.2.1. ПРЕОБРАЗОВАТЕЛИ ЧАСТОТЫ НА БИПОЛЯРНЫХ ТРАНЗИСТОРАХ

Рассмотрим одну из моделей биполярного транзистора [22], представленную на рис. 5.7, где  $g_{бэ} = (1-\alpha)/r_э$ ;  $C_{бэ} = 1/2\pi f_\alpha r_э$ ;  $S = \alpha/r_э$ .

Следуя [22], будем считать, что под влиянием колебания гетеродина у транзистора изменяется только сопротивление эмиттерного  $p$ - $n$ -перехода  $r_э$ . Вольт-амперная характеристика перехода имеет вид

$$i_э = I_{э0} \left( e^{\gamma u'_1} - 1 \right). \quad (5.15)$$

В этом случае аналогично диоду могут быть определены параметрические коэффициенты матрицы  $\|r_э(t)\|$  или, что то же самое,  $\|g_{бэ}(t)\|$  и  $\|S(t)\|$ . Таким образом, метод анализа преобразователей на биполярных транзисторах сводится к анализу диодных преобразователей, рассмотренных в § 5.1.

В [22] для расчета параметрических коэффициентов использован численный метод на ЭВМ, в [10] — метод специальной  $G$ -функции.

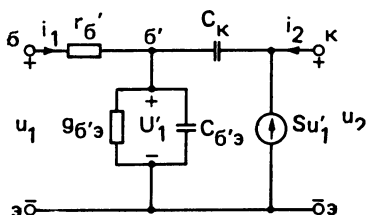


Рис. 5.7. Высокочастотная эквивалентная схема биполярного транзистора

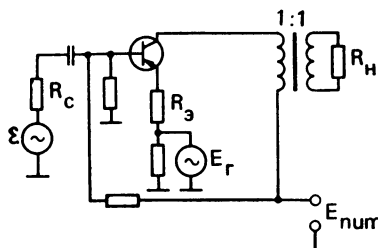


Рис. 5.8. Схема преобразователя частоты на транзисторе

На рис. 5.8 приведена одна из возможных схем преобразователя частоты с напряжением гетеродина, введенным в цепь эмиттера. В [22] для последней схемы с использованием модели рис. 5.7 получены характеристики относительного параметра нелинейности  $y_{3пр}$  и показано, что уменьшение НИ наблюдается при увеличении  $\rho_{тр} = R'_э + r_б \cdot (1 - \alpha) I_{э0}$  и  $\gamma U_{gm}$ ; причем если  $\rho_{тр}$  мало, то для получения минимальных искажений следует увеличивать интенсивность гетеродина ( $U_{gm}$ ).

При аппроксимации характеристики транзистора специальной  $G$ -функцией в [10] получены зависимости НИ от напряжения гетеродина при различных углах отсечки, из которых следует вывод о том, что оптимальный угол отсечки оказывается несколько меньше  $90^\circ$ .

## 5.2.2. ПРЕОБРАЗОВАТЕЛИ ЧАСТОТЫ НА ПОЛЕВЫХ ТРАНЗИСТОРАХ

Структурная схема преобразователя на полевом транзисторе приведена на рис. 5.9. Простейшая нелинейная модель внутреннего транзистора ВТ в области умеренно высоких частот содержит один нелинейный элемент (см. 2.4.2) — эквивалентный генератор тока, управляемый входным напряжением ВТ  $u_1$ . Харак-

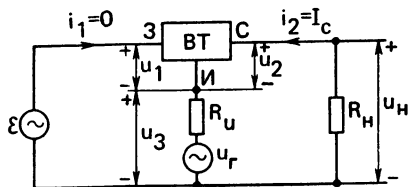


Рис. 5.9. Структурная схема преобразователя частоты на полевом транзисторе (ВТ — «внутренний транзистор»)

теристика генератора в режиме КЗ в его выходной цепи в насыщенном режиме имеет вид

$$I_c = I_{c.но} \left( 1 - \frac{u_{э.н}}{U_0} \right)^2, \quad (5.16)$$

где  $I_{c.но}$ ,  $U_0$  — параметры транзистора.

Используя метод  $n$ -ординат, можно получить параметрические коэффициенты эквивалентного НПЭ, учитывающего сопротивление истока  $R_n$  [22]. Однако решение задачи существенно упрощается, если положить  $R_n = 0$  при расчете параметрических коэффициентов и  $R_n \neq 0$  при расчете нелинейной передаточной характеристики каскада «вход-выход».

Определим матрицу параметров полевого транзистора в режиме преобразования частоты, которая при  $Y_{22} = Y_{12} = Y_{11} = 0$  сводится к матрице  $\|Y_{21}(t)\|$ . Тогда при  $U_{гм} \gg u_c(u_n)$

$$\left. \begin{aligned} Y_{21}^0(t) &= Y_{21}^{00} + \sum_{n=1}^N Y_{21}^{0n} \cos n \omega_r t, \\ Y_{21}^i(t) &= Y_{21}^{i0} + \sum_{n=1}^N Y_{21}^{in} \cos n \omega_r t. \end{aligned} \right\} \quad (5.17)$$

При аппроксимации ВАХ полевого транзистора в соответствии с (5.16) выражение (5.17) при  $u_3 = U_- + U_{гм} \cos \omega_r t$  имеет вид

$$Y_{21}^{00} = \left( \frac{U_-}{U_0} - 1 \right)^2 \frac{I_{c.но}}{U_0}, \quad Y_{21}^{01} = \frac{2 I_{c.но} U_{гм}}{U_0^2}, \quad Y_{21}^{10} = \frac{I_{c.но}}{U_0^2}.$$

Таким образом, в отличие от диодов и биполярных транзисторов, матрица параметров полевого транзистора при перечисленных допущениях содержит всего лишь три члена.

Рассчитаем схему рис. 5.9 при аппроксимации ВАХ полевого транзистора выражением (5.16). Система уравнений во временной области:  $i_2 = f(u_1)$ ,  $u_1 + i_2 R_n = e$ ,  $i_2 R_n + i_2 R_n + u_2 = 0$ .

Используя методику § 3.2 и табл. 3.1, нетрудно получить систему уравнений НПЦ:

для ядра 1-го порядка:

$$\begin{aligned} K_{i20} R_n + K_{u10} &= 1, & K_{i21} R_n + K_{u11} &= 0, \\ K_{i20} (R_n + R_n) + K_{u20} &= 0, & K_{i21} (R_n + R_n) + K_{u21} &= 0, \\ K_{i20} - Y_{21}^{00} K_{u10} - 0,5 Y_{21}^{01} K_{u11} &= 0, & K_{i21} - Y_{21}^{00} K_{u11} - Y_{21}^{01} K_{u10} &= 0; \end{aligned}$$

для ядер высших порядков:

$$\begin{aligned} K_{i20} R_n + K_{u10} &= 0, & K_{i20} (R_n + R_n) + K_{u20} &= 0, \\ K_{i20} - Y_{21}^{00} K_{u10} - 0,5 Y_{21}^{01} K_{u11} &= \begin{cases} A & \text{для 2-го порядка,} \\ C & \text{для 3-го порядка,} \end{cases} \\ K_{i21} R_n + K_{u11} &= 0, & K_{i21} (R_n + R_n) + K_{u21} &= 0, \\ K_{i21} - Y_{21}^{00} K_{u11} - Y_{21}^{01} K_{u10} &= \begin{cases} B & \text{для 2-го порядка,} \\ D & \text{для 3-го порядка,} \end{cases} \end{aligned}$$

где  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$  определяются по формулам, аналогичным (5.5).

Решение системы для интересующих величин:

$$K_{\text{пр}} = \frac{2 \bar{I}_{\text{с.но}} \bar{U}_{\text{гм}} R_{\text{н}}}{[1 + 2 \bar{I}_{\text{с.но}} (\bar{U} - 1) R_{\text{н}}]^2 - 2 \bar{I}_{\text{с.но}}^2 \bar{U}_{\text{гм}}^2 R_{\text{н}}^2} ; \quad (5.18)$$

$$y_{2\text{пр}} = - \frac{2 R_{\text{н}} \bar{I}_{\text{с.но}} \{2 \bar{I}_{\text{с.но}}^2 [6 (\bar{U} - 1)^2 + \bar{U}_{\text{гм}}^2] R_{\text{н}}^2 + 12 \bar{I}_{\text{с.но}} (\bar{U} - 1) R_{\text{н}} + 3\}}{U_0 \{2 \bar{I}_{\text{с.но}}^2 [2 (\bar{U} - 1)^2 - \bar{U}_{\text{гм}}^2] R_{\text{н}}^2 + 4 \bar{I}_{\text{с.но}} (\bar{U} - 1) R_{\text{н}} + 1\}^2} ; \quad (5.19)$$

$$y_{3\text{пр}} = 40 R_{\text{н}}^2 \frac{\bar{I}_{\text{с.но}}^2 \{[1 + 2 R_{\text{н}} \bar{I}_{\text{с.но}} (\bar{U} - 1)]^2 + 2 R_{\text{н}}^2 \bar{I}_{\text{с.но}}^2 \bar{U}_{\text{гм}}^2\}^2 - 3,2 R_{\text{н}}^4 \bar{I}_{\text{с.но}}^4 \bar{U}_{\text{гм}}^4}{U_0^2 \{[1 + 2 R_{\text{н}} \bar{I}_{\text{с.но}} (\bar{U} - 1)]^2 - 2 R_{\text{н}}^2 \bar{I}_{\text{с.но}}^2 \bar{U}_{\text{гм}}^2\}^3} , \quad (5.20)$$

где  $\bar{I}_{\text{с.но}} = I_{\text{с.но}}/U_0$ ;  $\bar{U} = U_-/U_0$ ;  
 $\bar{U}_{\text{гм}} = U_{\text{гм}}/U_0$ .

На рис. 5.10 приведены зависимости, рассчитанные по (5.18) — (5.20). Отсюда следует:

1) при работе без отсечки коэффициент преобразования имеет максимум при напряжении смещения  $U_- \approx (0,5 \div 0,6) U_0$ ; при увеличении  $U_{\text{гм}}$  величина  $K_{\text{пр}}$  пропорционально возрастает;

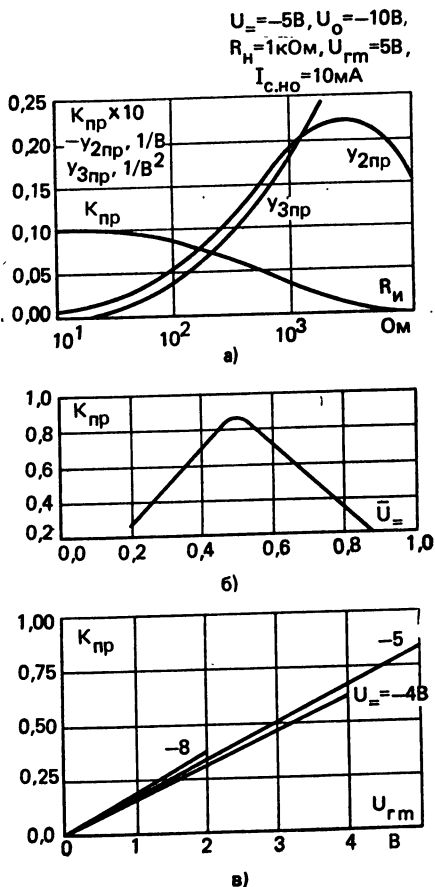
2) для уменьшения НИ необходимо выбирать  $R_{\text{н}}$  менее определенной величины, например при  $U_0 = -10 \text{ В}$   $R_{\text{н}} \leq 100 \text{ Ом}$ ;

3) при увеличении  $R_{\text{н}}$  величина  $K_{\text{пр}}$  уменьшается, а  $y_{2\text{пр}}$  и  $y_{3\text{пр}}$  имеют максимум при различных значениях  $R_{\text{н}}$ ;

4) при выбранной аппроксимации характеристик полевого транзистора отсутствуют «нулевые точки» для НИ как 2-го, так и 3-го порядков.

Рис. 5.10. Характеристики коэффициента преобразования и относительных параметров нелинейности преобразователя частоты на полевом транзисторе в зависимости от:

а — сопротивления истока; б — параметра  $\bar{U}_-$ ; в — амплитуды напряжения гетеродина



При учете  $R_n$  для расчета матрицы параметров  $\|Y(t)\|$  приходится иметь дело с неявной функцией.

$$i_c = I_{c.но} \left( 1 - \frac{u_a + i_c R_n}{U_0} \right)^n, \quad (5.21)$$

где  $n = 1,9 \div 2,2$  для полевых транзисторов с  $p$ - $n$ -затвором.

В этом случае при каждом  $R_n$  необходимо численно определить параметрические коэффициенты [56]. Там же дана область напряжений на затворе, при которых справедлива аппроксимация (5.16).

### 5.3. Предельный динамический диапазон усилительных каскадов

В связи с тенденцией к повышению степени линейности усилительных каскадов представляет интерес исследование предельных возможностей линеаризации. В качестве контролируемого параметра примем величину предельно достижимого динамического диапазона, учитывающего одновременно как шумовые, так и нелинейные свойства. Если определение шумовых характеристик каскада не встречает принципиальных трудностей [45, 58], то исследование его нелинейных свойств в общем случае затруднительно. Однако последняя задача существенно упрощается при условном выделении на передаточной характеристике безынерционного каскада  $y=f(x)$ , где  $x$  и  $y$  — соответственно входное воздействие и отклик от него (напряжения, токи), двух областей (рис. 5.11): несущественной ( $A$ ) и существенной ( $B$ ) нелинейности [39]. Так как нелинейность зависимости  $y=f(x)$  в области  $B$  существенно превышает нелинейность в области  $A$ , то исследование динамического диапазона для

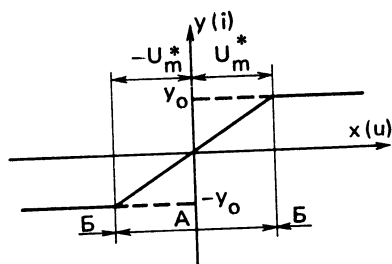


Рис. 5.11. К определению области существенной и несущественной нелинейности усилительного тракта

последней области дает предельное значение в том смысле, что это значение не может быть превышено для данного тракта. Кроме того, по мере повышения степени его линейности фактические величины  $D$  для всех видов нелинейных критериев приближаются к своим предельным значениям. Выполненное в [39] исследование, однако, оказывается неполным, так как не содержит анализа динамического диапазона при всех возможных воздействиях (как

регулярных, так и случайных), влияния схемы включения усилительных приборов в каскаде, а также ряда эффективных методов управления динамическим диапазоном (изменением сопротивле-

ний источника сигнала, введением обратных связей различных видов и т. д.).

Воспользуемся выражением для динамического диапазона [39]

$$D = P_c/P_{\text{ш}} = P_d/NkT\Delta F, \quad (5.22)$$

где  $P_{\text{ш}} = NkT\Delta F$  определяется в режиме согласования;  $P_d$  — допустимая входная мощность каскада, соответствующая максимально возможной величине амплитуды сигнала  $U_m^* = E_0$  (см. рис. 5.11), превышение которой приводит к возникновению НИ.

Величина  $P_d$  может быть выражена следующим образом:

$$P_d = P_0 \eta / K_p, \quad (5.23)$$

где  $P_0$  — мощность, потребляемая от источника питания;  $\eta$  — КПД каскада при максимальной выходной мощности;  $K_p$  — номинальный коэффициент усиления по мощности.

Используя (5.22) и (5.23), получаем  $D = P_0 \eta / NkT\Delta F K_p$ .

Таким образом, для расширения динамического диапазона каскада необходимо использовать более мощные УП, режимы работы с высоким КПД, работать с минимальными допустимыми величинами усиления  $K_p$  и коэффициента шума  $N$ . Эти рекомендации соответствуют использованию в современных высоколинейных высокочастотных трактах мощных малошумящих УП, например биполярных и полевых транзисторов типа КТ610Б, КТ904, КП902, КП903 и др.

В [39] предполагалось, что величины  $P_d$ ,  $N$  и характеристики рис. 5.11 относятся к каскаду в целом, безотносительно к его структуре. Однако возможен другой подход к проблеме исследования предельных возможностей усилительных каскадов: величины  $P_d$  и  $N$  относятся к используемому УП и считаются заданными, а сам УП может включаться в типовые для усилительной техники структуры — с реальными источниками сигналов, цепями обратной связи различных видов, с разными способами включения УП и т. д. В этом случае представляется возможным исследовать влияние указанных факторов на предельные значения динамического диапазона каскада с УП, имеющего заданные свойства.

Ниже применен упрощенный метод, основанный на представлении характеристик УП в виде кусочно-линейных зависимостей, что позволяет решить задачу определения  $P_d$  с использованием приемов анализа линейных цепей.

### 5.3.1. ИЗМЕНЕНИЕ СОПРОТИВЛЕНИЯ ИСТОЧНИКА СИГНАЛА $R_g$

Найдем соответствующие составляющие выражения (5.22) для структуры рис. 4.1. Мощность

$$P_d = P(1 + \xi)/\xi, \quad (5.24)$$

где  $P = U^2_{\text{д}} G_{11}/2$  — максимальная мощность сигнала или помехи на входе УП, определяемая допустимой степенью НИ;  $\xi = G_r/G_{11}$ ;  $G_r = 1/R_r$ .

Нетрудно видеть, что мощность шумов для схемы рис. 4.1

$$P_{\text{ш}} = 4kT\Delta FN/(1+\xi), \quad (5.25)$$

а величина коэффициента шума  $N = \alpha R_r + \frac{\beta}{R_r} + \gamma = \frac{\alpha_1}{\xi} + \beta_1 \xi + \gamma$ , где  $\alpha_1 = \alpha/G_{11}$ ;  $\beta_1 = \beta G_{11}$ ;  $N = N_m$  при  $R_r = R_o$  (режим наивысшей чувствительности усилителя).

Тогда из (5.22), (5.24), (5.25) получаем

$$D = \frac{P_{\text{п}}}{4kT\Delta F} S(\xi), \quad (5.26)$$

$$\text{где } S(\xi) = \frac{(1+\xi)^2}{\beta_1 \xi^2 + \gamma \xi + \alpha_1}.$$

Как следует из (5.26), величина  $D$  зависит от  $G_r$ , т. е.  $\xi$ . Исследование (5.26) на экстремум позволяет определить точки максимума (минимума)

$$\xi_{1,2}^* = \frac{-(\alpha_1 - \beta_1) \pm \sqrt{(\alpha_1 - \beta_1)^2 + (\gamma - 2\alpha_1)(\gamma - 2\beta_1)}}{\gamma - 2\beta_1}. \quad (5.27)$$

Из (5.27) следует, что во всем интервале изменения  $\xi \geq 0$  в общем случае возможен лишь один экстремум при удовлетворении условию  $(\gamma - 2\alpha_1)(\gamma - 2\beta_1) > 0$ , в противном случае зависимость  $S(\xi)$  монотонна. Характер зависимости  $S(\xi)$  приведен в [29] (рис. 5.12). Из рисунка следует:

1. Зависимости вида рис. 5.12 являются обобщенными характеристиками как динамического диапазона ( $D$ ), так и чувстви-

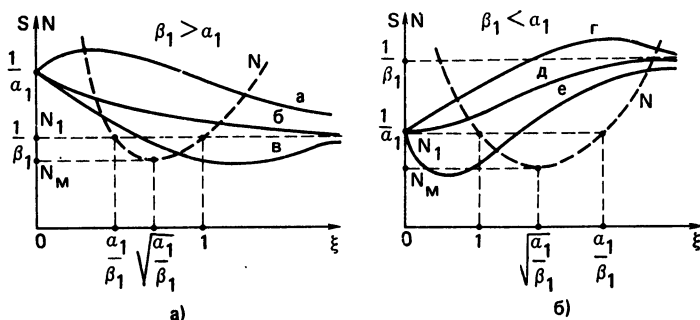


Рис. 5.12. Сравнительное влияние нормированной проводимости источника сигнала усилительного тракта на величину относительного предельного динамического диапазона и коэффициента шума для различных соотношений параметров:

$a - \gamma - 2\alpha_1 < 0, \gamma - 2\beta_1 < 0$ ;  $б - \gamma - 2\alpha_1 > 0, \gamma - 2\beta_1 < 0$ ;  $в - \gamma - 2\alpha_1 > 0, \gamma - 2\beta_1 > 0$ ;  $г - \gamma - 2\alpha_1 < 0, \gamma - 2\beta_1 < 0$ ;  $д - \gamma - 2\alpha_1 < 0, \gamma - 2\beta_1 > 0$ ;  $е - \gamma - 2\alpha_1 > 0, \gamma - 2\beta_1 > 0$



тельности ( $N$ ) каскада во всем возможном интервале изменения  $\xi$ .

2. Величины  $\xi$ , соответствующие наилучшему использованию УП по  $D$ ,  $N$  и усилительной опоспособности ( $K_P$ ), в общем случае могут не совпадать.

3. Для одновременного удовлетворения наилучшему использованию УП по  $D$ ,  $N$  и  $K_P$  необходимо согласовать величины параметров тракта в соответствии с равенствами:

$$\xi_0 = \sqrt{\alpha_1/\beta_1} = \xi_1^* \text{ для } D_m, N_m;$$

$$\xi_0 = \xi_1^* = 1 \text{ для } D_m, N_m, K_{P_m} \text{ и т. д.}$$

Так как одному и тому же значению  $N$  в общем случае соответствуют два значения  $\xi$  и, следовательно,  $D$ , то зависимость  $D = f(N)$  может иметь двузначный характер (например, для случая практически совпадающих областей максимума  $D$  и минимума  $N$  (рис. 5.13) зависимость  $a$ ). Характер двузначной зависимости определяется симметрией характеристик  $N(\xi)$  и  $D(\xi)$  вблизи  $\xi = \sqrt{\alpha_1/\beta_1}$ . Для несовпадающих областей с ухудшением чувствительности возможно как увеличение ( $b$ ), так и уменьшение ( $b$ )  $D$  на одной или обеих ветвях зависимости  $D = f(N)$ .

5. Характеристики подобные рис. 5.12 и 5.13, нетрудно построить для конкретного УП при минимальном объеме требуемой информации и дать рекомендации по компромиссному выбору сопротивления источника сигнала, удовлетворяющему предельно достижимому значению  $D$  при контролируемых величинах  $N$  и  $K_P$ .

6. Выражение (5.22), полученное в [39], как следует из сравнения (5.22) и (5.24), соответствует частному режиму согласования входной цепи УП с источником сигнала по мощности ( $\xi = 1$ ) и в общем случае не является выражением предельного значения динамического диапазона каскада. В качестве последнего, очевидно, может быть принято

$$D_m = \frac{P_d}{4 k T \Delta F} S(\xi^*),$$

где  $\xi^*$  — значение  $\xi_{1,2}$ , соответствующее максимальной величине  $D = D_m$ .

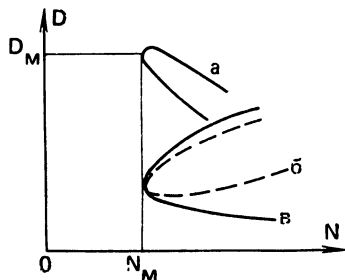


Рис. 5.13. Возможные виды функциональных характеристик, выражающих связь предельного динамического диапазона и коэффициента шума

### 5.3.2. ВЛИЯНИЕ СХЕМЫ ВКЛЮЧЕНИЯ УСИЛИТЕЛЬНОГО ПРИБОРА

При смене общего электрода УП величина допустимой рассеиваемой мощности в УП не изменится и поэтому не изменится величина  $I_0$  (см. рис. 5.11, где  $Y_0=I_0$ ). Известно также [44, 45], что величины оптимального сопротивления источника  $R_{об}$ , соответствующие  $N_m$ , в первом приближении мало зависят от схемы включения. Используя эту закономерность, а также типовые значения  $\alpha$ ,  $\beta$  и  $\gamma$  для малоомощного и мощного биполярных транзисторов, проведем сравнение относительно динамического диапазона  $S$  для схем включения транзистора с общим эмиттером (ОЭ), общей базой (ОБ), общим коллектором (ОК).

Для этого составим неравенства, с помощью которых качественно оценим поведение и определим величину возможного выигрыша в динамическом диапазоне при различных схемах включения УП.

1. Для малоомощного транзистора:

ОЭ:  $\beta_1 < \alpha_1$ ,  $\gamma - 2\alpha_1 > 0$ ,  $\gamma - 2\beta_1 > 0$  — кривая *e* на рис. 5.12,  $S_{оэ} \approx 2,5$  в соответствии с (5.26);

ОБ:  $\beta_1 > \alpha_1$ ,  $\gamma - 2\alpha_1 > 0$ ,  $\gamma - 2\beta_1 < 0$  — кривая *б* на рис. 5.12,  $S_{об} \approx 5,0$ ;

ОК:  $\beta_1 < \alpha_1$ ,  $\gamma - 2\alpha_1 > 0$ ,  $\gamma - 2\beta_1 > 0$  — кривая *e* на рис. 5.12,  $S_{ок} \approx 2,5$ .

Характер зависимостей  $N$  и  $S$  для малоомощных биполярных транзисторов показан на рис. 5.14а. Величина возможного выигрыша в величине динамического диапазона схемы включения с ОБ по сравнению со схемами с ОЭ и ОК составляет  $S_{об}/S_{оэ(ок)}$ , т. е. 8—15 дБ.

2. Для мощного транзистора:

ОЭ, ОК:  $\beta_1 > \alpha_1$ ,  $\gamma - 2\alpha_1 > 0$ ,  $\gamma - 2\beta_1 > 0$  — кривая *в* на рис. 5.12,  $S_{э(ок)} \approx 2,5$ ;

ОБ:  $\beta_1 > \alpha_1$ ,  $\gamma - 2\alpha_1 > 0$ ,  $\gamma - 2\beta_1 < 0$  — кривая *б* на рис. 5.12.

Нетрудно видеть, что  $S_{об}/S_{э(ок)} \approx 7-12$  дБ.

Характер зависимостей  $N$  и  $S$  для этого случая показан на рис. 5.14 б. На основании (5.26) может быть получено общее выражение  $S/N_m = (1 + \xi_0)^2 / \xi_0$ . Поскольку для схемы с ОБ  $\xi_0$  мало, то  $S_{об}/N_m \approx 1/\xi_0$  (ОБ); величина выигрыша в общем случае составит

$$S_{об}/S_{э(ок)} \approx \xi_0(э)/\xi_0(об) [1 + \xi_0(э)]^2.$$

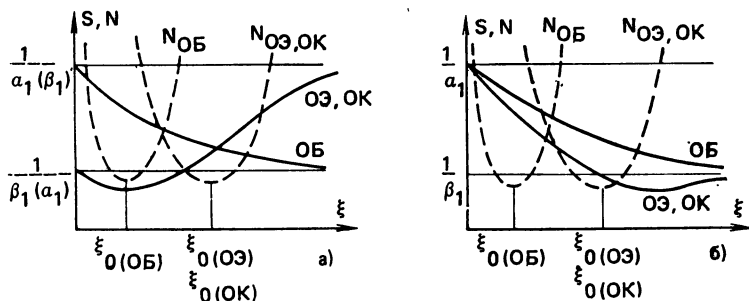


Рис. 5.14. Вид зависимостей относительного предельного динамического диапазона и коэффициента шума усилительного каскада от нормированной проводимости источника сигнала для различных схем включения усилительного прибора: а — малоомощный транзистор; б — мощный транзистор

Используя справочные сведения о  $P_0$  и коэффициентах шума  $N$  для четырех основных классов современных УП, рассчитывают усредненные предельные величины  $D_i(K_P=5)$ , представленные в табл. 5.2.

Величины частных динамических диапазонов  $D_{бл}$ ,  $D_{21}$ ,  $D_{пер}$  определены в соответствии с § 6.1.

Класс УП	Динамический диапазон	Схема включения УП			Примечание
		ОЭ (ОИ)	ОБ (ОЗ)	ОК (ОС)	
Маломощный биполярный	$D$	136	146	136—130	$d^*=1,4$ $m=0,3$ $K_{пер}=10\%$ $K_{21}$ определено при уровне колебаний интермодуляции, равном уровню шумов; $\Delta F=10$ кГц $T=300$ К
	$D_{бл}$	139	149	139—133	
	$D_{21}$	130	140	130—124	
	$D_{пер}$	134	144	134—128	
Мощный биполярный	$D$	148	158	148—142	
	$D_{бл}$	151	161	151—145	
	$D_{21}$	142	152	142—136	
	$D_{пер}$	146	156	146—140	
Маломощный полевой	$D$	127	—	—	
	$D_{бл}$	130			
	$D_{21}$	121			
	$D_{пер}$	125			
Мощный полевой	$D$	147	—	—	
	$D_{бл}$	150			
	$D_{21}$	141			
	$D_{пер}$	145			

\* См. (6.6).

Из изложенного следует:

1. Схема включения УП с ОБ имеет преимущество в величине динамического диапазона по сравнению со схемами включения с ОЭ и ОК. Выигрыш в предельных величинах составляет 7—15 дБ.

2. Схемы включения с ОЭ и ОК приблизительно равноценны по величине динамического диапазона.

3. Мощные УП позволяют получить большие величины  $D$ , причем выигрыши сравнительно с маломощными УП составляют около 10—20 дБ.

### 5.3.3. ВЛИЯНИЕ ЛИНЕЙНЫХ ОТРИЦАТЕЛЬНЫХ ОБРАТНЫХ СВЯЗЕЙ

Для получения основополагающих результатов рассмотрим каноническую структуру (см. рис. 4.16). При введении ЛООС этого вида величина  $I_0$  тракта, очевидно, не изменится, а входное сопротивление тракта возрастет в соответствии с величиной  $A$ , равной глубине ЛООС. Используя (5.26), нетрудно показать, что динамический диапазон тракта с обратной связью

$$D_{\text{лоос}} = DA \frac{\xi_1^2 + 2\xi_1 + 1}{\beta_1 \xi_1^2 + \gamma \xi_1 + \alpha_1}, \quad (5.28)$$

где  $\xi_1 = A\xi$ .

Сравнивая (5.26) и (5.28), можно сделать вывод о том, что динамический диапазон с введением обратной связи увеличивается в  $A$  раз, однако масштаб осей  $\xi$  на рис. 5.12, 5.14 изменится также в  $A$  раз.

При конкретизации вида связи результаты ее влияния на динамический диапазон могут количественно отличаться от приведенных выше. Рассмотрим два характерных случая.

*Параллельная ЛООС по напряжению (см. рис. 4.17).* Введение ЛООС параллельного вида не изменяет величины  $I_0$ . Можно также в первом приближении считать, что величины  $N_m$  и  $R_0$  в области практически используемой глубины связи этого вида мало зависят от ее абсолютного значения. Нетрудно показать, что при введении ЛООС

$$P_{\text{д. л.о.о.с.}} = P_c \frac{[1 + R_r G_{11} (1 + \lambda)] (1 + \lambda)}{1 + R_r G_{11}}; \quad P_{\text{ш. л.о.о.с.}} = P_{\text{ш}} \frac{(1 + R_r G_{11}) (1 + \lambda)}{1 + R_r G_{11} (1 + \lambda)}, \quad (5.29); \quad (5.30)$$

где  $\lambda = \tilde{G}/G_{11}$ ;  $P_c$  и  $P_{\text{ш}}$  — мощности соответственно источника сигнала и шума.

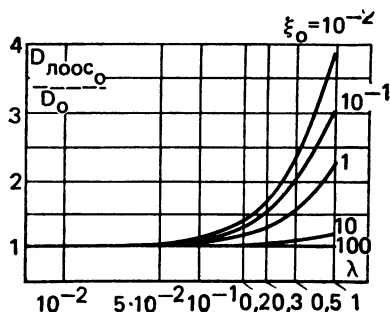
Из (5.29), (5.30) получаем, что использование ЛООС изменяет  $D$  следующим образом:

$$D_{\text{л.о.о.с.}} = D \left( \frac{1 + \lambda + \xi}{1 + \xi} \right)^2.$$

Для режима максимальной чувствительности ( $N = N_m$ )  $\xi = \xi_0 = \sqrt{\alpha_1/\beta_1}$  (см. рис. 5.12)

$$D_{\text{л.о.о.с.}0} = D_0 \left( \frac{1 + \lambda + \xi_0}{1 + \xi_0} \right)^2. \quad (5.31)$$

Зависимость  $D_{\text{л.о.о.с.}0}/D_0$  приведена на рис. 5.15. Из этой зависимости следует, что с увеличением глубины параллельной связи предельный динамический диапазон возрастает, причем тем сильнее, чем меньше величина  $\xi_0$  (т. е. величина  $G_r$ ).



*Последовательная ЛООС по току (см. рис. 4.19).* В отличие от предыдущего случая, коэффициент шума  $N$  здесь может отличаться от коэффициента шума  $N$  УП без ЛООС, что усложняет анализ.

Рис. 5.15. Характер относительного изменения предельного динамического диапазона усилительного каскада от параметра отрицательной параллельной обратной связи

Нетрудно показать, что

$$D_{\text{ЛОСС}} = P_{\text{д}} \frac{(1 + \xi) A}{1 + \xi A}; \quad P_{\text{ш ЛОСС}} = \frac{4 k T \Delta F N_{\text{ЛОСС}}}{1 + \xi A}, \quad (5.32); (5.33)$$

где  $A = 1 + G_{21} \tilde{R}$ .

Для случая максимальной чувствительности

$$D_{\text{ЛОСС } 0} = \frac{4 k T \Delta F N_{\text{м}} (1 + \xi) N_{\text{м ЛОСС}}}{1 + \xi N_{\text{м}} (1 + \xi A)},$$

где  $N_{\text{м ЛОСС}}$  — зависящая от глубины ЛООС функция минимального коэффициента шума УП с ЛООС, которую в соответствии с [61] можно вычислить следующим образом:

$$N_{\text{м ЛОСС}} = \left[ 1 + \frac{N_{\text{м}} - 1}{2} \left( K + \frac{1}{K} \right) \right], \quad (5.34)$$

$$\text{где } K = 1 + \frac{A - 1}{G_{21} R_0}.$$

В итоге из (5.32) — (5.34) получаем

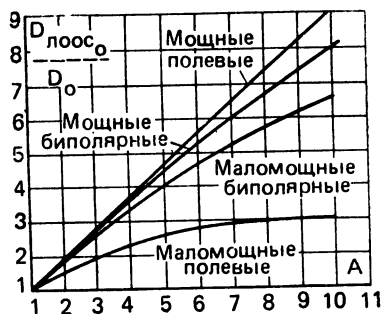
$$D_{\text{ЛОСС } 0} = D_0 A / N'_{\text{м}}, \quad (5.35)$$

$$\text{где } N'_{\text{м}} = \left[ 1 + \frac{N_{\text{м}} - 1}{2} \left( K + \frac{1}{K} \right) \right] \frac{K}{N_{\text{м}}}.$$

Усредненные величины  $D_{\text{ЛОСС } 0} / D_0$  в функции  $A$  для четырех классов УП приведены на рис. 5.16. Из рисунка и выражений (5.32) — (5.35) следует:

1) последовательная ЛООС более эффективно влияет на величину  $D$ , чем параллельная, однако при этом увеличивается коэффициент шума каскада;

Рис. 5.16. Усредненные характеристики относительного изменения предельного динамического диапазона каскада для различных видов усилительных приборов и разной глубины отрицательной последовательной обратной связи по току  $A$  (схемы включения с ОЭ и ОИ)



2) исходя из заданных величин  $N_{\text{м ЛОСС}}$  и  $D$  можно компромиссно выбрать требуемую величину глубины связи  $A$ ;

3) эффективность последовательной ЛООС выше при использовании более мощных транзисторов (как биполярных, так и полевых).

## 5.4. Практические схемы усилительных и преобразовательных каскадов с широким динамическим диапазоном

### 5.4.1. ШИРОКОПОЛОСНЫЕ И ВЫСОКОЧАСТОТНЫЕ УСИЛИТЕЛИ

Ориентировочное распределение границ динамических диапазонов, достижимых для усилителей в области умеренно высоких частот (до нескольких десятков МГц), приведено на рис. 5.17а.

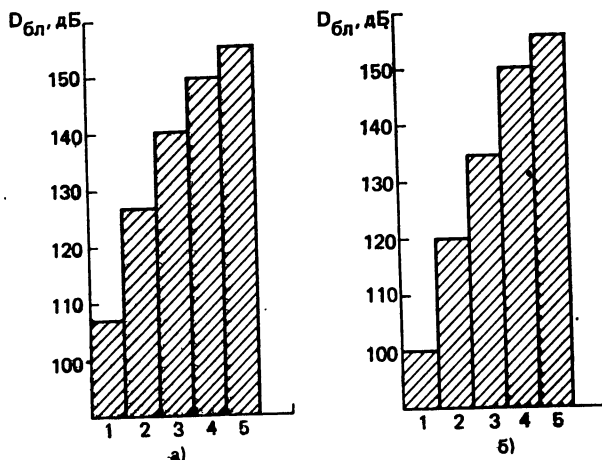


Рис. 5.17. Распределение границ динамического диапазона по блокированию ( $K_{бл}=10\%$ ,  $P=10$  кГц) некоторых видов схем: а — для усилителей; б — для преобразователей частоты

Эти результаты соответствуют экспериментальным и литературным данным [62, 10, 91, 92] для следующих видов усилителей, выполненных на современной компонентной базе ( $P=10$  кГц,  $K_{бл}=10\%$ ,  $P_{с.м.ш.}=P_{ш}$ ): 1 — на биполярных транзисторах; 2 — на полевых транзисторах; 3 — на мощных биполярных транзисторах; 4 — на основе повторителей (источковых и эмиттерных); 5 — для двухтактных усилителей на мощных СВЧ транзисторах с несколькими линейризующими цепями ЛООС.

Как видно из приведенных данных, наилучшие результаты в сверхлинейных трактах обеспечивают усилители на основе повторителей сигналов, мощных транзисторов и двухтактных схем, что подтверждает выводы, сделанные в главах 3, 4 и 6. На рис. 5.18 приведены схемы повторителей, предназначенных для работы в широкополосных усилителях высокой частоты или в усилителях активных антенн. Цепи источника сигнала и нагрузки каскадов здесь и далее не показаны.

Обе схемы имеют высокие входные сопротивления, равные входным сопротивлениям истоковых повторителей, и малые выходные сопротивления. Для уменьшения последних в схеме рис. 5.18 используются эмиттерный повторитель. Транзистор  $T2$  в обеих схемах предназначен для увеличения крутизны характеристики повторителя, что приближает коэффициент передачи к единице и уменьшает НИ (см. § 4.4). С этой же целью в схеме рис. 5.18б дополнительно используется цепь обратной связи  $C4$ , исключающая влияние нелинейности выходной цепи транзистора  $T1$  (см. 4.4.5), а также еще одна цепь положительной обратной связи  $C5$ , увеличивающая эквивалентное сопротивление нагрузки

повторителя. Характерной особенностью схем является малый коэффициент шума, практически обусловленный первым транзистором, обеспечивающим большое усиление по мощности и подавление шумов последующих цепей.

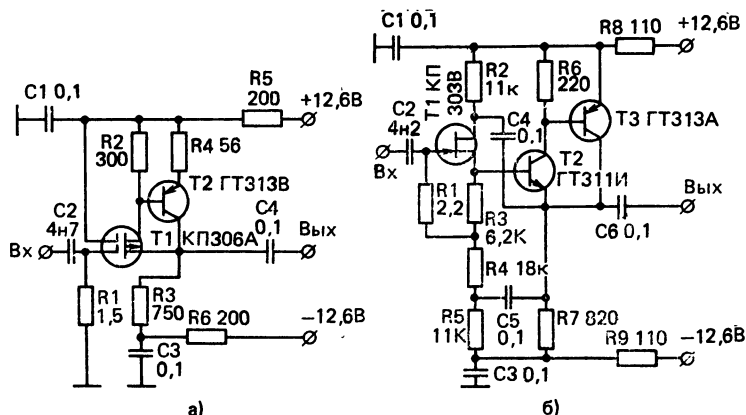


Рис. 5.18. Схемы высоколинейных широкополосных повторителей сигналов: а — на двух транзисторах; б — на трех транзисторах

Для увеличения коэффициента передачи каскада более единицы используется схема с широкополосным трансформатором или автотрансформатором (рис. 5.19). Коэффициент передачи по напряжению схемы 2—4, полоса пропускания

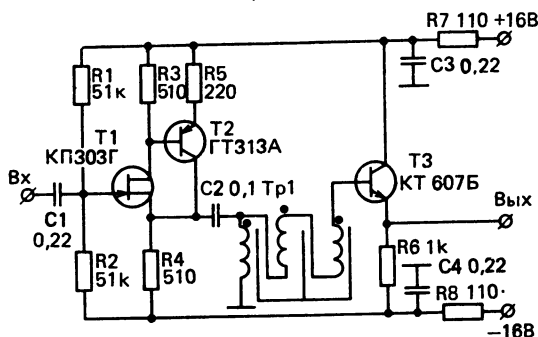


Рис. 5.19. Схема усилителя на основе повторителей сигналов с автотрансформаторной связью

ния  $\Pi=0,1\div30$  МГц. На рис. 5.20 приведены двухтактные усилители трансформаторного (а) и бестрансформаторного (б) типов. В этих схемах НИ уменьшаются благодаря местным обратным связям последовательного и параллельного типов, обеспечивающих также большую стабильность усилителя, что необходимо для реализации выигрыша в подавлении НИ (см. § 4.4). Схема рис. 5.20б не требует применения сложного широкополосного трансформатора.

На рис. 5.21 приведена схема, использующая для уменьшения НИ: двухтактный метод компенсации искажений четных порядков в бестрансформаторном варианте (транзисторы  $T3-T6$ ); обратную связь, исключаяющую влияние нелинейности выходной цепи повторителя ( $C3$ ); истоковый повторитель с коэф-

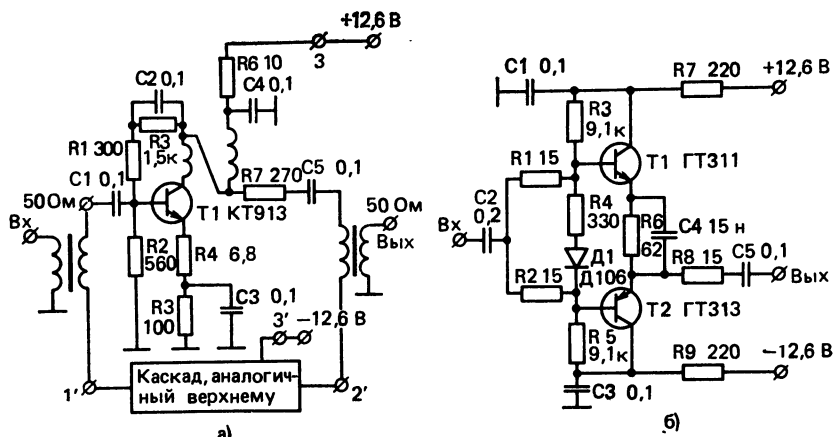


Рис. 5.20. Схемы двухтактных усилителей:  
а — трансформаторного типа; б — бестрансформаторного типа

фициентом передачи, близким к единице. Каскадное включение транзисторов  $T2-T6$  обеспечивает ступенчатое согласование с низкоомным импедансом нагрузки (50 Ом). Динамический диапазон схемы по продукту 3-го порядка составляет 100 дБ, 2-го порядка — 85 дБ при нижней границе динамического диапазона 0,7 мкВ (уровень шумов в полосе 10 кГц).

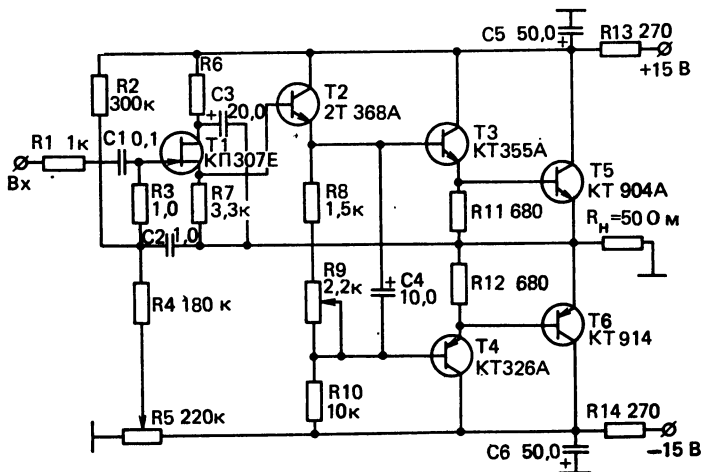


Рис. 5.21. Схема усилителя, использующая комплекс мер для уменьшения НИ



### 5.4.2. ПРЕОБРАЗОВАТЕЛИ ЧАСТОТЫ

Ориентировочное разделение границ динамических диапазонов, достижимых для преобразователей частоты в области умеренно высоких частот, приведено на рис. 5.176. Эти результаты соответствуют экспериментальным и литературным данным [62, 10, 92, 8] для полосы пропускания  $\Pi=10$  кГц,  $K_{6л}=10\%$ ,  $P_{с.мин}=P_{ш}$  и следующих видов преобразователей частоты: 1 — на биполярном транзисторе; 2 — на полевом транзисторе; 3 — на мощном биполярном транзисторе; 4 — вида диодного кольцевого и балансного; 5 — вида варикапного балансного. Из приведенных данных следует, что наибольший динамический диапазон достижим для диодного кольцевого и балансного преобразователей частоты, что подтверждает выводы § 5.1, 5.2. Там же приведен ряд принципиальных схем преобразователей (см. рис. 5.1а, 5.3а, 5.5а, 5.8, 5.9б) и даны их характеристики.

На рис. 5.22 приведена схема диодного двойного балансного преобразователя частоты [62]. Резисторы  $R1$  и  $R2$  предназначены для симметрирования схемы. Здесь дополнительно существенно ослабляется прохождение колебаний гетеродина во входную цепь преобразователя.

На рис. 5.23 приведена схема преобразователя частоты на полевых транзисторах [92]. Транзисторы  $T1a$  и  $T1b$  включены по схеме с ОЗ. Резисторы  $R1$  и  $R2$  определяют режим транзисторов по постоянному току. Конденсатор  $C10$  осуществляет дополнительное симметрирование плеч схемы.

Трансформаторы  $Tr1$  и  $Tr2$  служат для развязывания сигнальной и гетеродинной цепей, а также создания соответствующей фазы колебаний на входе  $T1$  и  $T2$ . Трансформаторы  $Tr4$  и  $Tr5$  — согласующие. В этих схемах динамический диапазон по про-

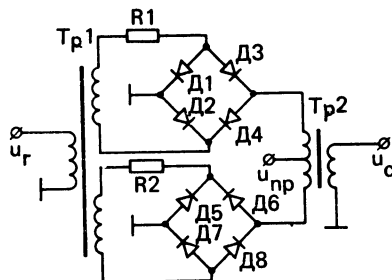


Рис. 5.22. Схема двойного балансного преобразователя частоты

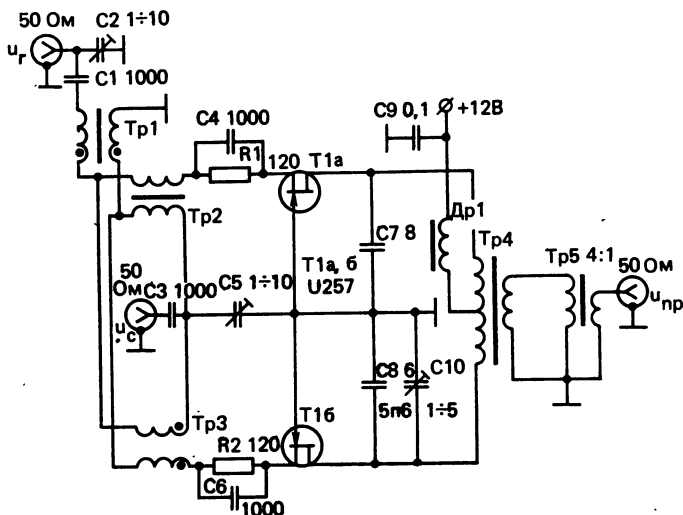


Рис. 5.23. Схема преобразователя частоты на полевых транзисторах

дукту 3-го порядка больше, чем в диодных смесителях, однако из-за трудностей в балансировке динамический диапазон по продукту 2-го порядка может быть меньше, чем в диодных смесителях.

При выполнении части схемы рис. 5.23 в виде микросборки, обеспечивающей хорошую идентичность параметров элементов, этот недостаток преобразователей частоты существенно ослабляется.

## **ГЛАВА ШЕСТАЯ**

### **НЕЛИНЕЙНЫЕ ИСКАЖЕНИЯ В МНОГОКАСКАДНЫХ УСИЛИТЕЛЬНЫХ ТРАКТАХ**

---

#### **6.1. Звенья многокаскадного усилительного тракта и описание их нелинейных свойств**

##### **6.1.1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ О СИСТЕМОТЕХНИЧЕСКОМ ПОДХОДЕ К ПРОЕКТИРОВАНИЮ УСИЛИТЕЛЬНЫХ ТРАКТОВ ПО КРИТЕРИЯМ НИ**

Многокаскадный усилительный тракт можно рассматривать как систему, состоящую из отдельных звеньев. Совместное использование системотехнического и схемотехнического подходов в анализе и синтезе трактов облегчает проектирование современной РЭА, так как позволяет следующее: распределить наивыгоднейшим образом параметры и характеристики, заданные техническими условиями на весь тракт, между его звеньями; предметно уяснить влияние отдельных звеньев на показатели качества тракта; осуществить целенаправленное исследование тракта в последовательности: от анализа отдельных звеньев к анализу тракта (системы) в целом, от синтеза тракта к синтезу отдельных звеньев.

В качестве звена системы, образующей приемно-усилительный тракт, в простейшем случае может быть определен отдельный каскад. Однако иногда удобней звеном системы считать более крупную часть тракта, например функциональный блок: предварительный усилитель, оконечный усилитель, усилитель промежуточной частоты и т. д. В ряде случаев современные сложные интегральные схемы, предназначенные для целей усиления сигналов, при проектировании целесообразно рассматривать как системы.

Системотехнический подход составляет органическое содержание проектирования усилительных трактов на основе готовых устройств, например функциональных блоков, параметры которых заданы. В этом случае разработчик РЭА использует имеющиеся звенья, не интересуясь их внутренним содержанием, т. е. схемо-

техническими аспектами. При системотехническом подходе к синтезу усилительного тракта осуществляется поиск наиболее выгодных соединений звеньев из заданного набора (определение последовательности соединений, охват звеньев и их сочетаний различными видами обратных связей, выбор оптимальных межблочных связей и т. д.).

Основы системотехнического подхода к анализу НИ в приемно-усилительных трактах заложены в основополагающих работах отечественных ученых: С. В. Бородача [9] применительно к трактам многоканальных, в том числе радиорелейных систем связи; В. Д. Чельшева [3] и В. Н. Голубева [8] применительно к трактам радиоприемных центров; Ю. Н. Бабанова, А. В. Силина [70, 71] и др., а также в работах Э. Райса, С. Бедрояна [25] и др.

Поэтому, отсылая читателя к цитируемой литературе, далее будем рассматривать лишь некоторые вопросы системотехнического подхода, полезные при проектировании усилительных трактов по критериям НИ, часть которых, с одной стороны, пока еще недостаточно освещена, а с другой, — основана на общих принципах исследования нелинейных явлений с использованием аппарата степенных рядов и рядов В.

К основным вопросам, которые интересуют практику проектирования усилительных трактов по критерию НИ как систем, относятся:

- определение вида моделей, удобных для описания типовых звеньев усилительного тракта, а также оценка области их применения;

- определение системных нелинейных характеристик и параметров звеньев;

- установление функциональных связей основных характеристик тракта и образующих его звеньев;

- установление и уточнение взаимосвязей различных используемых на практике критериев НИ;

- определение структур трактов, удовлетворяющих условию получения малых НИ, и их синтез.

### **6.1.2. СИСТЕМНЫЕ НЕЛИНЕЙНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПРОСТЕЙШИХ ЗВЕНЬЕВ УСИЛИТЕЛЬНОГО ТРАКТА**

Под системными характеристиками звеньев условились понимать такие внешние характеристики, которые описывают их поведение в системе, т. е. тракте. К системным характеристикам звеньев усилительного тракта можно отнести: характеристики усиления, частотные (АЧХ и ФЧХ), шумовые, критерии НИ и др. В этой главе основное внимание уделено характеристикам критериев НИ, а также некоторым другим характеристикам, с ними связанным (динамическому диапазону и отношению сигнал/помеха). В качестве характеристик, описывающих нелинейные свойства, используются передаточные, а также характеристики искажений различных сигналов.

## ВИДЫ ПРОСТЕЙШИХ ЗВЕНЬЕВ УСИЛИТЕЛЬНОГО ТРАКТА

В зависимости от вида оператора, связывающего входное воздействие  $x$  и отклик  $y$ , возможны различные способы описания простейшего звена усилительного тракта в области умеренно высоких частот:

1. Для звеньев с резистивным характером нелинейности — с помощью полинома  $n$ -й степени  $P_n(x)$ , для области несущественной нелинейности  $n$  может быть ограничено, например,  $n \leq 3$  (рис. 6.1а); с помощью кусочно-ломаной аппроксимации зависимости  $y=f(x)$  (рис. 6.1б), где  $x_0$  — максимальный створ характеристики в области  $A$ , условно называемой линейной,  $y_0$  — максимальная величина выходного сигнала, ограниченная допустимой рассеиваемой мощностью (током, напряжением).

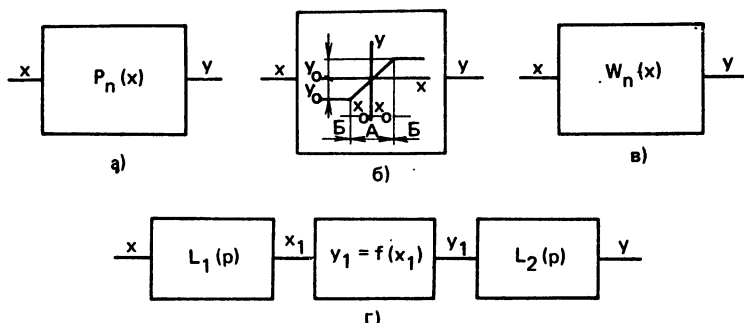


Рис. 6.1. К описанию звеньев усилительного тракта с различным характером нелинейности:

а, б — резистивным; в, г — комплексным

2. Для звеньев с комплексным характером нелинейности (рис. 6.1в) — с помощью ряда  $W_n(x)$ , для области несущественной нелинейности с числом членов  $n \leq 3$ ; с помощью оператора передачи структуры (рис. 6.1г), состоящей из цепочечного соединения цепей (например, трех): линейной инерционной  $L_1(p)$ , нелинейной резистивной  $y_1=f(x_1)$  и линейной инерционной  $L_2(p)$ . Зависимость  $y_1=f(x_1)$  может быть описана любым из способов п. 1. Последнее звено называется типовым радиоэлементом [17].

В типовом радиоэлементе условно разделены функции нелинейного и линейных преобразований сигналов и помех, что, как будет показано, позволяет существенно упростить анализ. Структура звена рис. 6.1 г, однако, имеет вполне определенное физическое обоснование прежде всего в случае усилительных каскадов, работающих в области низких и умеренно высоких частот. Тогда инерционными свойствами усилительного прибора можно пренебречь, полагая, что его граничная частота существенно превышает наивысшую частоту рабочего диапазона. Это позволяет представить нелинейные свойства звена в первом приближении цепью с резистивным характером нелинейности, а инерционные свойства считать сосредоточенными в линейных цепях  $L_1(p)$  и  $L_2(p)$ , функция которых сводится к фильтрации спектра сигнала и помехи. Входные и выходные реактивные элементы эквивалентной схемы усилительного прибора при необходимости могут быть отнесены к соответствующим линейным цепям звена, исключая случай, когда их параметры зависят от уровня сигнала.

Для узкополосных усилителей ( $\Pi \ll f_0$ , где  $f_0$  — средняя частота полосы пропускания  $\Pi$  избирательной цепи) звено является безынерционным относительно огибающей входного сигнала в том случае, если его спектр лежит в полосе  $\Pi$  [8]. Тогда  $y_1=f(x_1)$  имеет вид характеристики резистивного элемен-

та. Для широкополосных усилителей с малоинерционными усилительными приборами характеристика  $y_1=f(x_1)$  также может считаться характеристикой резистивной нелинейности, а частотные свойства звена могут учитываться в  $L_1(p)$  и  $L_2(p)$  [3].

## СИСТЕМНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ЗВЕНЬЕВ УСИЛИТЕЛЬНОГО ТРАКТА

*Звенья с существенной нелинейностью.* К этим звеньям относятся случаи рис. 6.1б, г. Линейные цепи на рис. 6.1г вырезают отдельные участки спектров входных и выходных (относительно нелинейного звена) сигналов и помех, что нетрудно исследовать методами теории цепей. Поэтому прежде всего целесообразно рассмотреть нелинейные преобразования  $y_1=f(x_1)$  в нелинейном звене.

Ниже, используя [39], рассмотрим эти преобразования для некоторых характерных воздействий и установим взаимосвязь различных критериев НИ. Для упрощения анализа предполагается, что зависимость  $y=f(x)$  имеет центральную симметрию. Как следует из рис. 6.1б, НИ возникают в области *Б* характеристики  $y=f(x)$  и определяются ее створом, например, величиной напряжения  $E_0(x_0=E_0)$ . Тогда допустимая амплитуда напряжения сигнала или помехи на входе звена будет

$$U_d = a E_0, \quad (6.1)$$

где  $a$  — коэффициент использования створа, зависящий от вида входного воздействия и величины допустимых НИ. Определим связь НИ различных видов с величиной  $a$ .

*Одногармоническое входное воздействие.* График, иллюстрирующий воздействие этого вида сигнала на тракт с нелинейностью типа ограничителя (область *Б*, рис. 6.1б), приведен на рис. 6.2. Гармонические составляющие выходного тока имеют вид

$$\begin{aligned} I_1 &= \frac{I_0}{\pi} (\pi - 2\varphi + \sin 2\varphi), \quad I_3 = \frac{I_0}{\pi} \left( -\frac{1}{3} \sin 2\varphi + \frac{1}{6} \sin \varphi \right), \\ I_5 &= \frac{I_0}{\pi} \left( -\frac{1}{16} \sin 4\varphi + \frac{1}{15} \sin 6\varphi \right) \text{ и т. д.}, \end{aligned} \quad (6.2)$$

где  $\cos \varphi = E_0/E = 1/a$ ,  $E \geq E_0$ ,  $\varphi = 0 \div \pi/4$ .

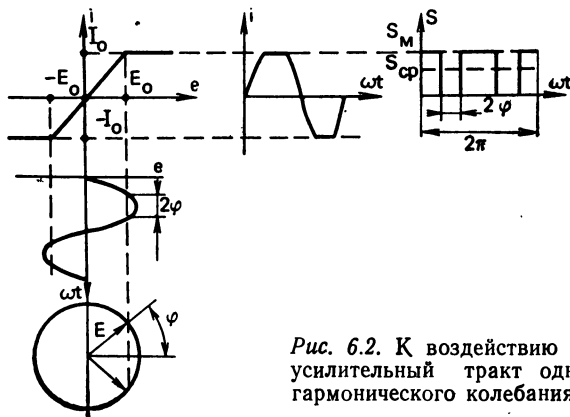


Рис. 6.2. К воздействию на усилительный тракт одногармонического колебания

Коэффициент гармоник соответственно по 3-й и 5-й гармоникам, как следует из (6.2),

$$K_{г3} = \frac{I_3}{I_1} = \left| \frac{-\frac{1}{3} \sin 2\varphi + \frac{1}{6} \sin \varphi}{\pi - 2\varphi + \sin 2\varphi} \right|; \quad (6.3)$$

$$K_{г5} = \frac{I_5}{I_1} = \left| \frac{-\frac{1}{10} \sin 4\varphi + \frac{1}{15} \sin 6\varphi}{\pi - 2\varphi + \sin 2\varphi} \right|. \quad (6.4)$$

Для малых величин  $\varphi$  (6.4) может быть упрощено:  $K_{г3} \sim 4\varphi^3/3\pi$ .

Зависимости  $K_{г3}$  (6.3),  $K_{г5}$  (6.4) и  $K_{г} = \sqrt{K_{г3}^2 + K_{г5}^2}$  от величины  $a$  (6.1) представлены на рис. 6.3 и 6.5. Здесь показано также изменение относительной

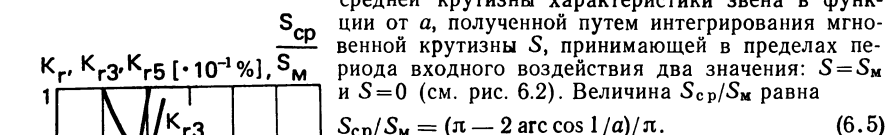


Рис. 6.3. Влияние коэффициента использования стро-  
ра передаточной характе-  
ристики тракта с сущест-  
венной нелинейностью на  
критерии НИ

Полный шумовой ток на выходе звена

$$i_{ш \Sigma}^2 = S_{ср}^2 u_{ш f}^2 + \frac{1}{4} S_1^2 u_{ш f+f_{п}}^2 + \frac{1}{4} S_1^2 u_{ш f-f_{п}}^2 + \frac{1}{4} S_2^2 u_{ш f+2f_{п}}^2 + \dots$$

Заметим, что коэффициент усиления звена для сигнала меняется пропорционально величине  $S_{ср}$ , а для шума — пропорционально  $\sqrt{i_{ш \Sigma}^2 / u_{ш f}^2}$ . Тогда коэффициент, характеризующий ухудшение отношения сигнал/шум,

$$d = \sqrt{i_{ш \Sigma}^2 / u_{ш f}^2 S^2}. \quad (6.6)$$

В результате анализа (6.6) в [39] получено

$$d = \sqrt{\pi / (\pi - 2 \arccos 1/a)}. \quad (6.7)$$

Двухгармоническое воздействие (помеха модулирована). Графическая иллюстрация этого случая приведена на рис. 6.4. Путем интегрирования мгновенной крутизны за период огибающей помехи с глубиной модуляции  $m$  можно получить среднее значение

$$S'_{\text{ср}} = S_{\text{м}} \left\{ 1 - \frac{1}{\pi} \left[ 1 - \frac{1}{m} \left( \frac{1}{a} - 1 \right) \right] \right\}$$

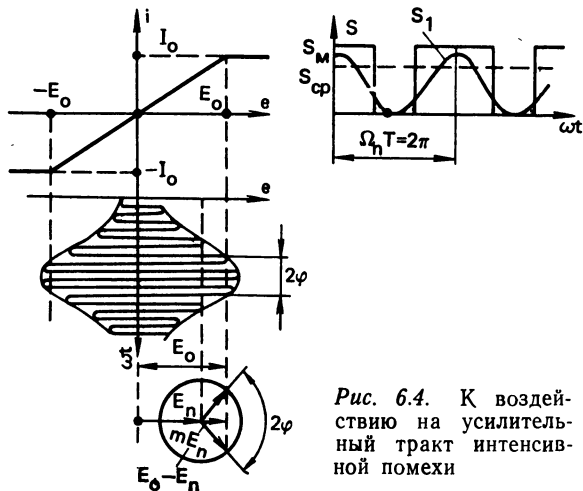


Рис. 6.4. К воздействию на усилительный тракт интенсивной помехи

и ее первую гармонику  $S_1 \approx S_{\text{м}} \left[ 1 - \frac{1}{m} \left( \frac{1}{a} - 1 \right) \right]$ ,

откуда выражение для коэффициента перекрестной модуляции согласно [39] имеет вид

$$K_{\text{пер}} = \frac{2S_1}{\pi S'_{\text{ср}}} \approx \frac{2}{\pi} \frac{1 - \frac{1}{m} \left( \frac{1}{a} - 1 \right)}{1 - \frac{1}{\pi} \left[ 1 - \frac{1}{m} \left( \frac{1}{a} - 1 \right) \right]}. \quad (6.8)$$

На рис. 6.5 показана зависимость  $K_{\text{пер}}$  от величины  $a$  при  $m=1,0$  и  $m=0,3$ . Как показано в [39], коэффициент интермодуляции для звена рис. 6.1б

$$K_{21} \approx \frac{34}{\pi} \left( 1 - \frac{1}{2a} \right)^2. \quad (6.9)$$

Соответствующая (6.9) зависимость приведена на рис. 6.5.

*Воздействие вида случайного процесса.* За счет ограничения случайного сигнала возникают нелинейные шумы, которые ослабляют чувствительность звена. Поэтому целесообразно определить, как зависит коэффициент ухудшения чувствительности от параметров звена и воздействующего сигнала. Воспользуемся методом [9], где была получена психофотометрическая мощность переходных помех в канале связи.

$$P_{\text{III}} = P_{\text{cp}} \frac{\Delta F}{f_2} y(1/a),$$

$a = \sqrt{2}\sigma_n/E_0$  — коэффициент использования створа передаточной характеристики звена;  $\sigma_n$  — среднеквадратическое отклонение случайного сигнала:

$$y\left(\frac{E_0}{\sqrt{2}\sigma_n}\right) = \frac{2}{\pi} e^{-(E_0/\sigma_n)^2} \sum_{i=1}^n \frac{H_{2n-1}^2(E_0/\sigma_n)}{(2n+1)!} y_{2n+1}(\delta);$$

В результате воздействия случайного процесса на звено возникают шумы, которые суммируются с внутренними шумами тракта, поэтому чувствительность приемно-усилительного тракта ухудшается во столько раз, во сколько увеличиваются суммарные шумы. Исходя из сказанного, коэффициент ухудшения чувствительности можно записать в виде

$$\lambda = (P_{\text{WT}} + P_{\text{W}}) / F_{\text{WT}} \quad (6.10)$$

Подставляя в формулу (6.10) выражение для  $P_{\text{ш}}$ , получим

$$\lambda = \frac{P_{\text{ш.т}} + P_{\text{ср}} \frac{\Delta F}{f_2} y \left( \frac{1}{a} \right)}{P_{\text{ш.т}}}.$$

$$\lambda = 1 + b \frac{\Delta F}{f_2} y \left( \frac{1}{a} \right),$$

где  $b = P_{\text{ср}} / P_{\text{шт.т.}}$



На рис. 6.5 приведена зависимость

$$\theta/K = f(a), \quad (6.11)$$

где  $K = b\Delta F/f_2$ ;  $\theta = \lambda - 1$ . К сожалению, в рассматриваемом случае невозможно получить аналитическое выражение для динамического диапазона, исходя из критерия НИ  $\lambda$ . Поэтому для расчета динамического диапазона необходимо из графика рис. 6.5 прежде всего определить величину коэффициента  $a$ .

Поскольку в полученные выражения входят статистические величины ( $P_{cp}$  — средняя мощность случайного сигнала и  $\sigma_n$  — среднеквадратическое отклонение случайного процесса), необходимо дать некоторые рекомендации по их определению.

Случайный процесс для выбранных места и времени приема определяется пространственной и частотной занятостью ВЧ диапазона и представляет собой совокупность отдельных узкополосных сигналов и помех. Полагая отдельные узкополосные сигналы независимыми, можно записать суммарный процесс в виде суммы  $r$  сигналов [3]

$$u_c(t) = \sum_{i=1}^r u_i(t) = \sum_{i=1}^r U_i(t) \cos[2\pi f_{0i} t + \theta_i(t)],$$

где  $U_i(t)$  и  $\theta_i(t)$  — огибающая и начальная фаза  $i$ -го узкополосного сигнала;  $f_{0i}$  — средняя частота  $i$ -го сигнала.

Суммарный процесс можно рассматривать как широкополосный стационарный нормальный случайный процесс  $u_c(t)$  с нулевым средним значением  $\bar{u}_c(t) = 0$  и нормированной мощностью  $u_c^2(t)$ . Если среди  $r$  помех присутствуют отдельные преувеличивающие по мощности помехи, то свойства стационарности и нормальности суммарного процесса нарушаются. Тогда он может быть представлен суммой единичных мощных помех и совокупности остальных колебаний, которые в первом приближении образуют также нормальный случайный процесс.

При анализе воздействия помех на широкополосные устройства приемного тракта в первом приближении достаточно иметь лишь общие усредненные энергетические данные о каждом из учитываемых узкополосных сигналов.

$$\text{В [3] показано, что } u_c^2 = \sum_{i=1}^r u_i^2 = \sum_{i=1}^r v_i^2 \Delta f_i, \text{ где } u_i^2 \text{ — средняя норми-$$

рованная мощность узкополосного сигнала;  $v_i^2 = u_i^2/\Delta f_i$  — средняя по спектру интенсивность  $i$ -го узкополосного сигнала;  $\Delta f_i$  — полоса частот, занимаемая  $i$ -м узкополосным сигналом.

Таким образом, для определения средней мощности случайного процесса нужно знать средние мощности узкополосных сигналов, попадающих в полосу пропускания тракта. В [3] приведена характеристика занятости ВЧ диапазона мощными сигналами.

Зная  $u_c^2$ , можно определить  $P_{cp}$  и  $\sigma_n$ :

$$P_{cp} = u_c^2/R, \quad \sigma_n = \sqrt{u_c^2},$$

где  $R$  — сопротивление нагрузки, к которой приложено напряжение случайного сигнала.

По выражениям (6.4), (6.5), (6.7)—(6.9), (6.11) на рис. 6.5 построены зависимости всех критериев НИ от величины  $a$  (6.1). Используя эти выражения, нетрудно получить расчетные соотношения для динамических диапазонов по различным критериям НИ:

Рис. 6.6. Номограмма для определения связей критериев НИ различных видов для области существенной нелинейности усилительного тракта (O — дано, x — результат)

$$\left. \begin{aligned} D_{гз} &= D \left[ \cos \sqrt[3]{\frac{3}{4} \pi K_{гз}} \right]^{-2}, & D_{бл} &= D \left[ \cos \frac{\pi (d^2 - 1)}{2d^2} \right]^{-2}, \\ D_{пер} &= \frac{D (2 + K_{пер})^2}{[(2 + K_{пер}) (m + 1) - K_{пер} \pi m]^2}, & D_{21} &\approx \frac{D}{(2 - 0,61 \sqrt{K_{21}})^2}, \end{aligned} \right\} \quad (6.12)$$

где  $D$  — динамический диапазон, ограниченный величиной  $E_0$ .

Связи между предельными динамическими диапазонами различных видов (6.12) можно выразить следующим равенством:

$$\begin{aligned} D_{21} (2 - 0,61 \sqrt{K_{21}})^2 &= D_{бл} \left[ \cos \frac{\pi (d^2 - 1)}{2d^2} \right]^2 = \\ &= D_{пер} \frac{[(2 + K_{пер}) (m + 1) - K_{пер} \pi m]^2}{(2 - K_{пер})^2} = D_{гз} \left[ \cos \sqrt[3]{\frac{3}{4} \pi K_{гз}} \right]^2, \end{aligned} \quad (6.13)$$

которое представлено также номограммой на рис. 6.6.

Для оценки динамического диапазона резистивных звеньев по различным критериям достаточно получить один из указанных выше, а остальные могут быть рассчитаны согласно (6.13) либо по номограмме рис. 6.6, причем выбор критерия НИ будет определяться внешними по отношению к тракту факторами, например точностью измерения критерия.

В заключение отметим, что величину параметра звена  $E_0$  легко определить по экспериментальной характеристике соответствующего критерия НИ в зависимости от величины входного воздействия, т. е.  $a$  (см. рис. 6.5). Так, для  $K_{гз}$  эта характеристика пересекает ось  $x$  в точке  $a=1$ , что соответствует равенству амплитуды входного воздействия  $U_m$  величине  $E_0$ . Зависимость критерия НИ от  $U_m$  должна быть предварительно аппроксимирована с помощью кусочно-линейной зависимости, так как на начальном участке она определяется областью незначительной нелинейности.

## ЗВЕНЬЯ С НЕЗНАЧИТЕЛЬНОЙ НЕЛИНЕЙНОСТЬЮ

*Нелинейность резистивного характера* (рис. 6.1а). Передаточную характеристику удобно приблизительно представить степенным рядом вида

$$y = K_1 x + K_2 x^2 + K_3 x^3. \quad (6.14)$$

Выражения для различных критериев НИ, полученных для последней модели тракта, были приведены ранее (2.31).

*Нелинейность комплексного характера* (рис. 6.1б). Передаточную характеристику в этом случае удобно представить рядом В. С его помощью можно определить отклики звена на различные воздействия и соответствующие им критерии НИ: одногармонические (см. табл. 2.2),  $K_{г2}$ ,  $K_{г3}$ ,  $K_{г(ог)}$  [см. формулы (2.20), (2.21), (2.23)]; полигармонические (см. табл. 2.2),  $K_{11}$ ,  $K_{пер}$ ,  $K_{21}$ ,  $K_{бл}$  [см. формулы (2.25)—(2.27), (2.29)]; вида случайного процесса (см. 2.2.2).

### 6.1.3. ВОЗДЕЙСТВИЕ НЕКОТОРЫХ СИГНАЛОВ НА ТИПОВОЕ РАДИОЗВЕНО (рис. 6.1г)

Определим с использованием ряда В. передаточную характеристику типового радиозвена, а затем отклики на некоторые воздействия: одно- и полигармонические. В [12] получено выражение для ядер передаточной характеристики структуры рис. 6.1г:

$$\text{линейного } K(p) = K_1 L_1(p) L_2(p); \quad (6.15)$$

$$\text{квадратичного } K(p_1, p_2) = K_2 L_1(p_1) L_1(p_2) L_2(p_1 + p_2); \quad (6.16)$$

$$\text{кубического } K(p_1, p_2, p_3) = K_3 L_1(p_1) L_1(p_2) L_1(p_3) L_2(p_1 + p_2 + p_3), \quad (6.17)$$

где  $K_i$  — коэффициенты степенного ряда (6.14), аппроксимирующего передаточную характеристику нелинейного резистивного элемента.

Можно показать, что в общем случае для ядра  $n$ -го порядка справедливо выражение  $K(p_1, p_2, \dots, p_n) = K_n \prod_{i=1}^n L_1(p_i) L_2\left(\sum_{i=1}^n p_i\right)$ .

Как следует из (6.15) — (6.17), все выражения для ядер симметризованы относительно переменных  $p_1, p_2, p_3$ , что позволяет определить критерии НИ непосредственно из 2.2.2:

$$K_{\Gamma 2} = \frac{K_2 U_m |L_1(j\omega)| \cdot |L_2(2j\omega)|}{2K_1 |L_2(j\omega)|}; \quad K_{\Gamma 3} = \frac{K_3 U_m^2 |L_1^2(j\omega)| \cdot |L_2(3j\omega)|}{4K_1 |L_2(j\omega)|}; \quad (6.18); \quad (6.19)$$

$$K_{11} = \frac{K_2 U_{mn1} U_{mn2} |L_1(j\omega)| \cdot |L_1(\pm j\omega_2)| \cdot |L_2(j\omega_1 \pm j\omega_2)|}{K_1 U_{mc} |L_1(j\omega_c) \cdot |L_2(j\omega_c)|};$$

$$K_{\Gamma(\text{or})} = \frac{9}{8} \frac{K_3 U_{m0}^2}{K_1} |L_1(j\omega)|^2; \quad (6.20)$$

для узкополосного (резонансного) усилителя  $\omega_1 \pm \omega_2 = \omega_c$  и

$$K_{11} = \frac{K_2 U_{mn1} U_{mn2} |L_1(j\omega_1)| \cdot |L_1(\pm j\omega_2)|}{K_1 U_{mc} |L_1(j\omega_c)|} = \frac{K_2 U_{mn1} U_{mn2} |L_1(j\omega_c)|}{K_1 U_{mc} S(\omega_1) S(\omega_2)}, \quad (6.21)$$

где  $S(\omega_i) = |L_1(j\omega_c)| / |L_1(j\omega_i)|$  — величина ослабления избирательной цепью амплитуды внеполосной помехи на частоте  $\omega_i$ ;

$$K_{\text{пер}} = 3 \frac{K_3 m_{\Pi} U_{mn0}^2}{K_1 m_c} |L_1(j\omega_{\Pi})|^2 = 3 \frac{K_3 m_{\Pi} U_{mn0}^2}{K_1 m_c} \frac{|L_1(j\omega_c)|^2}{[S(\omega_{\Pi})]^2}, \quad (6.22)$$

где  $S(\omega_n) = |L_1(j\omega_n)| / |L_1(j\omega_c)|$ ;

$$K_{6\text{л}} = \frac{K_{\text{пер}}}{2} = \frac{3}{4} \frac{K_3 m_{\Pi} U_{mn0}^2}{K_1 m_c} |L_1(j\omega_n)|^2 = \frac{3}{2} \frac{K_3 m_{\Pi} U_{mn0}^2}{K_1 m_c} \frac{|L_1(j\omega_c)|^2}{[S(\omega_n)]^2};$$

$$K_{21} = \frac{3}{4} \frac{K_3 U_{mn1}^2 U_{mn2}}{K_1 U_{mc}} \frac{|L_1(j\omega_1)|^2 |L_1(\pm j\omega_2)| \cdot |L_2(2j\omega_1 \pm j\omega_2)|}{|L_1(j\omega_c)| \cdot |L_2(j\omega_c)|}; \quad (6.23)$$

для узкополосного усилителя  $2\omega_1 \pm \omega_2 = \omega_c$

$$K_{21} = \frac{3}{4} \frac{K_3 U_{mn1}^2 U_{mn2}}{K_1 U_{mc}} \frac{|L_1(j\omega_1)|^2 |L_1(\pm j\omega_2)|}{|L_1(j\omega_2)|} =$$

$$= \frac{3}{4} \frac{K_3 U_{mn1}^2 U_{mn2}}{K_1 U_{mc}} \frac{|L_1(j\omega_c)|^2 |L_1(\pm j\omega_2)|}{S^2(\omega_1) S(\omega_2)}. \quad (6.24)$$

Из (6.18) — (6.24) можно сделать следующие выводы:

1. Нелинейные свойства типового радиозвена для всех критериев определяются относительным параметром нелинейности резистивного элемента

$$y_{2(3)} = K_2 (K_3) / K_1,$$

где  $K_i$  — коэффициенты полинома передаточной характеристики элемента (6.14).

2. Коэффициент передачи первого линейного элемента звена  $L_1(p)$  на частотах сигнала и помехи оказывает существенное влияние на нелинейные свойства схемы на рис. 6.1г, так как определяет уровень входного для нелинейного элемента воздействия. С ростом передачи  $|L_1(j\omega)|$  на соответствующих частотах сигнала или помехи величина всех критериев НИ возрастает.

3. Для  $K_{r2}$  и  $K_{r3}$  в предположении  $U_m = \text{const}$  влияние передачи 2-го линейного элемента звена  $L_2(p)$  сводится к ослаблению или увеличению соответствующей гармоники, созданной в нелинейном элементе. Если  $n$ -я гармоника попадает в полосу пропускания  $L_2(p)$ , то  $K_{rn}$  пропорционально отношению  $|L_2(jn\omega)| / |L_2(j\omega)|$ . Для узкополосных трактов  $K_{rn} \approx 0$ , так как гармонические колебания практически подавляются в звене  $L_2(p)$ .

4. Величина  $K_{r(\text{or})}$  не зависит от передаточных свойств звена  $L_2(p)$ .

5. Величина критериев НИ для узкополосного усилителя определяется степенью подавления помех  $S(\omega_i)$ , причем для  $K_{\text{пер}}$ ,  $K_{\text{бл}}$  и  $K_{11}$  эта зависимость от  $S(\omega_i)$  имеет квадратичный характер, т. е. определяется  $S^2(\omega_{\text{п}})$  или  $S(\omega_1)S(\omega_2)$ , для  $K_{21}$  — более сильный — кубический характер, т. е. определяется  $S^2(\omega_1)S(\omega_2)$ .

6. Как следует из приведенных выше выражений для различных критериев НИ, их частотные характеристики определяются частотными характеристиками цепей  $L_1(p)$  и  $L_2(p)$  и в общем случае могут иметь сложный и не зависящий друг от друга характер.

Рассмотрим фазовые характеристики нелинейных колебаний на выходе типового радиозвена. Для случая узкополосного тракта, как следует из табл. 2.2:

колебание перекрестной помехи  $u_{\text{пер}}$  определяется комплексным ядром

$$K(j\omega_c, j\omega_{\text{п}}, -j\omega_{\text{п}}) = K_3 L_1(j\omega_c) |L_1(j\omega_{\text{п}})|^2 L_2(j\omega_c); \quad (6.25)$$

интермодуляционной помехи 2-го порядка

$$K(j\omega_1, \pm j\omega_2) = K_3 L_1(j\omega_1) L_1(\pm j\omega_2) L_2(j\omega_c); \quad (6.26)$$

интермодуляционной помехи 3-го порядка

$$K(j\omega_1, j\omega_1, \pm j\omega_2) = K_3 [L_1(j\omega_1)]^2 L_1(\pm j\omega_2) L_2(j\omega_c); \quad (6.27)$$

колебание искаженной огибающей

$$K(j\omega, j\omega, -j\omega) = K_3 |L_1(j\omega)|^2 L_1(j\omega) L_2(j\omega). \quad (6.28)$$

Из (6.25) — (6.28) следует, что фаза всех колебаний определяется как  $\varphi = \arg \operatorname{tg} \operatorname{Im} K / \operatorname{Re} K$ .

При условии точной настройки узкополосного тракта фазы колебаний вида перекрестных и искажений огибающей не изменяются. Последнее объясняется тем, что фазовые сдвиги в элементах  $L_1(j\omega)$  и  $L_2(j\omega)$  на частоте резонанса отсутствуют. Для колебаний интермодуляционной природы эти фазы могут существенно отличаться в зависимости от соответствующих значений ФЧХ цепи  $L_1(j\omega)$  на частотах помех.

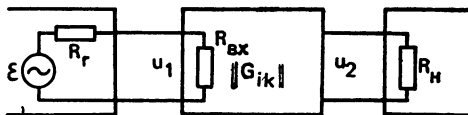
Типовое радиозвено вида рис. 6.1г в общем случае не может строго отображать нелинейно-инерционные свойства реальных звеньев усилительного тракта, в том числе в области несущественной нелинейности. Действительно, если считать, что общим описанием радиозвена является описание с помощью ряда В., то вопрос о возможности представления реального звена структурной схемой рис. 6.1г сводится к решению задачи подбора таких параметров цепей  $L_1(p)$ ,  $L_2(p)$  и  $y_1 = f(x_1)$ , которые удовлетворили бы заданной передаточной характеристике. Как следует из (6.15) — (6.17), а также из [12], для рассматриваемой структуры характерно свойство жесткой связи ядер различных порядков, что затрудняет моделирование произвольных передаточных характеристик, встречающихся в практике усилительных трактов. Более гибкими в этом смысле являются структуры, дополнительно включающие перемножительные элементы.

Изложение синтеза моделей нелинейных радиозвеньев и их применения выходит за пределы книги (см., например, [12]). Поэтому можно считать, что типовое радиозвено как элемент тракта может быть использовано прежде всего тогда, когда оно имеет близкую к рис. 6.1г структуру, исходя из схемного выполнения.

В заключение отметим, что в некоторых работах [76, 97] без должного обоснования в качестве относительного параметра нелинейности  $y_2(y_3)$  резистивного элемента типового радиозвена используется величина относительных статических параметров  $S'(S'')/S$  для электронной лампы и  $G'(G'')/G$  для транзистора (биполярного и полевого). Как следует из гл. 4, передаточная характеристика тракта, соответствующего в общем случае нелинейному четырехполюснику, определяется, однако, большим числом параметров и в ряде случаев существенно зависит от сопротивлений источника сигнала и нагрузки, цепей обратных связей и др. Найдем строгие условия допустимости указанных упрощений. Для

этого рассмотрим структуру, приведенную на рис. 6.7, к которой можно привести резистивный четырехполюсник в схеме рис. 6.12. Из выражений для ядер передаточной характеристики схемы на рис. 6.7 (4.19) следует, что замена  $y_2 = K_2/K_1$  на  $G'/G$  и  $y_3 = K_3/K_1$  на  $G''/G$  возможна при выполнении следующих условий:

Рис. 6.7. К анализу возможности упрощения описания нелинейных свойств усилительного звена



1) пренебрежение влиянием на передаточную характеристику тракта нелинейности входной характеристики четырехполюсника; последнее справедливо для случая, когда эта нелинейность практически не проявляется (электронная лампа в режиме без сеточных токов), или при малых сопротивлениях  $R_r \ll R_{вх}$ ;

$$2) |G'_{21}| \gg |G_{см2} K_{12} + G'_{22} K_{12}^2|,$$

$$|G''_{21}| \gg |G'_{см2} K_{12} + G''_{см2} K_{12}^2 + G''_{22} K_{12}^3 + \alpha_0 A_0 K_{12}|,$$

где  $A_0 = (G'_{21} + G_{см2} K_{12} + G''_{22} K_{12}^2)/G_{21}$ ;  $\alpha_0 = G_{см2} + 2G'_{22} K_{12}$ ;  $K_{12} = u_2/u_1$ .

Качественно последние неравенства справедливы для малых величин коэффициента передачи четырехполюсника  $K_{12}$ , однако выполняются они не везде, что требует уточнения в каждом конкретном случае. Например, нелинейные свойства полевого транзистора даже при небольших величинах  $K_{12}$  определяются рядом параметров матрицы  $\|G_{ik}\|$  (см. 2.4.2.).

Возможна также ситуация, когда поведение резистивного звена для продукта 3-го порядка нельзя характеризовать статическим параметром  $G''$  усилительного прибора (УП). Это происходит, например, при охвате УП обратными связями, порождающими зависимость ядра 3-го порядка передаточной характеристики от статических параметров как 3-го, так и 2-го порядков (см. 4.4.1.).

Таким образом, при системотехническом подходе к анализу НИ в трактах параметры  $y_2$  и  $y_3$  необходимо трактовать не как отношение статических параметров  $G'_{21}/G_{21}$  и  $G''_{21}/G_{21}$ , а как отношение коэффициентов передаточной характеристики степенного ряда (6.14), связывающего входную и выходную цепи нелинейного элемента в структуре рис. 6.12. Методы получения последних отношений и способы управления ими подробно изложены в гл. 4.

## 6.2. Передаточные характеристики многокаскадных усилительных трактов

Для большинства усилительных трактов характерны следующие структурные схемы (рис. 6.8): цепочечная (а); с параллельными каналами (б); цепочечная с местными обратными связями (в);

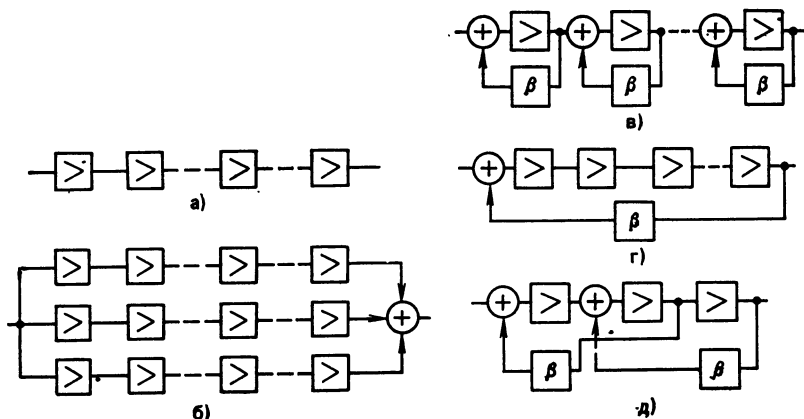


Рис. 6.8. Варианты структурных схем многокаскадных усилительных трактов

(в); цепочечная с общей обратной связью (г); с перекрещивающимися обратными связями (д) и др. Однако основной структурной схемой усилительного тракта может считаться схема рис. 6.8а, так как местные обратные связи могут быть учтены в характеристиках звеньев, случай параллельных каналов легко анализируется на основе цепочечного соединения, общая обратная связь сводится к канонической структуре, рассмотренной в § 4.4, а перекрещивающиеся обратные связи нашли ограниченное применение. Найдем передаточную характеристику для схемы рис. 6.8а, полагая для простоты, что все элементы являются однонаправленными.

### 6.2.1. ПЕРЕДАТОЧНАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ЦЕПОЧЕЧНОГО СОЕДИНЕНИЯ

Пусть каждое звено структуры рис. 6.8а описывается рядом В. с матрицей параметров  $\|K_i\|$ . Воспользуемся универсальным алгоритмом расчета передаточной характеристики тракта (2.72). Тогда

$$K_u(p_1, p_2) = \sum_{i=1}^n K'_i(p_1, p_2) K_{ui}(p_1) K_{ui}(p_2) K_{пер i}(p_1 + p_2), \quad (6.29)$$



$$K_u(p_1, p_2, p_3) = \sum_{i=1}^n [K_i''(p_1, p_2, p_3) K_{ui}(p_1) K_{ui}(p_2) K_{ui}(p_3) +$$

$$+ 2 K_i'(p_1, p_2 + p_3) K_{ui}(p_1) \sum_{l=1}^n K_l'(p_2, p_3) K_{ul}(p_2) K_{ul}(p_3) K_{\text{пер } l}'(p_2 + p_3)] \times$$

$$\times K_{\text{пер } i}(p_1 + p_2 + p_3), \quad (6.30)$$

где соответствующие линейные коэффициенты передачи  $K_{\text{пер}}(p)$ ,  $K_{\text{пер}}'(p)$  условно показаны на рис. 6.9.

В соответствии с гл. 2, при учете вкладов ядер 2-го порядка суммирование в выражениях (6.29), (6.30) ведется по всем нелинейным элементам тракта. Однако, учитывая однонаправленность звеньев анализируемой структуры, величинами  $K_{\text{пер}}'(p)$ , определенными для точек, лежащих правее  $i$ -й точки тракта, можем пренебречь. На рис. 6.9 эти передачи условно показаны пунктирными линиями. Тогда выражение (6.30) значительно упрощается:

$$K_u(p_1, p_2, p_3) = \sum_{i=1}^n [K_i''(p_1, p_2, p_3) K_{ui}(p_1) K_{ui}(p_2) K_{ui}(p_3) +$$

$$+ 2 K_i'(p_1, p_2 + p_3) K_{ui}(p_1) \sum_{l=1}^{i-1} K_l'(p_2, p_3) K_{ul}(p_2) K_{ul}(p_3) K_{\text{пер } l}'(p_2 + p_3)] \times$$

$$\times K_{\text{пер } i}(p_1 + p_2 + p_3). \quad (6.31)$$

Из (6.29) и (6.31) можно сделать следующие выводы:

1. Нелинейная передаточная характеристика цепочечной структуры определяется нелинейными параметрами звеньев, а также линейными коэффициентами передачи от источника сигнала до входа отдельных нелинейных звеньев и от последних до выхода тракта.

2. Квадратичный член передаточной характеристики определяется только ядрами звеньев 2-го и 1-го порядков.

3. Кубический член передаточной характеристики определяется как ядрами звеньев 3-го и 1-го порядков, так и ядрами 2-го порядка. Последнее объясняется тем, что в общем случае продукт нелинейного преобразования в структуре рис. 6.9 определяется не только параметрами звеньев 3-го порядка, но и взаимодействием продуктов 2-го и 1-го порядков. Исключение составляют случаи, когда ядра звеньев 2-го порядка вносят малый вклад в выходной эффект (т. е. используются элементы с выраженными свойствами нелинейности кубического вида) или когда исключается возможность указанного выше взаимодействия.

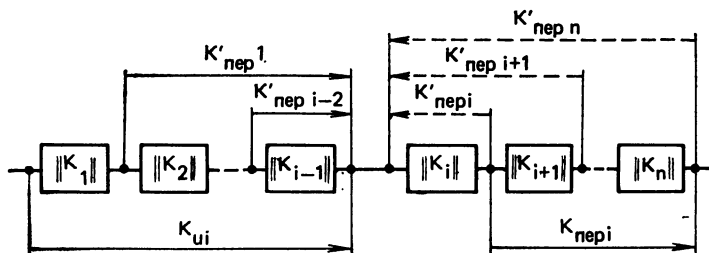


Рис. 6.9. К анализу передаточной характеристики многокаскадного цепочечного соединения каскадов усилительного тракта

продуктов различных порядков в результате их подавления. Последнее явление может происходить в избирательном тракте и будет рассмотрено ниже.

Выражения (6.29), (6.31) могут быть упрощены для случая тракта с резистивным характером звеньев. Тогда

$$K_{u3} = \sum_{i=1}^n K_i' K_{ui}^2 K_{\text{пер } i}, \quad (6.32)$$

$$K_{u3} = \sum_{i=1}^n \left[ K_i' K_{ui}^3 + 2K_i' K_{ui} \sum_{l=1}^{i-1} K_l' K_{ul}^2 K_{\text{пер } l} \right] K_{\text{пер } i}. \quad (6.33)$$

При использовании (6.29) и (6.31) для расчета отклика на заданное воздействие в случае комплексной нелинейности звеньев необходимо предварительно осуществить симметризацию характеристик ядер. Из (6.29) видно, что ядро 2-го порядка симметризовано, если симметризованы характеристики  $K_i'(p_1, p_2)$ . Симметризация ядра 3-го порядка при условии симметризации характеристик ядер 2-го и 3-го порядков отдельных звеньев в соответствии с 2.2.2 может быть осуществлена следующим способом:

$$\begin{aligned} K_u(p_1, p_2, p_3) = \sum_{i=1}^n \left\{ K_i''(p_1, p_2, p_3) K_{ui}(p_1) K_{ui}(p_2) K_{ui}(p_3) + \right. \\ + 2K_i'(p_1, p_2 + p_3) \frac{1}{3} \left[ K_{ui}(p_1) \sum_{l=1}^{i-1} K_l'(p_2, p_3) K_{ul}(p_2) K_{ul}(p_3) K_{\text{пер } l}'(p_2 + p_3) + \right. \\ + K_{ui}(p_2) \sum_{l=1}^{i-1} K_l'(p_1, p_3) K_{ul}(p_1) K_{ul}(p_3) K_{\text{пер } l}'(p_1 + p_3) + \\ \left. \left. + K_{ui}(p_3) \sum_{l=1}^{i-1} K_l'(p_1, p_2) K_{ul}(p_1) K_{ul}(p_2) K_{\text{пер } l}'(p_1 + p_2) \right] \right\} K_{\text{пер } i}(p_1 + p_2 + p_3). \end{aligned} \quad (6.34)$$

### 6.2.2. КРИТЕРИЙ НИ В МНОГОКАСКАДНОМ УСИЛИТЕЛЬНОМ ТРАКТЕ

*Коэффициент гармоник.* Из (6.29) и табл. 2.2 для ядра 2-го порядка находим

$$K_u(j\omega, j\omega) = \sum_{i=1}^n K_i(j\omega, j\omega) K_{ui}(j\omega) K_{\text{пер } i}(2j\omega).$$

В соответствии с (2.20)

$$K_{r2} = \frac{U_m}{2} \frac{|K_u(j\omega, j\omega)|}{|K_u(j\omega)|},$$

где  $U_m$  — амплитуда воздействия на входе тракта, откуда

$$K_{r2} = \frac{U_m}{2} \frac{\left| \sum_{i=1}^n K_i'(j\omega, j\omega) K_{ui}(j\omega) K_{\text{пер } i}(2j\omega) \right|}{|K_1 K_2 \dots K_n(j\omega)|}, \quad (6.35)$$

где  $K_i$  — линейные коэффициенты передачи звеньев рис. 6.9.

Используя соотношения, справедливые для исследуемой структуры,  $K_{ui} = K_1 K_2 \dots K_{i-1}$  и  $K_{пер} = K_{i+1} K_{i+2} \dots K_n$ ,  $U_{mi} = K_1 K_2 \dots K_{i-1} U_m$ , где  $U_{mi}$  — напряжения на входе  $i$ -го звена; из последних выражений и (6.35) нетрудно получить

$$\left. \begin{aligned} K_{r2} &= \frac{1}{2} \left| \sum_{i=1}^n \frac{K'_i(j\omega, j\omega) U_{mi}}{K_i(j\omega)} \right| \\ K_{r2i} &= \frac{1}{2} \left| \frac{K'_i(j\omega, j\omega)}{K_i(j\omega)} \right| U_{mi} \end{aligned} \right\} \quad (6.36)$$

Выражения вида  $K_{r2i}$  (6.36) представляют собой коэффициенты гармоник  $i$ -го звена при напряжении  $U_{mi}$ , действующем на его входе, которое в свою очередь соответствует входному для тракта воздействию  $U_m$ .

Если тракт состоит из звеньев резистивного характера, то (6.36) преобразуется следующим образом:

$$K_{r2} = \frac{1}{2} \left| \sum_{i=1}^n \frac{K'_i U_{mi}}{K_i} \right|, \quad K_{r2i} = \frac{K'_i U_{mi}}{2K_i}. \quad (6.37)$$

Если все  $K'_i/K_i$  одного знака, то из (6.36) и (6.37) находим

$$K_{r2} = \sum_{i=1}^n |K_{r2i}|. \quad (6.38)$$

Если  $K'_i/K_i$  отдельных каскадов имеют разные знаки, то (6.38) несправедливо. Однако, используя (6.38), можно дать максимальную оценку коэффициентов гармоник тракта в виде

$$|K_{r2m}| \leq \sum_{i=1}^n |K_{r2i}|. \quad (6.39)$$

Обычно при измерении  $K_{r2}$  отдельных каскадов знаки этого критерия НИ не определяются, поэтому использование выражения (6.39) дает завышенное значение коэффициента гармоник тракта, выраженное через коэффициенты гармоник каскадов.

Если тракт содержит звенья с нелинейностью комплексного характера, то, как следует из (6.36), также возможно использование оценочного выражения вида (6.39), где коэффициенты гармоник отдельных звеньев

$|K_{r2i}| = \frac{1}{2} \frac{|K'_i(j\omega, j\omega)|}{|K_i(j\omega)|} U_{mi}$  определяются по модулю. В общем случае необходимо учитывать фазы колебаний в отдельных каскадах тракта и определять  $K_{r2}$  в соответ-

ствии с (6.36)  $|K_{r2}| = \left| \sum_{i=1}^n K_{ri} \right|$ , где  $K_{ri}$  находятся с учетом фазовых соотношений в тракте.

Из (6.34) и табл. 2.2 для ядра 3-го порядка следует

$$K_u(j\omega, j\omega, j\omega) = \sum_{i=1}^n [K_i''(j\omega, j\omega, j\omega) K_{ui}^3(j\omega) + 2 K_i'(j\omega, 2j\omega) K_{ui}(j\omega) \times \\ \times \sum_{l=1}^{i-1} K_l'(j\omega, j\omega) K_{ul}^2(j\omega) K_{\text{пер } l}'(2j\omega)] K_{\text{пер } i}(3j\omega). \quad (6.40)$$

Если первое слагаемое в (6.40) значительно превосходит второе, например, при выраженном кубическом характере нелинейности звеньев, то

$$K_u(j\omega, j\omega, j\omega) \approx \sum_{i=1}^n K_i''(j\omega, j\omega, j\omega) K_{ui}^3(j\omega) K_{\text{пер } i}(3j\omega). \quad (6.41)$$

Однако в широкополосном тракте это условие не всегда справедливо и учет вклада квадратичной нелинейности в образование 3-й гармоники часто необходим. В случае выполнения (6.41) аналогично  $K_{r2}$  для резистивных звеньев с одним знаком  $K_i''/K_i$  справедливо равенство  $|K_{r3}| = \sum_{i=1}^n |K_{r3i}|$ , для случая разных знаков и нелинейности комплексного характера  $|K_{r3m}| \leq \sum_{i=1}^n |K_{r3i}|$ , где  $K_{r3i} = \frac{1}{4} \left| \frac{K_i(j\omega, j\omega, j\omega)}{K_i(j\omega)} \right| U_{mi}^2$ .

Для случая учета фаз колебаний в тракте  $|K_{r3}| = \left| \sum_{i=1}^n K_{r3i} \right|$ , где  $K_{r3i}$  определяются с учетом фазовых соотношений в тракте.

*Коэффициент перекрестных искажений.* Из (6.40) следует для ядра 3-го порядка

$$K(j\omega_c, j\omega_n, -j\omega_n) = \sum_{i=1}^n \left\{ K_i''(j\omega_c, j\omega_n, -j\omega_n) K_{ui}(j\omega_c) K_{ui}(j\omega_n) \right\}^2 + \\ + 2 K_i'(j\omega_c, 0) \frac{1}{3} \left[ K_{ui}(j\omega_c) \sum_{l=1}^{i-1} K_l'(j\omega_n, -j\omega_n) |K_{ul}(j\omega_n)|^2 K_{\text{пер } l}'(0) + \right. \\ \left. + K_{ui}(j\omega_n) \sum_{l=1}^{i-1} K_l'(j\omega_c, -j\omega_n) K_{ul}(j\omega_c) K_{ul}(-j\omega_n) K_{\text{пер } l}'(j\omega_c, -j\omega_n) + \right.$$

$$+ K_{ul}(-j\omega_n) \sum_{l=1}^{l-1} K'_l(j\omega_c, j\omega_n) K_{ul}(j\omega_c) K_{ul}(j\omega_n) K'_{пер l}(j\omega_c + j\omega_n) \Big] \Big\} K_{пер}(j\omega_c). \quad (6.42)$$

Колебание, соответствующее перекрестным искажениям, как следует из табл. 2.2, имеет вид

$$u_{иск.пер}(t) = \frac{3}{4} U_{mc} U_{mn}^2 |K(j\omega_c, j\omega_n, -j\omega_n)| \cos(\omega_c t + \varphi_c + \varphi), \quad (6.43)$$

$$\text{где } \varphi = \arctg \frac{\operatorname{Im} K(j\omega_c, j\omega_n, -j\omega_n)}{\operatorname{Re} K(j\omega_c, j\omega_n, -j\omega_n)}.$$

Из (6.42), (6.43) можно сделать следующие выводы:

1. Перекрестные искажения в многокаскадных широкополосных трактах обусловлены параметрами нелинейности отдельных звеньев как 2-го, так и 3-го порядков. Последнее объясняется взаимодействием продуктов различного вида, вызванных прохождением в тракте многочастотного колебания с частотами  $\omega_c \pm \omega_n$ ,  $\omega_c$ ,  $\omega_n$ , 0.

2. Для многокаскадных узкополосных трактов вкладом квадратичных параметров звеньев можно пренебречь. Это объясняется тем, что передачи на частотах  $\omega_c \pm \omega_n$  и 0 в этих трактах пренебрежимо малы, так как эти частоты существенно удалены от средней частоты тракта.

Тогда из (6.42), (6.43) следует

$$K(j\omega_c, j\omega_n, -j\omega_n) = \sum_{i=1}^n K''_i(j\omega_c, j\omega_n, -j\omega_n) K_{ui}(j\omega_c) |K_{ui}(j\omega_n)|^2 K_{пер i}(j\omega_c)$$

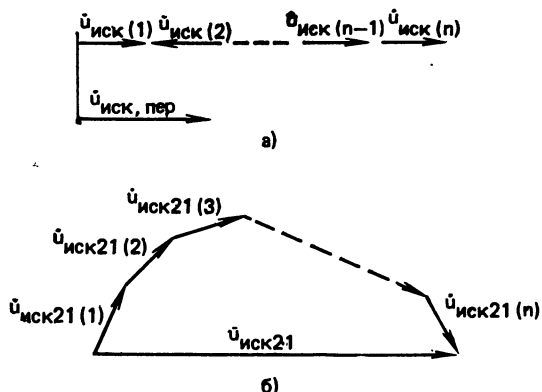
и

$$u_{иск.пер}(t) = \frac{3}{4} U_{mc} U_{mn}^2 \left| \sum_{i=1}^n K''_i(j\omega_c, j\omega_n, -j\omega_n) K_{ui}(j\omega_c) K_{ui}(j\omega_n) \right|^2 \times \\ \times K_{пер}(j\omega_c) \cos(\omega_c t + \varphi_c + \varphi). \quad (6.44)$$

В соответствии с (2.25) и (6.44) окончательно находим

$$K_{пер} = \frac{3 m_n U_{m0}^2}{m_c} \frac{\left| \sum_{i=1}^n K''_i(j\omega_c, j\omega_n, -j\omega_n) K_{ui}(j\omega_c) |K_{ui}(j\omega_n)|^2 K_{пер i}(j\omega_c) \right|}{|[K_1 K_2 \dots K_n](j\omega_c)|}. \quad (6.45)$$

Из (6.44) следует, что при резистивном характере нелинейных звеньев тракта и отсутствии фазового сдвига на средней частоте  $\omega_c$  колебания перекрестной помехи имеют фазовый сдвиг, равный нулю. Таким образом, суммарное колебание перекрестной



помехи на выходе многокаскадного усилительного тракта  $\dot{u}_{иск, пер}$  в этом случае можно условно представить в виде суммы коллинеарных векторов  $\dot{u}_{иск(i)}$  (рис. 6.10а), от-

Рис. 6.10. К определению НИ многокаскадных трактов с различным характером нелинейности: а — резистивным; б — комплексным

носительные направления которых обусловлены лишь знаками ядер 3-го порядка отдельных звеньев  $K''_i$  и линейных передач  $K_{ui}(j\omega_c)$ .

Вводя величину  $K_{пер i}$   $i$ -го каскада, обусловленную действующими на его входе сигналом и помехой,

$$K_{пер i} = \frac{3 m_n U_{mi}^2}{m_c} \frac{K''_i(j\omega_c, j\omega_n, -j\omega_n)}{|K_i(j\omega_c)|}, \quad (6.46)$$

из (6.45) и (6.46) нетрудно получить связь  $K_{пер}$  тракта и отдельных звеньев

$$|K_{пер}| = \left| \sum_{i=1}^n K_{пер i} \right|. \quad (6.47)$$

Если знаки  $K_{пер i}$  для всех звеньев одинаковы, т. е. продукты нелинейного преобразования синфазны, то

$$|K_{пер}| = \sum_{i=1}^n |K_{пер i}|, \quad (6.48)$$

если знаки различны, а  $K_{пер i}$  определены по модулю, то можно воспользоваться максимальной оценкой

$$|K_{пер m}| \leq \sum_{i=1}^n |K_{пер i}|. \quad (6.49)$$

Для двух звеньев возможна также минимальная оценка вида

$$|K_{пер, мин}| \geq |K_{пер 1}| - |K_{пер 2}|$$

или

$$|K_{пер, мин}| \geq |K_{пер 2}| - |K_{пер 1}|.$$

При выводе выражений (6.47) — (6.49) предполагалось, что перекрестные искажения в каждом звене были порождены неиска-

женными колебаниями сигнала и помехи, действующих на его входе. Однако в действительности на входе каждого звена действуют колебания, обусловленные также накоплением продуктов нелинейных преобразований в предшествующей части тракта. При учете эффекта искажений входных сигналов выражения (6.47) — (6.49) следует изменить [28]; например, вместо (6.48)

$$|K_{\text{пер } i}| = \prod_{i=1}^n (1 + |K_{\text{пер } i}|) - 1 \text{ и т. д.} \quad (6.50)$$

Следует, однако, заметить, что при малых  $K_{\text{пер } i}$  использование поправок, аналогичных (6.50), не дает заметного уточнения результата.

*Коэффициент интермодуляционных искажений.* Из (6.42) следует, что для ядра 3-го порядка

$$\begin{aligned} K(j\omega_1, j\omega_1, \pm j\omega_2) = & \sum_{i=1}^n \left\{ K_i''(j\omega_1, j\omega_1, \pm j\omega_2) K_{ui}^2(j\omega_1) K_{ui}(\pm j\omega_2) + \right. \\ & + 2K_i'(j\omega_1, j\omega_1, \pm j\omega_2) \frac{1}{3} \left[ 2K_{ui}(j\omega_1) \sum_{i=1}^{i-1} K_i'(j\omega_1, \pm j\omega_2) K_{ui}(j\omega_1) \times \right. \\ & \times K_{ui}(\pm j\omega_2) K_{\text{пер } i}'(j\omega_1 \pm j\omega_2) + K_{ui}(\pm j\omega_2) \sum_{i=1}^{i-1} K_i'(j\omega_1, j\omega_1) \times \\ & \left. \left. \times K_{ui}^2(j\omega_1) K_{\text{пер } i}'(2j\omega_1) \right] \right\} K_{\text{пер } i}(2j\omega_1 \pm j\omega_2). \end{aligned} \quad (6.51)$$

Колебание, соответствующее интермодуляционным искажениям, как следует из табл. 2.2, имеет вид

$$\begin{aligned} u_{\text{иск } 21}(t) = & \frac{3}{4} U_{m1}^2 U_{m2} |K(j\omega_1, j\omega_1, \pm j\omega_2)| \cos[(2\omega_1 \pm \omega_2)t + \\ & + 2\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi], \end{aligned} \quad (6.52)$$

$$\text{где } \varphi = \arctg \frac{\text{Im } K(j\omega_1, j\omega_1, \pm j\omega_2)}{\text{Re } K(j\omega_1, j\omega_1, \pm j\omega_2)}.$$

Из (6.51), (6.52) можно сделать следующие выводы:

1. Для многокаскадных широкополосных трактов интермодуляционные искажения аналогично перекрестным образуются в общем случае благодаря параметрам нелинейности отдельных звеньев как 2-го, так и 3-го порядков. Вклад ядра 2-го порядка обусловлен прохождением в тракте многочастотного колебания с частотами  $\omega_1 \pm \omega_2$ ,  $\omega_1$ ,  $\omega_2$ ,  $2\omega_1 \pm \omega_2$ .

2. Для многокаскадных узкополосных трактов вкладом квадратичных параметров звеньев можно пренебречь. Это объясняется

малыми величинами передачи на частотах действия помех ( $\omega_1 \pm \omega_2$  и  $2\omega_1$ ), так как они существенно удалены от средней частоты тракта.

Тогда из (6.51) окончательно получаем

$$K(j\omega_1, j\omega_1, \pm j\omega_2) = \sum_{i=1}^n K_i''(j\omega_1, j\omega_1, \pm j\omega_2) K_{ui}^2(j\omega_1) K_{ui}(\pm j\omega_2) \times \\ \times K_{пер i}(2j\omega_1 \pm j\omega_2) \quad (6.53)$$

и

$$u_{иск 21}(t) = \frac{3}{4} U_{m1}^2 U_{m2} \left| \sum_{i=1}^n K_i''(j\omega_1, j\omega_1, \pm j\omega_2) K_{ui}^2(j\omega_1) K_{ui}(\pm j\omega_2) \times \right. \\ \left. \times K_{пер i}(2j\omega_1 \pm j\omega_2) \right| \cos[(2\omega_1 \pm \omega_2)t + 2\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi], \quad (6.54)$$

где  $2\omega_1 \pm \omega_2 = \omega_c$ .

Из (6.53), (6.54) следует, что при резистивном характере  $K''_i$  всех звеньев тракта ядро, соответствующее продукту интермодуляции, и колебание помехи могут иметь фазовые сдвиги, отличные от нуля. Эти сдвиги обусловлены в основном ФЧХ цепей с передачами  $K_{ui}(j\omega_1)$  и  $K_{ui}(\pm j\omega_2)$  на частотах помех  $\omega_1$  и  $\omega_2$ , так как фазовые сдвиги за счет множителей  $K''_i$  и  $K_{пер i}(2j\omega_1 \pm j\omega_2)$  при этом могут быть близки к нулю. Последнее предполагает резистивный характер нелинейности звеньев и нулевой фазовый сдвиг тракта на средней частоте  $\omega_c = 2\omega_1 \pm \omega_2$ . Пример возможной векторной диаграммы, соответствующей образованию продукта интермодуляционной помехи в многокаскадном тракте, в случае заметных фазовых сдвигов имеет вид, представленный на рис. 6.10б.

Можно показать, что коэффициенты интермодуляции тракта и звеньев связаны соотношением

$$|K_{21}| = \left| \sum_{i=1}^n K_{21i} \right|, \quad (6.55)$$

где каждый из коэффициентов следует определять с учетом фазового сдвига, т. е.

$$\left. \begin{aligned} K_{21} &= \frac{3 U_{m1}^2 U_{m2}}{4 U_{mc}} \frac{K(j\omega_1, j\omega_1, \pm j\omega_2)}{K(j\omega_c)}, \\ K_{21i} &= \frac{3 U_{m1i}^2 U_{m2i}}{4 U_{mci}} \frac{K_i''(j\omega_1, j\omega_1, \pm j\omega_2)}{K_i(j\omega_c)}, \end{aligned} \right\} \quad (6.56)$$

где  $U_{m1i}$ ,  $U_{m2i}$ ,  $U_{mci}$  — соответствующие неискаженные напряжения на входе  $i$ -го звена.



Очевидно, необходимость учета фазовых соотношений при расчете  $K_{21}$  многокаскадного тракта делает затруднительным установление связей его модуля с модулями критериев НИ отдельных звеньев  $K_{21i}$ , которые известны обычно на практике. Использование максимальной оценки вида

$$|K_{21}| \leq \sum_{i=1}^n |K_{21i}| \quad (6.57)$$

может дать значительное превышение расчетного коэффициента сравнительно с фактическим, так как не учитывает векторного сложения интермодуляционных колебаний отдельных звеньев тракта.

Для широкополосных трактов, в которых можно пренебречь фазовыми сдвигами в (6.54), векторная диаграмма имеет вид рис. 6.10а. При одинаковых знаках  $K''_i$  справедливо соотношение

$$|K_{21}| = \sum_{i=1}^n |K_{21i}|, \quad \text{при различных знаках — максимальная оценка} \quad (6.57).$$

*Коэффициент гармоник огибающей сигнала.* Из (6.42) следует, что для ядра 3-го порядка

$$\begin{aligned} K(j\omega, j\omega, -j\omega) = & \sum_{i=1}^n \left\{ K''_i(j\omega, j\omega, -j\omega) K_{ui}^2(j\omega) K_{ui}(-j\omega) + \right. \\ & + 2K'_i(j\omega, 0) \frac{1}{3} \left[ 2K_{ui}(j\omega) \sum_{l=1}^{i-1} K'_l(j\omega, -j\omega) |K_{ul}(j\omega)|^2 K'_{\text{пер } l}(0) + \right. \\ & \left. \left. + K_{ui}(-j\omega) \sum_{l=1}^{i-1} K'_l(j\omega, j\omega) K_{ul}^2(j\omega) K'_{\text{пер } l}(2j\omega) \right] \right\} K_{\text{пер } i}(j\omega). \quad (6.58) \end{aligned}$$

Из (6.58) можно сделать выводы:

1. Для широкополосных многокаскадных трактов искажения огибающей обусловлены параметрами нелинейности звеньев как 2-го, так и 3-го порядков. Вклад ядра 2-го порядка определяется условиями прохождения в тракте многочастотного колебания с частотами  $\omega$ ,  $2\omega$ ,  $0$ .

2. Для узкополосных многокаскадных трактов искажения огибающей практически обусловлены кубичными параметрами ядер звеньев, так как передача на частотах  $2\omega$  и  $0$  мала, поскольку эти частоты существенно удалены от средней частоты тракта.

Тогда из (6.58)

$$K(j\omega, j\omega, -j\omega) = \sum_{i=1}^n K''_i(j\omega, j\omega, -j\omega) |K_{ui}(j\omega)|^2 K_{ui}(j\omega) K_{\text{пер } i}(j\omega)$$

и в соответствии с табл. 2.2

$$u_{\text{ор}}(t) = \frac{3}{4} m U_{m0}^2 |K(j\omega, j\omega, -j\omega)| \cos(\omega t + \varphi + \varphi'),$$

$$\text{где } \varphi' = \arctg \frac{\operatorname{Im} K(j\omega, j\omega, -j\omega)}{\operatorname{Re} K(j\omega, j\omega, -j\omega)}.$$

Нетрудно видеть, что процесс образования продукта искажений на выходе тракта при условии резистивного характера  $K''_i$  и отсутствии фазового сдвига на центральной частоте тракта  $\omega$  соответствует сумме коллинеарных векторов, что аналогично случаю рис. 6.10а, т. е.

$$|K_{\Gamma(\text{ор})}| = \left| \sum_{i=1}^n K_{\Gamma(\text{ор}) i} \right|.$$

Необходимость учета фазовых характеристик звеньев тракта при расчете некоторых критериев НИ существенно затрудняет анализ многокаскадных структур. Поэтому с целью упрощения иногда используют среднеквадратическую оценку

$$K_{\text{НИ}} = \sqrt{\sum_{i=1}^n |K_{\text{НИ} i}|^2}.$$

Однако следует иметь в виду, что точность таких расчетов может быть значительно хуже, чем при использовании формул, основанных на учете известных фазовых соотношений.

Эффект взаимодействия перекрестных и интермодуляционных искажений в многокаскадной структуре усилительного тракта может быть использован на практике. Так, в многокаскадной схеме может оказаться возможной реализация «нулевых точек» для отдельных ядер, хотя для каждого из отдельных звеньев эти точки отсутствуют или появляются при режимах, не выгодных с позиций получения требуемых других показателей качества (экономичности питания, коэффициента шума, усилительной способности и т. д.). Последнее иллюстрируется рис. 6.11, где приведены характеристики зависимости коэффициента перекрестных искажений для каскадной схемы транзисторного усилителя ОЭ-ОБ и для первого каскада (кривая 1).

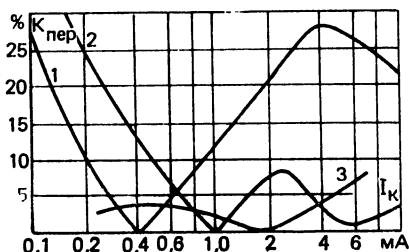


Рис. 6.11. Влияние режима питания по постоянному току на коэффициент перекрестных искажений в каскадном усилителе (ОЭ-ОБ)

Кривые 2 и 3 соответствуют току коллектора второго транзистора соответственно 1 и 5 мА.

В образовании нелинейных искажений могут принимать участие не только звенья одного функционального блока, но и ряда

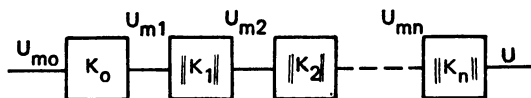
соседних блоков. Например, с увеличением частоты принимаемого сигнала  $\omega_c$  в преселекторе радиоприемника, как известно, его избирательные свойства ухудшаются. Это, во-первых, увеличивает число нелинейных продуктов и, во-вторых, приводит к тому, что соизмеримые нелинейные продукты возникают одновременно в нескольких каскадах. В образовании нелинейных продуктов 3-го порядка транзисторного связного приемника КВ или УКВ диапазона практически принимают участие каскады УВЧ, преобразователи частоты и усилитель первой промежуточной частоты.

### 6.3. Динамический диапазон и отношение сигнал/помеха в многокаскадных трактах

#### 6.3.1. ДИНАМИЧЕСКИЙ ДИАПАЗОН ЦЕПОЧЕЧНОГО СОЕДИНЕНИЯ

Рассмотрим цепочечное соединение каскадов на рис. 6.12, где  $K_0$  — линейный коэффициент передачи входной цепи тракта;  $U_{mi}$  — напряжения сигнала или помех, действующие в соответствующих

Рис. 6.12. К определению динамического диапазона многокаскадного тракта



сечениях;  $\|K_i\|$  — матрица линейного и нелинейных параметров звена.

Следуя определению (4.34), запишем выражение для динамического диапазона всего тракта  $D$ , обусловленного НИ 3-го порядка,

$$D_{(3)} = \frac{K_{зд} G_{11,1}}{2kT\Delta FN} \left| \frac{K}{K''} \right| f, \quad (6.59)$$

где  $K_{зд}$  — допустимая величина соответствующего критерия НИ;  $G_{11,1}$  — входная проводимость 1-го звена;  $|K/K''|$  — относительный параметр нелинейности тракта 3-го порядка;  $N$  — коэффициент шума тракта;  $f$  — коэффициент, зависящий от отношения сопротивлений источника сигнала и  $1/G_{11,1}$ .

Выражение (6.59) можно привести к виду

$$D_{(3)} = \frac{\alpha}{N} \left| \frac{K}{K''} \right|, \quad (6.60)$$

где  $\alpha = K_{зд} G_{11,1} / 2kT\Delta F$ .

Введем динамический диапазон  $i$ -го звена тракта. В соответствии с (4.34) он выражается следующим образом:

$$D_i = \frac{K_{зд i} G_{11,i}}{2kT\Delta FN_i} \left| \frac{K_i}{K_i''} \right| f_i.$$

Полагая для упрощения, что оценки верхней границы динамического диапазона приняты одинаковыми, т. е.  $K_{3дi}=K_{3д}$  и  $f=f_i$ , из (6.59) и (6.60) находим

$$D_i = \frac{\alpha G_{11,i}}{N_i G_{11,1}} \left| \frac{K_i}{K_i''} \right|. \quad (6.61)$$

Величины  $N$  и  $N_i$  связаны между собой известным соотношением [1]

$$N = N_1 + \frac{N_2 - 1}{K_{P1}} \theta_1 + \frac{N_3 - 1}{K_{P1} K_{P2}} \theta_2 + \dots, \quad (6.62)$$

где  $\theta_i$  — коэффициенты, определяющие степень согласования в соответствующих сечениях тракта рис. 6.12;  $K_{Pi}$  — коэффициенты усиления по мощности  $i$ -х каскадов.

Связи критериев НИ тракта и его звеньев для случая несущественной нелинейности были установлены выше (см. § 6.2). Воспользуемся этими связями для некоторых случаев.

1. Оценка верхней границы динамического диапазона по критерию перекрестных искажений.

Используя (6.47), нетрудно получить

$$U_{m0}^2 \left| \frac{K''}{K} \right| = \left| U_{m1}^2 \frac{K_1''}{K_1} + U_{m2}^2 \frac{K_2''}{K_2} + \dots + U_{mn}^2 \frac{K_n''}{K_n} \right|. \quad (6.63)$$

Пусть колебания, соответствующие перекрестной помехе и образующиеся во всех звеньях, имеют одинаковые фазы. Тогда в выражении (6.63) знак модуля можно опустить:

$$\begin{aligned} \frac{K''}{K} &= K_0^2 \frac{K_1''}{K_1} + (K_0 K_1)^2 \frac{K_2''}{K_2} + (K_0 K_1 K_2)^2 \frac{K_3''}{K_3} + \dots + \\ &+ (K_0 K_1 K_2 \dots K_{n-1})^2 \frac{K_n''}{K_n}, \end{aligned}$$

$$\text{где } K_0 = \frac{U_{m1}}{U_{m0}}; \quad K_1 = \frac{U_{m2}}{U_{m1}}; \quad K_2 = \frac{U_{m3}}{U_{m2}}; \dots; \quad K_{n-1} = \frac{U_{mn}}{U_{m(n-1)}}.$$

Подставляя (6.61) и (6.62) в (6.60), находим связь динамического диапазона тракта и отдельных звеньев. Для упрощения этой связи допустим, что коэффициент шума всего тракта определяется 1-м звеном, что характерно для высокочувствительных усилительных устройств с достаточным усилением в первом каскаде. Тогда  $N \approx N_1$  (6.62) и

$$\begin{aligned} \frac{1}{D_{(3)}} &= \frac{K_0^2}{D_1} + \frac{N (K_0 K_1)^2 G_{11,2}}{D_2 N_2 G_{11,1}} + \frac{N (K_0 K_1 K_2)^2 G_{11,3}}{D_3 N_3 G_{11,1}} + \dots + \\ &+ \frac{N (K_0 K_1 K_2 \dots K_{n-1})^2 G_{11,n}}{D_n N_n G_{11,1}}. \end{aligned} \quad (6.64)$$

В широкополосных трактах коэффициенты передачи звеньев  $K_i$  для сигнала и помехи одинаковы, поэтому формула (6.64) может быть использована непосредственно.

В узкополосных трактах помеха ослабляется, поэтому вместо  $K_i$  в (6.64) удобно ввести количественные характеристики ослабления помехи  $S_i$ :

$$S_i = K_0 i / K_i, \quad (6.65)$$

где  $K_{0i}$  — передача  $i$ -го звена для частоты сигнала;  $S_i$  — ослабление помехи на частоте  $\omega_{\text{п}}$ .

Тогда в соответствии с (6.64) и (6.65) находим

$$\begin{aligned} \frac{1}{D_{(3)}} = & \frac{K_{00}^2}{D_1 S_0^2} + \frac{N}{D_2 N_2} \left( \frac{K_{00} K_{01}}{S_0 S_1} \right)^2 \frac{G_{11,2}}{G_{11,1}} + \frac{N}{D_3 N_3} \left( \frac{K_{00} K_{01} K_{02}}{S_0 S_1 S_2} \right)^2 \frac{G_{11,3}}{G_{11,1}} + \dots + \\ & + \frac{N}{D_n N_n} \left( \frac{K_{00} K_{01} K_{02} \dots K_{0(n-1)}}{S_0 S_1 S_2 \dots S_{n-1}} \right)^2 \frac{G_{11,n}}{G_{11,1}}. \end{aligned} \quad (6.66)$$

Упростим последнее выражение. Для этого предположим, что все  $G_{11,i}$  и  $N_i$  соответственно одинаковы.

Тогда

$$\begin{aligned} \frac{1}{D_{(3)}} = & \frac{K_{00}^2}{D_1 S_0^2} + \frac{1}{D_2} \left( \frac{K_{00} K_{01}}{S_0 S_1} \right)^2 + \frac{1}{D_3} \left( \frac{K_{00} K_{01} K_{02}}{S_0 S_1 S_2} \right)^2 + \dots + \\ & + \frac{1}{D_n} \left( \frac{K_{00} K_{01} K_{02} \dots K_{0(n-1)}}{S_0 S_1 S_2 \dots S_{n-1}} \right)^2. \end{aligned} \quad (6.67)$$

Из (6.66), (6.67) следует, что для расширения  $D_{(3)}$  необходимо увеличить динамические диапазоны  $D_i$  и величину ослабления помехи  $S_i$  во всех звеньях, а также уменьшать их передачи  $K_{0i}$  на частоте сигнала.

Если информация о фазах колебаний помехи отсутствует, то возможно использование максимальной оценки

$$\begin{aligned} \frac{1}{D_{(3)}} \Big|_m \leq & \left| \frac{K_{00}^2}{D_1 S_0^2} \right| + \left| \frac{N}{D_2 N_2} \left( \frac{K_{00} K_{01}}{S_0 S_1} \right)^2 \right| + \dots + \\ & + \left| \frac{N}{D_n N_n} \left( \frac{K_{00} K_{01} \dots K_{0(n-1)}}{S_0 S_1 \dots S_{n-1}} \right)^2 \right| \end{aligned}$$

или среднеквадратической оценки, исходящей из равной вероятности как положительного, так и отрицательного знаков  $K''_i/K_i$ :

$$\begin{aligned} \frac{1}{D_{(3)}} \sqrt{\left( \frac{K_{00}^2}{D_1 S_0^2} \right)^2 + \left[ \frac{N}{D_2 N_2} \left( \frac{K_{00} K_{01}}{S_0 S_1} \right)^2 \right]^2 + \dots +} \rightarrow \\ \rightarrow + \left[ \frac{N}{D_n N_n} \left( \frac{K_{00} K_{01} \dots K_{0(n-1)}}{S_0 S_1 \dots S_{n-1}} \right)^2 \right]^2. \end{aligned}$$

В табл. 6.1 приведены выражения для динамических диапазонов двух и трехкаскадных трактов, полученные из (6.67).

ТАБЛИЦА 6.1

Тип тракта	Выражения динамического диапазона
Двухкаскадный широкополосный	$\frac{D_1 D_2}{K_0^2 (D_2 + D_1 K_1^2)}$
Двухкаскадный узкополосный	$\frac{D_1 D_2}{\left(\frac{K_{00}}{S}\right)^2 \left[D_2 + D_1 \left(\frac{K_{01}}{S_1}\right)^2\right]}$
Трехкаскадный широкополосный	$\frac{D_1 D_2 D_3}{K_0^2 [D_2 D_3 + K_1^2 D_1 D_3 + (K_1 K_2)^2 D_1 D_2]}$
Трехкаскадный узкополосный	$\frac{D_1 D_2 D_3}{\left(\frac{K_{00}}{S_0}\right)^2 \left[D_2 D_3 + \left(\frac{K_{01}}{S_1}\right)^2 D_1 D_3 + \left(\frac{K_{01} K_{02}}{S_1 S_2}\right)^2 D_1 D_2\right]}$

Используя табл. 6.1 или выражение (6.67), можно определить требования к звеньям тракта по заданной величине его динамического диапазона  $D_{(3)}$ , выяснив возможность «размена» разнородных параметров отдельных звеньев и т. д. Практический интерес имеет задача определения необходимых параметров звеньев тракта, удовлетворяющего заданным требованиям к  $D_3$  и сквозным характеристикам: усиления  $K_0 = K_{01} K_{02} K_{03}$  и избирательности  $S = S_0 S_1 S_2$ . Так, для двухкаскадного узкополосного тракта, как следует из табл. 6.1,

$$D_{(3)} = D_1 D_2 / \left(\frac{K_0}{S}\right)^2 \left[D_2 \left(\frac{S_1}{K_{01}}\right)^2 + D_1\right].$$

Отсюда можно определить требования к  $S_1$  и  $K_{01}$ , удовлетворяющим заданным характеристикам тракта ( $D_{(3)}$ ,  $K_0$  и  $S$ ).

2. Оценка верхней границы динамического диапазона по критерию интермодуляционных искажений 3-го порядка.

Так как для нелинейностей звеньев резистивного характера в предположении аппроксимации передаточной характеристики звеньев и тракта тремя членами все критерии НИ соответствующим

ших порядков равны с точностью до постоянного множителя, то результаты п. 1 можно распространить на случай использования в широкополосном тракте интермодуляционного критерия НИ.

Для узкополосного тракта можно показать, что выражение (6.67) соответствует

$$\frac{1}{D_{3(21)}} = \frac{\gamma_0}{D_1} + \frac{\gamma_0 \gamma_1 N}{D_2 N_2} + \frac{\gamma_0 \gamma_1 \gamma_2 N}{D_3 N_3} + \dots + \frac{\gamma_0 \gamma_1 \dots \gamma_{n-1} N}{D_n N_n}, \quad (6.68)$$

где  $\gamma_i = K_{ci0}^2 / S_{\pi 1i}^2 S_{\pi 2i}$ ;  $K_{ci0}$  — коэффициент передачи  $i$ -го звена для сигнала ( $\omega_c = 2\omega_1 \pm \omega_2$ );  $S_{\pi 1i}$  и  $S_{\pi 2i}$  — ослабления помех соответственно на частотах  $\omega_1$  и  $\omega_2$ .

Из (6.68) следует, что для расширения  $D_{3(21)}$  необходимо увеличивать величины  $D_i$ , ослабления помех в каждом звене и уменьшать усиление звеньев тракта. При отсутствии необходимой информации о фазах  $K''_i(j\omega_1, j\omega_1, \pm j\omega_2)$  можно воспользоваться максимальной

$$\frac{1}{|D_{3(21)}|_m} \leq \left| \frac{\gamma_0}{D_1} \right| + \left| \frac{N \gamma_0 \gamma_1}{D_2 N_2} \right| + \dots + \left| \frac{N \gamma_0 \gamma_1 \dots \gamma_{n-1}}{D_n N_n} \right|$$

или среднеквадратической оценкой

$$\frac{1}{|D_{3(21)}|} = \sqrt{\left( \frac{\gamma_0}{D_1} \right)^2 + \left( \frac{N \gamma_0 \gamma_1}{D_2 N_2} \right)^2 + \dots + \left( \frac{N \gamma_0 \gamma_1 \dots \gamma_{n-1}}{D_n N_n} \right)^2}.$$

### 6.3.2. ОТНОШЕНИЕ СИГНАЛ/ПОМЕХА В МНОГОКАСКАДНЫХ ТРАКТАХ

В различных сечениях многокаскадного тракта отношения  $C/P$  оказываются разными. Для расчета степени ухудшения  $C/P$  воспользуемся методом, изложенным в [72]. Выделим вначале два звена (рис. 6.13).

Величина сигнала на выходе тракта равна  $u_{c2}$ , величину помехи определим из закона квадратичного суммирования, предполагая, что он справедлив:

$$u_{\pi \Sigma} = \sqrt{u_{\pi 2}^2 + (K_2 u_{\pi 1})^2}. \quad (6.69)$$

Введем коэффициент  $F$ , характеризующий изменение отношения  $C/P$  на выходе звеньев:

$$F = u_{c1}/u_{\pi 1}; \quad u_{c2}/u_{\pi 2} = u_{c2}/u_{\pi 1} K_2. \quad (6.70)$$

Из (6.69) и (6.70) находим суммарный шум на выходе тракта

$$u_{\pi \Sigma} = K_2 u_{\pi 1} \sqrt{1 + F^2}.$$

Отношение  $C/P$  на выходе 2-го звена с учетом первого равно

$$\frac{u_{c2}}{u_{\pi \Sigma}} = \frac{u_{c2}}{K_2 u_{\pi 1} \sqrt{1 + F^2}}, \quad (6.71)$$

в то время как то же отношение, но без учета первого звена

$$u_{c2}/u_{\pi 2} = u_{c2}/F u_{\pi 1} K_2. \quad (6.72)$$

Из (6.71) и (6.72) легко найти степень ухудшения  $C/P$  на выходе 2-го звена при учете 1-го звена:

$$X = u_{c2}/u_{\pi 2}; \quad u_{c2}/u_{\pi \Sigma} = \sqrt{1 + F^2}/F.$$

В табл. 6.2 приведены значения последней зависимости.  
Таким же образом можно определить отношение  $C/P$  в более сложных трактах, последовательно используя приведенную методику расчета.

$X$ , дБ	$F$ , дБ	$X$ , дБ	$F$ , дБ	$X$ , дБ	$F$ , дБ
0	3,00	7	0,788	14	0,169
1	2,54	8	0,636	15	0,135
2	2,12	9	0,514	16	0,108
3	1,76	10	0,416	17	0,086
4	1,45	11	0,331	18	0,069
5	1,19	12	0,265	19	0,052
6	0,973	13	0,213	20	0,043

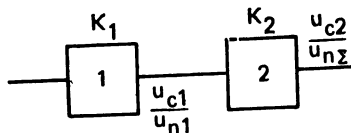


Рис. 6.13. К определению отношения сигнал/помеха в двухкаскадном тракте

#### 6.4. Взаимосвязь различных критериев НИ и динамического диапазона усилительного тракта

#### 6.4.1. МЕТОДИКА ОПРЕДЕЛЕНИЯ СВЯЗЕЙ

Выбор того или иного критерия НИ на практике определяется, во-первых, близостью зондирующего и реального для данного тракта сигналов и, во-вторых, удобством измерения критерия. Например, при использовании интермодуляционных критериев комбинационные колебания имеют значительно большие величины, чем гармонические, что облегчает их выделение и измерение параметров. Так как до настоящего времени применительно к нелинейным искажениям отсутствует сложившееся единое понятие об измеряемой величине, то целесообразно выяснить возможность установления математических связей между различными критериями.

Как следует из изложенного в гл. 6, выражение соответствующего критерия НИ определяется используемой нелинейной моделью тракта. В общем случае  $i$ -й критерий НИ  $K_i$  зависит от  $n$  параметров модели ( $\alpha_s$ ), т. е.

$$K_i = f_i(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n).$$

Очевидно, для установления связей различных  $K_i$  необходимо:

1) составить систему  $n$  уравнений относительно различных критериев  $K_i$ :

$$\left. \begin{aligned} K_1 &= f_1(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n), \\ K_2 &= f_2(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n), \\ &\vdots \\ K_n &= f_n(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n); \end{aligned} \right\} \quad . \quad (6.73)$$



2) решить систему (6.73) относительно  $n$  параметров модели  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ ;

3) результаты решения подставить в каждое из уравнений (6.73), что позволяет выразить любой из критериев через остальные. Так как динамический диапазон тракта связан с соответствующим критерием НИ, то далее нетрудно связать величины  $D_i$ .

Из изложенного следует, что однозначная взаимосвязь двух любых критериев возможна только в том случае, если они являются функциями только одного параметра  $\alpha_1$ . Для большого числа определяющих параметров каждый из критериев в общем случае можно выразить не через один, а через несколько критериев. Например, связь критериев вида  $\eta$  (см. 1.2.2) и  $K_{r2}$  для резистивных трактов имеет вид однозначной зависимости только в случае малых НИ, когда справедлива аппроксимация передаточной характеристики тракта «коротким» степенным рядом [41]  $\eta \approx \frac{1}{2} K_{r2}^2$ .

Для больших НИ одному и тому же значению  $\eta$  соответствует множество  $K_{r2}$ , т. е. связь теряет однозначность, хотя и существует:  $\eta \approx \frac{1}{2} K_{r2}^2 + \frac{8}{3} K_{r3}$ .

Для упрощения подобных взаимосвязей используют оценочные соотношения, которые позволяют определить области существования критериев, хотя установление точных соотношений оказывается принципиально невозможным. Количественная связь оценок разных видов существенно зависит от вида избранной модели тракта. Поэтому расчетные выражения взаимосвязей критериев НИ не всегда подтверждаются на практике, что объясняется несоответствием принятой при анализе математической модели тракта.

#### 6.4.2. СООТНОШЕНИЕ МЕЖДУ РАЗЛИЧНЫМИ КРИТЕРИЯМИ НИ И СООТВЕТСТВУЮЩИМИ ИМ ВЕЛИЧИНАМИ ДИНАМИЧЕСКОГО ДИАПАЗОНА

*Тракты с нелинейностью резистивного характера.* Рассмотрим аппроксимацию передаточной характеристики степенным рядом. Для числа членов ряда  $n \leq 3$  соответствующие критерии НИ как 2-го, так и 3-го порядков связаны друг с другом с помощью одного параметра модели (относительного параметра нелинейности  $u_2$  или  $u_3$ ). Поэтому система (6.73) позволяет получить однозначные взаимосвязи, например:

$$\left. \begin{aligned} K_{r2} &= K_{11} \frac{U_{mc} U_m}{2 U_{m\pi 1} U_{m\pi 2}}, & K_{r3} &= K_{\text{пер}} \frac{U_m^2 m_c}{12 U_{m\pi 0} m_n}, \\ K_{r3} &= K_r (\text{ор}) \frac{2 U_m^2}{9 m U_{m0}^2}, & K_{r3} &= K_{21} \frac{U_m^2 U_{mc}}{3 U_{m\pi 1}^2 U_{m\pi 2}}, \end{aligned} \right\} \quad (6.74)$$

где все обозначения соответствуют (2.31).

Связь различных по определению величин динамического диапазона  $D$  для той же модели тракта имеет вид [73]:

$$D_{\text{пер}} = D_{6\text{л}} \left( \frac{K_{\text{пер}}}{2 K_{6\text{л}}} \right)^{1/2}, \quad D_{6\text{л}} = D_{\text{пер}} \left( \frac{2 K_{6\text{л}}}{K_{\text{пер}}} \right)^{1/2},$$

$$D_{\text{пер}} = D_{21}^{3/2} \left( \frac{K_{\text{пер}}}{2 S_2 K_{21}} \right)^{1/2}, \quad D_{21} = D_{\text{пер}}^{2/3} \left( 2 S_2 \frac{K_{21}}{K_{\text{пер}}} \right)^{1/3},$$

$$D_{6\text{л}} = D_{21}^{3/2} \left( \frac{K_{6\text{л}}}{S_2 K_{21}} \right)^{1/2}, \quad D_{21} = D_{6\text{л}}^{2/3} \left( \frac{S_2 K_{21}}{K_{6\text{л}}} \right)^{1/3},$$

где  $S_2$  — значение ослабления помехи входной цепью каскада.

Связь различных оценок НИ и соответствующих  $D_i$  представлена на номограмме рис. 6.14. С увеличением числа членов ап-

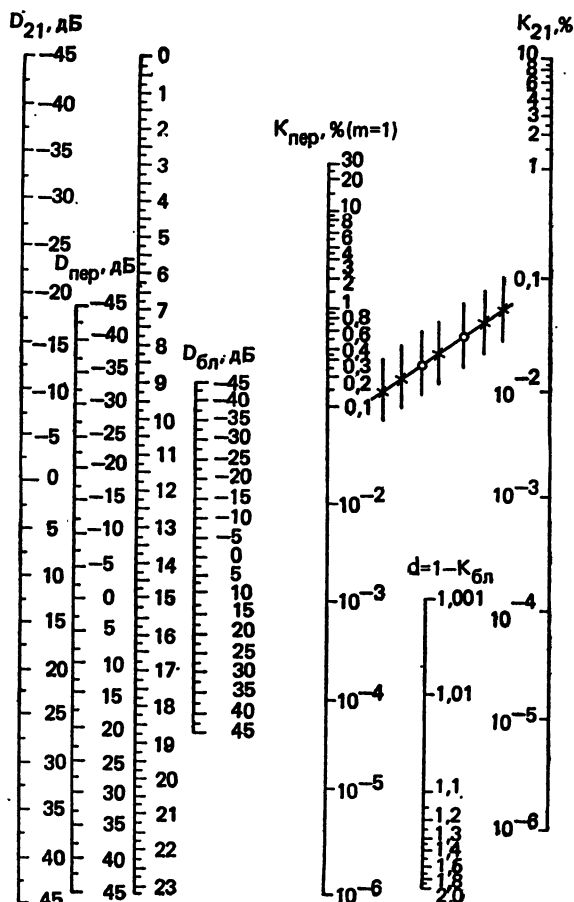


Рис. 6.14. Номограмма для определения связей критериев НИ различных видов для области незначительной нелинейности усилительного тракта (○ — дано, х — результат)

проксимирующего ряда  $n$ , т. е. с увеличением амплитуды выходных воздействий или степени нелинейности тракта, возникает неопределенность в связи критериев. Это обусловлено в данном случае тем, что последние определяются несколькими членами степенного ряда. Поэтому одной и той же величине соответствующего нелинейного продукта могут соответствовать различные сочетания коэффициентов ряда, что исключает возможность установления точных связей нелинейных критериев и динамических диапазонов разных видов.

Рассмотрим метод приближенной оценки, изложенной в работах Ю. И. Бабанова и А. В. Силина [70]. Пусть передаточная характеристика тракта аппроксимируется полиномом  $n$ -й степени с коэффициентом  $b_i$ . Тогда средняя крутизна передаточной характеристики при действии помехи с амплитудой  $U_{мп}$  имеет вид

$$S_{cp} = \sum_{n=0}^{(n-1)/2} \frac{(2n+1)! b_{2n+1}}{2^{2n}} U_{мп}^{2n}. \quad (6.75)$$

Приращение средней крутизны, вызванное действием помехи, в соответствии с (6.75)

$$\Delta S_{cp} = \sum_{n=1}^{(n-1)/2} \frac{(2n+1)! b_{2n+1}}{2^{2n} (n!)^2} U_{мп}^{2n}. \quad (6.76)$$

Найдем коэффициент блокирования  $K_{бл}$  (1.12), равный отношению изменению средней крутизны тракта:  $K_{бл} = \Delta S_{cp} / S_0$ , где  $S_0$  — крутизна при отсутствии помехи:

$$K_{бл} = \sum_{n=1}^{(n-1)/2} \frac{(2n+1)! b_{2n+1}}{2^{2n} (n!)^2 b_1} U_{мп}^{2n}. \quad (6.77)$$

Для  $n=7$  из (6.76), (6.77) следует

$$K_{бл} = \frac{3}{2} \frac{b_3}{b_1} U_{мп}^2 + \frac{15}{8} \frac{b_5}{b_1} U_{мп}^4 + \frac{35}{16} \frac{b_7}{b_1} U_{мп}^6. \quad (6.78)$$

Пользуясь (6.75) — (6.76), нетрудно найти коэффициент перекрестных искажений

$$K_{пер} = \frac{2m_{п}}{1 + K_{бл}} \left( K_{бл} + \frac{15}{8} \frac{b_5}{b_1} U_{мп0}^4 + \frac{35}{8} \frac{b_7}{b_1} U_{мп0}^6 \right). \quad (6.79)$$

Как видно из (6.78) и (6.79), установить связь  $K_{пер}$  и  $K_{бл}$  с точностью до постоянного множителя, как это было при  $n \leq 3$ , нельзя. Для оценки областей взаимной связи этих критериев рассмотрим вероятные частные случаи:

$$1. \quad |b_3| U_{мп0}^2 \gg |b_5| U_{мп0}^4 \quad \text{и} \quad |b_3| U_{мп0}^2 \gg |b_7| U_{мп0}^6. \quad (6.80)$$

Тогда из (6.79) следует

$$K_{\text{пер}} \approx 2m_{\text{п}} K_{\text{бл}} (1 + K_{\text{бл}}).$$

$$2. \quad |b_3| U_{\text{мп}0}^2 \ll |b_5| U_{\text{мп}0}^4 \quad \text{и} \quad |b_7| U_{\text{мп}0}^6 \ll |b_5| U_{\text{мп}0}^4.$$

Тогда

$$K_{\text{пер}} \approx U_{\text{мп}} K_{\text{бл}} / (1 + K_{\text{бл}}). \quad (6.81)$$

На рис. 6.15а приведены области, в пределах которых находятся значения  $K_{\text{пер}}$  и  $K_{\text{бл}}$ , удовлетворяющие (6.80) и (6.81). На рис. 6.15б, в приведены также возможные области зависимостей  $K_{\text{пер}} = f_1(D_{21})$  и  $K_{\text{бл}} = f_2(D_{21})$  [70].

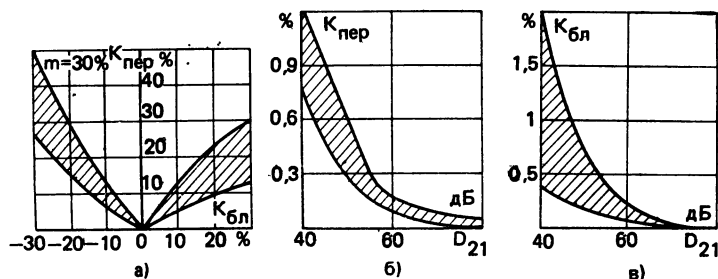


Рис. 6.15. К определению оценочных соотношений между динамическими диапазонами для разных критериев НИ

Случай аппроксимации передаточной характеристики кусочно-линейной зависимостью подробно рассмотрен в 6.1.2, где приведены соответствующие точные связи динамических диапазонов (6.12).

*Тракты с нелинейностью комплексного характера.* При слабом проявлении комплексной нелинейности в рабочем диапазоне частот в первом приближении можно использовать результаты п. 1. В случае существенного влияния комплексной нелинейности на нелинейные эффекты в тракте необходимо прежде всего выяснить принципиальную возможность установления связей различных критериев НИ в самом общем виде. Предположим, что используется такое общее описание нелинейно-инерционных свойств тракта, как ряд В. Из табл. 2.2 следует, что определение различного порядка в соответствии с определенной стратегией замещения комплексных переменных  $p_1, p_2, p_3$ : для  $K_{\text{гз}}$   $p_1 = p_2 = p_3 = j\omega$ ; для  $K_{\text{пер}}$   $p_1 = j\omega_c, p_2 = j\omega_{\text{п}}, p_3 = -j\omega_{\text{п}}$ ; для  $K_{21}$   $p_1 = j\omega_1, p_2 = j\omega_1, p_3 = \pm j\omega_2$  и т. д.

Представим вещественные и мнимые характеристики ядра, например, 3-го порядка в трехмерных пространствах частот  $\omega_1, \omega_2$

и  $\omega_3$  (рис. 6.16), полагая, что ядро симметризовано. Тогда определение продукта нелинейного преобразования и соответствующего ему критерия потребует зондирования плотностей распределения ядра в трехмерном пространстве по различным направлениям (лучам). Так, для  $K_{г3}$  это направление совпадает с лучом **ОХ**, симметричным относительно трех осей:  $j\omega_1, j\omega_2, j\omega_3$ ; для  $K_{пер}$  — **ОУ**, так как  $\omega_2 = \omega_c + \Delta$ ,  $-\omega_3 = -(\omega_c + \Delta)$ ,  $\omega_1 = \omega_c$ , где  $\Delta$  — разность частот сигнала и помехи.

Очевидно, в общем случае плотности распределения ядер вдоль лучей **ОХ** и **ОУ** могут значительно отличаться, причем это отличие обусловлено свойствами ядра, т. е. конкретного тракта. Поэтому общие однозначные соотношения различных критериев для случая нелинейности комплексного характера установить невозможно. Для области частот, где исследуемый тракт может считаться резистивным, например для  $\omega_1 = \omega_2 = \omega_3 = 0$ , лучи **ОХ** и **ОУ** пересекают строго определенные точки пространства рис. 6.16, отстоящие относительно друг друга на вполне определенных расстояниях, что соответствует точным количественным связям (6.74).

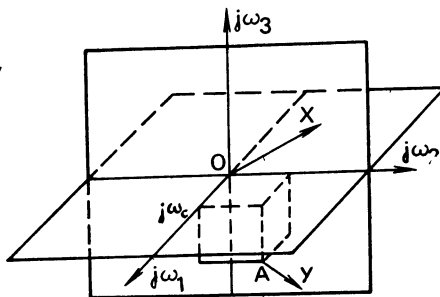


Рис. 6.16. К определению критериев  $K_{г3}$  и  $K_{пер}$  для тракта с комплексным характером нелинейности

Вышеизложенное не противоречит тому, что для конкретных моделей возможно и целесообразно установление связей критериев и динамического диапазона в виде функциональных зависимостей. Необходимо отметить, что частотные зависимости различных критериев НИ могут иметь различный качественный характер. Например, для широкополосного типового радиозвена рис. 6.1г с увеличением зондирующих частот сигнала и помех частотные характеристики различных критериев могут вести себя по-разному: нарастать, падать, оставаться неизменными (см. 6.1.3).

#### 6.4.3. ПОНЯТИЕ ОБ ОПРЕДЕЛЯЮЩЕМ КРИТЕРИИ ДИНАМИЧЕСКОГО ДИАПАЗОНА УСИЛИТЕЛЬНОГО ТРАКТА

Расчеты величин динамических диапазонов, соответствующих разным способам оценки НИ, естественно, дают различные количественные результаты. Поэтому представляет интерес определение вида динамического диапазона, который является определяющим в том смысле, что проектирование тракта по величине этого диапазона дает возможность гарантировать безусловную малость всех других критериев НИ. Для решения этой задачи необходимо определить или оценить возможные динамические диапазоны для различных критериев, а затем сравнить их между собой. Тогда минимальная величина из всех

сравниваемых динамических диапазонов может быть принята в качестве определяющей, так как удовлетворение этой величине будет заведомо гарантировать практическую линейность тракта как по критерию данного вида, так и по критериям других видов.

Расчеты в [71] согласно соотношениям, приведенным в § 6.4.2, показывают, что обычно допустимые для радиоприемных узкополосных трактов величины  $K_{\text{пер}}$  меньше нескольких процентов ( $m=0,3$ ),  $K_{6\lambda}$  — десятков процентов и  $K_{21}$  — нескольких процентов отвечают следующему неравенству:

$$D_{21} < D_{\text{пер}} < D_{\text{бл}}. \quad (6.82)$$

Следовательно, величина динамического диапазона по 3-му порядку ограничивается процессами интермодуляции, что позволяет использовать  $D_{21}$  в качестве единого критерия НИ, определяющего динамический диапазон узкополосного тракта.

Для широкополосных трактов величина динамического диапазона по продуктам 2-го порядка часто оказывается меньше, чем по продуктам 3-го порядка. Поэтому оказывается достаточной оценка динамического диапазона по критерию  $D_{11}$ .

При воздействии на тракт больше двух колебаний картина нелинейного преобразования существенно усложняется [9]. В §6.2 приведены связи динамического диапазона для этого случая кусочно-линейной аппроксимации передаточной характеристики тракта, которые также позволяют сделать вывод об определяющей роли  $D_{21}$ . В [71] выполнено сравнение динамического диапазона при многосигнальном воздействии сравнительно с  $D_{21}$  для аппроксимации в виде степенного ряда при условии одинаковых амплитуд помехи на входе тракта. На рис. 6.17 представлен график, показывающий количественное уменьшение динамического диапазона  $\Delta D$  по продукту интермодуляции сравнительно с  $D_{21}$ , где  $k$  — число мешающих сигналов. Необходимо отметить, что определяющая информативность динамического диапазона по критерию интермодуляции сохраняется при многосигнальном воздействии с числом каналов  $k \leq 100$ .

Этот результат, как показано в [71], не зависит от числа членов полинома, аппроксимирующего передаточную характеристику, т. е. справедлив для любых передаточных характеристик тракта с резистивной нелинейностью. Пользуясь рис. 6.17, можно ввести поправку к известной величине  $D_{21}$  для заданного числа каналов.

## 6.5. Структурный синтез усилительных трактов по критериям нелинейных искажений

### 6.5.1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ

Содержанием структурного синтеза цепей по критериям нелинейности являются: определение структуры цепей, которые удовлетворяют малым искажениям, обусловленным отдельными нелинейными элементами и их соединениями; нахождение связей критериев нелинейности с характеристиками ветвей выбранной структуры и установление оптимальных соотношений. Окончательный выбор структуры и характеристик ветвей осуществляется с уче-

том других показателей качества (усилительной способности, устойчивости, сложности структуры и т. д.).

Поиск структур радиотракта, удовлетворяющих заданным показателям качества в общем случае, как известно, представляет значительные трудности, вследствие чего этот этап проектирования РЭА до настоящего времени не алгоритмизирован, исключая некоторые известные частные случаи. Поэтому при разработке усилительных трактов с малыми НИ поиск наиболее выгодных структур практически осуществляется на основании накопленного опыта, например, путем использования структур с обратными связями, двухтактных схем и т. д. Однако в настоящее время структуры усилительных устройств, в особенности в интегральном исполнении, существенно усложнились: они могут содержать большое количество активных нелинейных по своей природе компонентов, несколько цепей обратных связей (местных и общих), а также прямого прохождения сигнала с входа на выход и т. д. Это, в свою очередь, ставит задачу создания общих подходов к поиску структур трактов, удовлетворяющих требованию малых НИ.

Основанием для общего подхода является общее описание свойств трактов, например, в терминах ряда В., что практически позволяет распространить метод синтеза на тракты с несущественной нелинейностью. Общность описания дает основания для применения метода как для целей системотехники, т. е. применительно к трактам в целом, так и схемотехники, т. е. применительно к конкретным звеньям (каскадам, функциональным блокам и т. п.).

Из вида приведенного ранее универсального алгоритма определения квадратичного и кубического ядер передаточной характеристики тракта, содержащего двухполюсные компоненты (2.72)

$$K(p_1, p_2) = \sum_{i=1}^n K'(p_1, p_2) K_{ui}(p_1) K_{ui}(p_2) K_{\text{пер } i}(p_1 + p_2),$$

$$K(p_1, p_2, p_3) = \sum_{i=1}^n [K''(p_1, p_2, p_3) K_{ui}(p_1) K_{ui}(p_2) K_{ui}(p_3) + \\ + 2K'(p_1, p_2 + p_3) K_{ui}(p_1) \sum_{j=1}^n K'(p_2, p_3) K_{ui}(p_2) K_{ui}(p_3) K'_{\text{пер } j}(p_2 + p_3)] \times \\ \times K_{\text{пер } i}(p_1 + p_2 + p_3),$$

следует, что общая структура ядра имеет вид, который можно распространить на ядро  $n$ -го порядка

$$K(p_1, p_2, \dots, p_n) = \sum_{r=1}^r \prod K_{ui}(p_j) K_{\text{пер } i} \left( \sum_{j=1}^n p_j \right) \Phi, \quad (6.83)$$

где  $K_{ui}(p)$ ,  $K_{пер i}(p)$  — известные линейные передаточные функции, способ нахождения которых определен 2.3.3;  $\varphi$  — функция как от линейных, так и нелинейных параметров элементов тракта;  $r$  — число нелинейных элементов.

Как следует из выражения (6.83), возможны два подхода к синтезу трактов с малыми НИ:

1. Синтез структуры, удовлетворяющей малому (в пределе нулевому) вкладу отдельного  $i$ -го нелинейного звена в выходном эффекте. Это условие имеет практический смысл как для трактов в целом (синтез трактов, в которых используется  $i$ -е звено с другими высокими показателями качества, например высокой усиливательной способностью, но недостаточной линейностью), так и для схем отдельных звеньев, использующих нелинейные по своей природе элементы (например, синтез фильтрующих цепей с варикапами и т. п.).

Условия синтеза подобных структур в идеальном случае (нулевой вклад  $i$ -го звена), как следует из (6.83), должны соответствовать как минимум одному из равенств:

$$1. \quad K_{ui}(p) = 0; \quad 2. \quad K_{пер i}(p) = 0; \quad (6.84); \quad (6.85)$$

$$3. \quad \dot{K}_{ui}(p) = 0 \quad \text{и} \quad K_{пер i}(p) = 0 \quad (6.86)$$

при удовлетворении заданной передаче тракта

$$K(p) = u_{вых}(p)/\varepsilon(p) \neq 0; \quad K(p) = K_0(p). \quad (6.87); \quad (6.88)$$

Существенной особенностью этого подхода является возможность удовлетворения условия нулевого вклада в интересующей области частот для ядер всех порядков [см. (6.83)].

2. Синтез структуры, удовлетворяющей условию компенсации нелинейных искажений, создаваемых  $n$  звеньями ( $n \geq 2$ ) на выходе тракта.

Условие компенсации имеет вид (6.83)

$$K(p_1, p_2, \dots, p_n) = 0 \quad (6.89)$$

$$\text{при } K(p) \neq 0 \quad \text{или} \quad K(p) = K_0(p). \quad (6.90)$$

Нетрудно видеть, что характерной особенностью этого подхода в общем случае является зависимость условия компенсации (6.89) от номера ядра, что не всегда позволяет удовлетворить этому условию для ядер всех порядков.

Выражения (6.89), (6.90) могут выполняться для нелинейных колебаний определенного вида (интермодуляционных, перекрестных, гармонических и т. п.), что необходимо учесть при постановке в указанные выражения конкретных  $p_i$  в заданных частотных диапазонах (см. табл. 2.3). Однако можно удовлетворить указанным выше условиям для любых продуктов нелинейных преоб-



разований в определенной полосе частот, соответствующей области  $j\omega_{\min} \leq \rho \leq j\omega_{\max}$ . Ниже рассмотрены оба подхода к синтезу структур с малыми НИ.

### 6.5.2. СТРУКТУРНЫЙ СИНТЕЗ УСИЛИТЕЛЬНЫХ ТРАКТОВ, УДОВЛЕТВОРЯЮЩИХ МАЛОМУ ВКЛАДУ $i$ -ГО НЕЛИНЕЙНОГО ЭЛЕМЕНТА

Сформулируем (6.84)–(6.88) в терминах линейных графов. Рассмотрим вначале систему линейных уравнений и соответствующую структуру цепи, выделив в ней исток, сток и  $i$ -й промежуточный узел (рис. 6.18а). Передача графа исток — сток имеет вид

$$T = K = \left( \sum_{k=1}^n P_k \Delta_k \right) / \Delta, \quad (6.91)$$

передача графа исток —  $i$ -й узел

$$T_i = K_{ui} = \left( \sum_{k=1}^m P'_k \Delta'_k \right) / \Delta, \quad (6.92)$$

где  $P_i$ ,  $P'_i$  — прямые пути графа;  $\Delta_i$  — соответствующие им миноры;  $n$ ,  $m$  — число прямых путей.

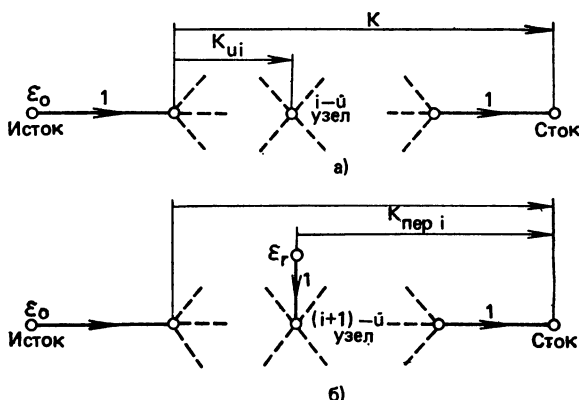


Рис. 6.18. К определению структурных свойств усилительных трактов с малыми НИ

Определитель графа  $\Delta$  для (6.91), (6.92) один и тот же, так как он характеризует одну и ту же систему уравнений цепи. Полагаем, что  $\Delta \neq \infty$ ,  $\Delta \neq 0$ . Тогда

$$T_i/T = \sum_{k=1}^m P'_k \Delta'_k / \sum_{k=1}^n P_k \Delta_k = 0 \quad (6.93)$$

или при заданной передаче тракта  $K_0$

$$\sum_{k=1}^m P'_k \Delta'_k = 0, \quad \left( \sum_{k=1}^n P_k \Delta_k \right) / \Delta = K_0. \quad (6.94)$$

Таким образом, сумма произведений прямых путей на соответствующие им миноры графа исток —  $i$ -й узел должна быть равна нулю при ненулевой сумме произведений прямых путей на соответствующие им миноры графа исток — сток. Используя свойства передачи графа, (6.93) условно запишем следующим образом:

$$\frac{T_i}{T} = \frac{[\sum P_i \prod (1 - L_j)]^*}{[\sum P_m \prod (1 - L_n)]^*} = 0. \quad (6.95)$$

Из анализа (6.93), (6.95) следует:

1) если графы исток — сток и  $i$ -й узел — сток имеют только один прямой путь, совпадающий с  $i$ -м узлом, то условие (6.94) или (6.95) практически невыполнимо;

2) необходимым (но недостаточным) условием существования (6.94) или (6.95) является наличие в графе исток — сток, по крайней мере, двух прямых путей;

3) если подбираемые (варьируемые) передачи ветвей обозначить через  $x_i$ , то условие (6.93) может быть сформулировано следующим образом: ни один из корней  $x_{i0}$  уравнения  $\sum_{k=1}^n P_k \Delta_k = 0$  не должен совпадать с корнями уравнения  $\sum_{k=1}^m P'_k \Delta'_k = 0$ .

Очевидно, задача определения условия удовлетворения (6.93) при нескольких  $x_i$  допускает множество решений, что облегчает возможности реализации требуемых цепей. В случае условий (6.94) решение может быть конкретизировано. Так, для двух варьируемых величин  $x_1, x_2$  следует совместно решить систему уравнений вида

$$\Phi(x_1, x_2) = 0, \quad K_\Sigma(x_1, x_2) = K_0.$$

Нетрудно видеть, что для случая  $K_{пер, i}(p) = 0$  необходимые условия аналогичны (6.93), где под  $\sum_{k=1}^m P'_k \Delta'_k$  в соответствии с определением  $K_{пер, i}$  будем понимать сумму произведений прямых путей на соответствующие миноры графа  $(i+1)$ -й узел — сток (рис. 6.18б).

Распространим (6.93) или (6.95) на случай электрической цепи, схема замещения которой содержит двухполюсные неоднаправленные компоненты. Очевидно, для удовлетворения (6.84) применительно к  $i$ -му элементу необходимо выполнить условия

$$v_{i,1} = v_{i,2}, \quad v_{вых,1} - v_{вых,2} \neq 0 \quad (6.96)$$

или

$$i_i = 0, \quad v_{вых,1} - v_{вых,2} \neq 0, \quad (6.97)$$

где  $v_i(i_i)$  — соответствующие узлы графа — потенциалы узловых точек схемы или токи (рис. 6.19).

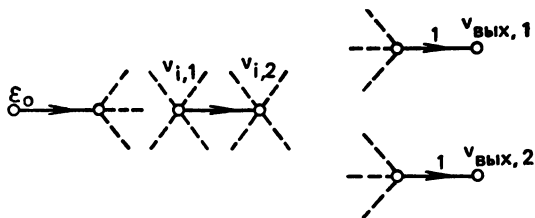
Условие (6.94) имеет вид

$$r_{i,1} = v_{i,2}, \quad v_{\text{вых},1} - v_{\text{вых},2} = v_0 \quad (6.98)$$

или

$$i_i = 0, \quad v_{\text{вых},1} - v_{\text{вых},2} = v_0 \quad (i_{\text{вых}} = i_0). \quad (6.99)$$

Рис. 6.19. К определению структурных свойств усилительных трактов, содержащих неоднаправленные компоненты



### 6.5.3. СТРУКТУРНЫЙ СИНТЕЗ УСИЛИТЕЛЬНЫХ ТРАКТОВ, УДОВЛЕТВОРЯЮЩИХ УСЛОВИЮ КОМПЕНСАЦИИ

Компенсация НИ возможна в различных трактах. Однако предположим вначале, что нелинейные элементы тракта одинаковы. Последнее упрощает анализ и позволяет реализовать синтезируемые структуры в интегральном исполнении, где создание однотипных элементов (например, на одной подложке или в одном кристалле) не встречает существенных трудностей. Допустим также, что все нелинейные элементы тракта одинаково направлены. Использование с целью линеаризации однотипных элементов назовем самолинеаризацией [12].

Компенсация квадратичных НИ. Для рассматриваемого случая из (2.72) и (6.89), (6.90) получаем:

$$K'_i(p_1, p_2) \sum_{i=1}^n K_{ui}^2(p) K_{\text{пер } i}(p) = 0, \quad (6.100)$$

$$\sum_{i=1}^n K_{ui}(p) K_{\text{пер } i}(p) K_i(p) \neq 0, \quad (6.101)$$

где  $K_i(p)$  — линейный коэффициент передачи  $i$ -го звена;  $n$  — число нелинейных звеньев тракта.

Равенство (6.100) требует удовлетворения условию, относящемуся только к соответствующим линейным передачам тракта в заданной частотной области  $p = j\omega$ :

$$\sum_{i=1}^n K_{ui}^2(p) K_{\text{пер } i}(p) \neq 0. \quad (6.102)$$

Выводы из (6.101) и (6.102) следующие:

1) минимальное число нелинейных элементов  $n$ , необходимых для компенсации, равно двум;

2) для этого случая необходимыми условиями удовлетворения (6.101) и (6.102) являются равенство модулей передаточных характеристик

$$|K_{u1}(j\omega)| = |K_{u2}(j\omega)|, \quad |K_{пер1}(j\omega)| = |K_{пер2}(j\omega)| \quad (6.103)$$

и отличие их фаз на  $\pi$  (рис. 6.20);

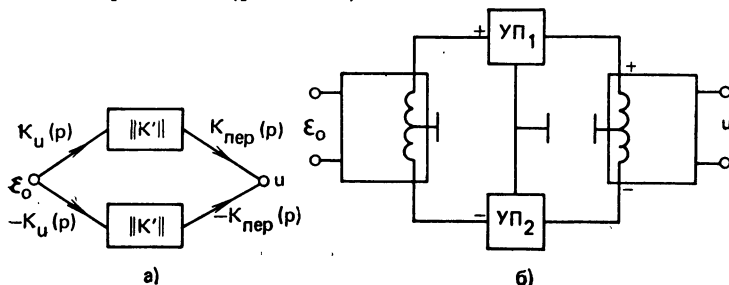


Рис. 6.20. Схемы двухтактных усилителей:  
а — структурная; б — упрощенная

3) нетрудно показать, что для любых других ядер четных порядков должно выполняться условие

$$\sum_{i=1}^n K_{ui}^{2m}(j\omega) K_{пер i}(j\omega) = 0,$$

где  $m=1, 2, 3, \dots$ , откуда следует, что (6.103) является одновременно условием компенсации искажений, обусловленных всеми ядрами четных порядков. Синтезированная структура рис. 6.20а соответствует известной двухтактной или двухфазной схеме усилительного тракта;

4) если искажения 3-го порядка обусловлены только параметрами того же порядка, то в соответствии с (2.72) ядро 3-го порядка передаточной характеристики всего тракта равно

$$K'_i(p_1, p_2, p_3) \sum_{i=1}^2 K_{ui}^3(p) K_{пер i}(p) = 2 K_u^3(p) K_{пер}(p) K'_i(p_1, p_2, p_3) \neq 0,$$

т. е. структура рис. 6.20 не компенсирует искажения нечетных порядков;

5) увеличение числа звеньев сравнительно со случаем  $n=2$  не приведет к новым качественным результатам.

Структурная схема двухтактного усилительного каскада приведена на рис. 6.20б, возможные принципиальные схемы широкополосных высокочастотных УВЧ — на рис. 5.20. Полное подавление НИ в схеме рис. 6.20 происходит при строгом удовлетворении условию баланса схемы (6.100).

Для случая неточного баланса дополнительный выигрыш в линейности, обусловленный двухтактной структурой для взаимной модуляции 2-го порядка в области несущественной нелинейности, равен [3]  $W = 2[|\delta K_{(2)}/K| + |\delta \varphi_{(2)}|]^{-1}$ , где  $\delta K_{(2)}/K$  — суммарная относительная неидентичность плеч схемы;  $\delta \varphi_{(2)}$  — суммарная абсолютная неточность фазовых сдвигов плеч.

При 5%-ной неточности  $\delta K_{(2)}/K$  и фазовой неточности  $5^\circ$  выигрыш  $W = 14$ . Практически при тщательной балансировке выигрыш  $W$  по взаимной модуляции 2-го порядка составляет 10—20 раз и более, при менее тщательной — 3—5 раз [3].

*Компенсация кубических НИ.* Если синтезируемая структура тракта такова, что нелинейные искажения 3-го порядка определяются нелинейными параметрами только того же порядка, необходимо удовлетворить условиям (6.101) и

$$\sum_{i=1}^n K_{ui}^3(p) K_{\text{пер } i}(p) = 0. \quad (6.104)$$

Пусть все соответствующие коэффициенты передачи в (6.104) для различных звеньев одинаковы, а их фазы определяются относительно фаз одного из них, например первого.

Тогда:

$$\begin{aligned} K_{u1}(j\omega) &= \dot{K}_u, & K_{\text{пер } 1}(j\omega) &= \dot{K}_{\text{пер}}, \\ K_{u2}(j\omega) &= \dot{K}_u e^{j\varphi_2}, & K_{\text{пер } 2}(j\omega) &= \dot{K}_{\text{пер}} e^{j\varphi_{n2}}, \\ K_{u3}(j\omega) &= \dot{K}_u e^{j\varphi_3}, & K_{\text{пер } 3}(j\omega) &= \dot{K}_{\text{пер}} e^{j\varphi_{n3}} \text{ и т. д.} \end{aligned}$$

Так как  $n=2$  не удовлетворяет задаче (см. п. 1), то рассмотрим минимальное число элементов  $n=3$ .

Из (6.104) получаем

$$(\dot{K}_u)^3 \dot{K}_{\text{пер}} \left[ 1 + e^{j(\varphi_{n2}+3\varphi_2)} + e^{j(\varphi_{n3}+3\varphi_3)} \right] = 0$$

и

$$\dot{K}_u \dot{K}_{\text{пер}} \left[ 1 + e^{j(\varphi_{n2}+\varphi_2)} + e^{j(\varphi_{n3}+\varphi_3)} \right] \neq 0.$$

Последним равенствам можно удовлетворить в случае

$$\varphi_{n2} + 3\varphi_2 = \pi/3, \quad \varphi_{n3} + 3\varphi_3 = 3\pi/3, \quad \varphi_{n2} + \varphi_{n3} + \varphi_2 + \varphi_3 = 0. \quad (6.105)$$

Таким образом, тракт должен содержать три ветви с соответствующими одинаковыми по модулю коэффициентами передачи и фазовыми характеристиками, определяемыми из условия (6.111). Подобные тракты называются многофазными [3].

Рассмотренные в пп. 1 и 2 структуры содержали нелинейные элементы в параллельных ветвях. Однако возможна компенсация НИ в трактах с цепочечной структурой.

## ПРИЛОЖЕНИЕ 1

### ПРОГРАММА РАСЧЕТОВ НА ЭВМ КРИТЕРИЕВ НИ И ДИНАМИЧЕСКОГО ДИАПАЗОНА ТРАКТОВ С НЕСУЩЕСТВЕННОЙ НЕЛИНЕЙНОСТЬЮ

Программа предназначена для расчета относительных параметров нелинейности 2-го и 3-го порядков ( $y_2, y_3$ )—(4.25), (4.26), динамического диапазона ( $D_2, D_3$ )—(4.33), (4.34), функциональных зависимостей динамического диапазона от коэффициента шума  $D_i=f(N)$ —(4.2) для резистивных трактов, приводимых к типовой структуре рис. 4.1б в зависимости от величины сопротивления источника сигнала  $R_r$  ( $\xi=1/R_r G_{11}$ ), нагрузки  $R_n$ , линейных и нелинейных параметров тракта. Предусмотрен автоматический учет дополнительных условий — неизменность усилительной способности тракта по мощности или напряжению. Процедура приведения к эквивалентной структуре рис. 4.1б для различных случаев описана в гл. 4.

Алгоритмический язык — FORTRAN-4. Используемый тип ЭВМ — ЕС-1020.

Порядок исходных данных в колоде перфокарт должен быть следующим:

1. Массив значений  $\xi_i$  форматом E5.0.
2. Карта конца файла.
3. Массив значений  $K_{Pi}$  (если нужно) форматом E5.0.
4. Карта конца файла.
5. Массив значений  $K_{ai}$  (если нужно) форматом E5.0.
6. Карта конца файла.
7. Карта с произвольной алфавитно-цифровой информацией, например тип транзистора, его режим и т. д.
8. Массив значений  $G_{11}, G_{21}, G_{22}, \alpha_1, \beta_1, \gamma, 2kT_0, \Delta F, K_{2доп}, K_{3доп}$  форматом 8E10.0.
9. Массив значений параметров  $G'_{11}, G'_{21}, G_{см1}, G_{см2}, G'_{12}, G'_{22}, G''_{11}, G''_{21}, G'_{см1}, G'_{см2}, G''_{см1}, G''_{см2}, G''_{12}, G''_{22}$  (если нужно) форматом 8E10.0.
10. Карта исходных данных для расчета следующего каскада (если нужно), начиная с п. 7.
11. Карта конца файла.

Примечание. Если известны нелинейные динамические параметры (см. табл. 4.4), то их значения вводят вместо п. 9.

9. Карта конца файла.

9а. Массив значений  $A_0, F_1, B_0, C_1, F_2$  форматом 8E10.0

```

PRINT 100, XJ, S, DJ, DK
100 FORMAT (1X, T17, E9:2, T32, F6.1, T48, F6.1, T63, F6.1)
GH=PSI-SQRT (R)
AK=-GI/(GH+GG)
IF (KP.EQ.1) GOTO23
CALL NDP (AK, GX, GI, GY, GD, GP, GJ, GA, GL,
* GZ, GE, GF, GR, GK, GB, GC, GM,
* AI, FI, BI, CI, FJ)
23 CALL YYY (AI, FI, BI, CI, FJ, XJ, YI, YJ, YK)
CALL DDBIP (XJ, A, B, G, T, D, BK, CK, YI, YJ, GX, DJ, DK, S)
PRINT 100, XJ, S, DJ, DK
9 CONTINUE
IF (L.EQ.0) GOTO6
8 DO7I=1, L
PRINT 60, UK (I)
60 FORMAT (1X, T5, 'KU=', F6.1)
DO7J=1, N
XJ=X (J)
W=UK (I)
W=ABS (W)
AK=(1+XJ) *W/XJ
W=GI/GG
W=ABS (W)
IF (AK.GT.W) GOTO7
IF (KP.EQ.1) GOTO35
CALL NDP (AK, GX, GI, GY, GD, GP, GJ, GA, GL,
* GZ, GE, GF, GR, GK, GB, GC, GM,
* AI, FI, BI, CI, FJ)
35 CALL YYY (AI, FI, BI, CI, FJ, XJ, YI, YJ, YK)
CALL DDBIP (XJ, A, B, G, T, D, BK, CK, YI, YJ, GX, DJ, DK, S)
PRINT 100, XJ, S, DJ, DK
7 CONTINUE
GOTO6
11 STOP
3 FORMAT (E5.0)
111 FORMAT (
* 1X, 'I', T27, 'I' I', T67, 'I' I', T119, 'I'/
* 1X, 'I', 1X, E10:3, 2X, E10:3, 1X, 'I' I', 1X, 2(E10:3, 2X), E10:3, 1X,
* 'I' I', 1X, 3(E10:3, 2X), E10:3, 1X, 'I'/
* 1X, 'I', T27, 'I' I', T67, 'I' I', T119, 'I'/
* 1X, 'I', 1X, E10:3, 2X, E10:3, 1X, 'I' I', 1X, 2(E10:3, 2X), E10:3, 1X,
* 'I' I', 1X, 3(E10:3, 2X), E10:3, 1X, 'I'/
* 1X, 'I', T27, 'I' I', T67, 'I' I', T119, 'I'/
* 1X, T34, 'A1=', E10:3, T54, 'B1=', E10:3, T74, 'G=', E10:3/
* 1X, T32, 'K2T0=', E10:3, T54, 'DF=', E10:3/
* 1X, T31, 'K2ДОН=', F6.3, T51, 'K3ДОН=', F6.3//)
222 FORMAT (1X, 'I', T27, 'I'/1X, 'I', 1X, E10:3, 2X, E10:3, 1X, 'I',
* T40, 'A0=', E10:3, T60, 'F1=', E10:3/1X, 'I', 1X, E10:3, 2X, E10:3, 1X, 'I',
* T40, 'B0=', E10:3, T60, 'C1=', E10:3, T80, 'F2=', E10:3/1X, 'I', T27, 'I'//)
END
SUBROUTINE NDP(AK, GX, GI, GY, GD, GP, GJ, GA, GL, GZ, GE, GF, GR, GK, GB, GC, GM,
AI, FI, BI, CI, FJ)

```

```

DIMENSION TXT (20), X (100), PK (10), UK (10)
PRINT 30
30 FORMAT (45X, 'РАСЧЕТ ДИНАМИЧЕСКОГО ДИАПАЗОНА'//)
READ (1, 3, END=5) (X (N), N=1, 100)
5 N=N-1
DO2K=1, 10
2 READ (1, 3, END=15) PK (K)
15 K=K-1
DO4L=1, 10
4 READ (1, 3, END=25) UK (L)
25 L=L-1
G1=0
6 READ (1, 10, END=11) TXT, GX, GI, GG, A, B, G, T, D, BK, CK
10 FORMAT (20A4/(8E10.0))
PRINT 101, TXT
101 FORMAT (46X, 'И С Х О Д Н Ы Е . Д А Н Н Ы Е '//20X, 20A4/)
READ (1, 20, END=22) GY, GJ, GD, GA, GP, GL, GZ, GK, GE, GB, GF, GC, GR, GM
20 FORMAT (8E10.0)
GOTO 33
22 READ (1, 20, END=33) AI, FI, BI, CI, FJ
KP=1
PRINT 222, GX, G1, AI, FI, GI, GG, BI, CI, FJ
GOTO 12
33 KP=0
PRINT 111, GX, G1, GY, GD, GP, GZ, GE, GF, GR, GI, GG, GJ, GA, GL, GK, GB, GC, GM,
* A, B, G, T, D, BK, CK
12 PRINT 200
200 FORMAT (1X, T20, 'PSI', T35, 'N', T50, 'D2', T65, 'D3'
* 1X, T49, '(ДБ)', T64, '(ДБ)')
IF (K.EQ.0) GOTO 8
DO9I=1, K
PRINT 50, PK (I)
50 FORMAT (1X, T5, 'KP=', F6.1)
DO 9 J=1, N
XJ=X (J)
PSI=G1**2.*XJ/(1+XJ)**2/PK (I)/GX-GG
IF (PSI.LE.0) GOTO 9
PSI2=PSI**2
GG2=GG**2
IF (PSI2.LT.GG2) GOTO 9
R=PSI2-GG2
GH=PSI+SQRT (R)
AK=-GI/(GH+GG)
IF (KP.EQ.1) GOTO 13
CALL NDP (AK, GX, GI, GY, GD, GP, GJ, GA, GL,
* GZ, GE, GF, GR, GK, GB, GC, GM,
* AI, FI, BI, CI, FJ)
13 CALL YYY (AI, FI, BI, CI, FJ, XJ, YI, YJ, YK)
CALL DDBIP (XJ, A, B, G, T, D, BK, CK, YI, YJ, GX, DJ, DK, S)

```



```

FJJ=AK**2*GL+AK*GA+GJ
AI=FJJ/GI
FIJ=AK**2*GP+AK*GD+GY
FI=FIJ/AI/GX
FJK=AK**3*GM+AK**2*GC+AK*GB+GK
AL=2.*AK*GL+GA
B=AI*AK*AL*FJK
BI=B/GI
FIK=AK**3*GR+AK**2*GF+AK*GE+GZ
BE=2.*AK*GP+GD
CI=((2.*FIJ+BE*AK)*AI+FIK)*GI/GX/B
FJ=FIJ**2*GI*2./GX**2/B
RETURN
END
SUBROUTINE YYY(AI, FI, BI, CI, FJ, XJ, YI, YJ, YK)
V=1+XJ
X2=XJ**2
V2=V**2
YI=(V-FI)*XJ*AI/V2
YJ=(V2-V*CI+FJ)*X2*BI/V2**2
YK=(V-CI)*X2*BI/V2/V
RETURN
END
SUBROUTINE DDBIP(XJ, A, B, G, T, D, BK, CK, YI, YJ, CX, DJ, DK, S)
S=A/XJ+B*XJ+G
DJ=BK**2*GX*(1+XJ)**2/T/D/XJ/SYI**2
DJ=10*ALOG10(DJ)
DK=CK*GX*(1+XJ)**2/T/D/XJ/S/ABS(YJ)
DK=10*ALOG10(DK)
IF (DJ.GT.500) DJ=500
IF (DK.GT.500) DK=500
RETURN
END

```

## ПРИЛОЖЕНИЕ 2

### ФОРМУЛЫ ДЛЯ РАСЧЕТА КОЭФФИЦИЕНТОВ $\alpha_j$ , $\gamma_j^t$ , $\beta_j^t$ РЕАКТИВНЫХ НЕЛИНЕЙНО-ПАРАМЕТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ

$$\begin{aligned}
 1. \quad a_0(p_1) &= 2 p_1 \theta_0 K_{x0}(p_1) + \sum_{k=1}^N \{ p_1 [\theta_{kc} K_{xkc}(p_1) + \theta_{ks} K_{xks}(p_1)] + \\
 &+ k \omega_y [\theta_{ks} K_{xks}(p_1) - \theta_{kc} K_{xkc}(p_1)] \}, \\
 a_{nc}(p_1) &= \theta_0 [p_1 K_{xnc}(p_1) + n \omega_y K_{xns}(p_1)] + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N [p_1 \theta_{kc} K_{x(k \pm n)_c}(p_1) + \\
 &+ (n \pm k) \omega_y \theta_{kc} K_{x(k \pm n)_s}(p_1) + p_1 \theta_{ks} K_{x(k \pm n)_s}(p_1) - \\
 &- (n \pm k) \omega_y \theta_{ks} K_{x(k \pm n)_c}(p_1)],
 \end{aligned}$$

$$a_{ns}(p_1) = p_1 \theta_{ns} K_{x0}(p_1) + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N \{ [\pm p_1 K_{x(k \pm n)s}(p_1) \mp \\ \mp (k \pm n) \omega_y \theta_{ks} K_{x(k \pm n)c}(p_1)] \theta_{nc} - \theta_{ks} [\pm p_1 K_{x(k \pm n)c}(p_1) \pm \\ \pm (k \pm n) \omega_y K_{x(k \pm n)s}(p_1)] \},$$

$a_i(p_1, p_2)$  и  $a_i(p_1, p_2, p_3)$  вычисляются аналогично;

$$2. \quad \gamma_{6,7}^t = \gamma_0(p_1, p_2) + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^N [\gamma_{nc}(p_1 \pm j n \omega_y, p_2) \mp j \gamma_{ns}(p_1 \mp j n \omega_y, p_2)],$$

$$\gamma_0(p_1, p_2) = 2\theta'_0 \alpha_0(p_1, p_2) + \sum_{k=1}^N [\theta'_{kc} \alpha_{kc}(p_1, p_2) + \theta'_{ks} \alpha_{ks}(p_1, p_2)],$$

$$\gamma_{nc}(p_1, p_2) = \theta'_0 \alpha_{nc}(p_1, p_2) + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N \{ \theta'_{kc} [\alpha_{(n+k)c}(p_1, p_2) + \alpha_{(n-k)c}(p_1, p_2)] + \\ + \theta'_{ks} [\alpha_{(n+k)s}(p_1, p_2) + \alpha_{(n-k)s}(p_1, p_2)] \},$$

$$\gamma_{ns}(p_1, p_2) = \theta'_{ns} \alpha_0(p_1, p_2) + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N \{ \theta'_{kc} [\alpha_{(n+k)s}(p_1, p_2) - \alpha_{(n-k)s}(p_1, p_2)] - \\ - \theta'_{ks} [\alpha_{(n+k)c}(p_1, p_2) - \alpha_{(n-k)c}(p_1, p_2)] \},$$

$$\alpha_0(p_1, p_2) = 2p'_1 K_{x0}(p_1) K_{x0}(p_2) + \sum_{m=1}^N \{ \overline{K_{xmc}(p_1)} [p'_1 K_{xmc}(p_2) + m \omega_y K_{xms}(p_2)] + \\ + K_{xms}(p_1) [p'_1 K_{xms}(p_2) - m \omega_y K_{xmc}(p_2)] \},$$

$$\alpha_{nc}(p_1, p_2) = K_{x0}(p_1) [p'_1 K_{xnc}(p_2) + n \omega_y K_{xns}(p_2)] + \\ + \frac{1}{2} \sum_{m=1}^N \{ K_{xmc}(p_1) [p'_1 K_{x(m \pm n)c}(p_2) + (m \pm n) \omega_y K_{x(m \pm n)s}(p_2)] + \\ + K_{xms}(p_1) [p'_1 K_{x(m \pm n)s}(p_2) - (m \pm n) \omega_y K_{x(m \pm n)c}(p_2)] \},$$

$$\alpha_{ns}(p_1, p_2) = K_{xns}(p_1) p'_1 K_{x0}(p_2) + \frac{1}{2} \sum_{m=1}^N \{ K_{xmc}(p_1) [\pm p'_1 K_{x(m \pm n)s}(p_2) \mp \\ \mp (m \pm n) \omega_y K_{x(m \pm n)c}(p_2)] - K_{xms}(p_1) [\pm p'_1 K_{x(m \pm n)c}(p_2) \pm \\ \pm (m \pm n) \omega_y K_{x(m \pm n)s}(p_2)] \};$$

$$3. \quad \beta_{6,7}^t = \beta_0(p_1, p_2, p_3) + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^N [\beta_{nc}(p_1 \pm j n \omega_y, p_2, p_3) \mp$$

$$\mp j \beta_{ns} (p_1 \mp j n \omega_y, p_2, p_3)],$$

$$\beta_0(p_1, p_2, p_3) = 2\theta''_0 \kappa_0(p_1, p_2, p_3) + \sum_{k=1}^N [\theta''_{kc} \kappa_{kc}(p_1, p_2, p_3) + \theta''_{ks} \kappa_{ks}(p_1, p_2, p_3)] \cdot$$

$$\beta_{nc}(p_1, p_2, p_3) = \theta''_0 \kappa_{nc}(p_1, p_2, p_3) + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N \{ \theta''_{kc} [\kappa_{(n+k)c}(p_1, p_2, p_3) + \kappa_{(n-k)c}(p_1, p_2, p_3)] + \theta''_{ks} [\kappa_{(n+k)s}(p_1, p_2, p_3) + \kappa_{(n-k)s}(p_1, p_2, p_3)] \},$$

$$\beta_{ns}(p_1, p_2, p_3) = \theta''_{ns} \kappa_0(p_1, p_2, p_3) + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N \{ \theta''_{kc} [\kappa_{(n+k)s}(p_1, p_2, p_3) - \kappa_{(n-k)s}(p_1, p_2, p_3)] - \theta''_{ks} [\kappa_{(n+k)c}(p_1, p_2, p_3) - \kappa_{(n-k)c}(p_1, p_2, p_3)] \},$$

$$\kappa_0(p_1, p_2, p_3) = \kappa'_0 + \kappa''_0, \quad \kappa_{nc}(p_1, p_2, p_3) = \kappa'_{nc} + \kappa''_{nc},$$

$$\kappa_{ns}(p_1, p_2, p_3) = \kappa'_{ns} + \kappa''_{ns},$$

$$\kappa'_0(p_1, p_2, p_3) = 2p'' K_{0x}(p_1) \psi_0(p_2, p_3) + \sum_{m=1}^N \{ K_{xmc}(p_1) [p'' \psi_{mc}(p_2, p_3) + m \omega_y \psi_{ms}(p_2, p_3)] + K_{xms}(p_1) [p'' \psi_{ms}(p_2, p_3) - m \omega_y \psi_{mc}(p_2, p_3)] \},$$

$$\kappa''_0(p_1, p_2, p_3) = 4\theta'_0 \lambda_0(p_1, p_2, p_3) + 2 \sum_{k=1}^N [\theta'_{kc} \lambda_{kc}(p_1, p_2, p_3) + \theta'_{ks} \lambda_{ks}(p_1, p_2, p_3)],$$

$$\kappa'_{nc}(p_1, p_2, p_3) = K_{0x}(p_1) [p'' \psi'_{nc}(p_2, p_3) + n \omega_y \psi'_{ns}(p_2, p_3)] +$$

$$+ \frac{1}{2} \sum_{m=1}^N \{ K_{xmc}(p_1) [p'' \psi'_{(m \pm n)c}(p_2, p_3) + (m \pm n) \omega_y \psi'_{(m \pm n)s}(p_2, p_3)] +$$

$$+ K_{xms}(p_1) [p'' \psi'_{(m \pm n)s}(p_2, p_3) - (m \pm n) \omega_y \psi'_{(m \pm n)c}(p_2, p_3)] \},$$

$$\kappa''_{nc}(p_1, p_2, p_3) = 2\theta'_0 \lambda_{nc}(p_1, p_2, p_3) + \sum_{k=1}^N \{ \theta'_{kc} [\lambda_{(n+k)c}(p_1, p_2, p_3) + \lambda_{(n-k)c}(p_1, p_2, p_3)] + \theta'_{ks} [\lambda_{(n+k)s}(p_1, p_2, p_3) + \lambda_{(n-k)s}(p_1, p_2, p_3)] \},$$

$$\kappa'_{ns}(p_1, p_2, p_3) = p'' K_{xns}(p_1) K_{\lambda 0}(p_2) +$$

$$+ \frac{1}{2} \sum_{m=1}^N \{ K_{xmc}(p_1) [\pm p'' \psi_{(m \pm n)s}(p_2, p_3) \mp (m \pm n) \omega_y \psi_{(m \pm n)c}(p_2, p_3)] -$$

$$- K_{xms}(p_1) [\pm p'' \psi_{(m \pm n)c}(p_2, p_3) \pm (m \pm n) \omega_y \psi_{(m \pm n)s}(p_2, p_3)] \},$$

$$\kappa''_{ns}(p_1, p_2, p_3) = 2\theta'_{ns} \lambda_0(p_1, p_2, p_3) + \sum_{k=1}^N \{ \theta'_{kc} [\lambda_{(n+k)s}(p_1, p_2, p_3) -$$

$$\begin{aligned}
& -\lambda_{(n-k)s}(\rho_1, \rho_2, \rho_3) - \theta'_{ks} [\lambda_{(n+k)c}(\rho_1, \rho_2, \rho_3) - \lambda_{(n-k)c}(\rho_1, \rho_2, \rho_3)]\}, \\
\Psi_0(\rho_2, \rho_3) &= 2K_{x0}(\rho_2)K_{x0}(\rho_3) + \sum_{n=1}^N [K_{xnc}(\rho_2)K_{xnc}(\rho_3) + K_{xns}(\rho_2)K_{xns}(\rho_3)], \\
\Psi_{kc}(\rho_2, \rho_3) &= K_{x0}(\rho_2)K_{xkc}(\rho_3) + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^N \{K_{xnc}(\rho_2) [K_{x(n+k)c}(\rho_3) + \\
& + K_{x(n-k)c}(\rho_3)] + K_{xns}(\rho_2) [K_{x(n+k)s}(\rho_3) + K_{x(n-k)s}(\rho_3)]\}, \\
\Psi_{ks}(\rho_2, \rho_3) &= K_{x0}(\rho_3)K_{xks}(\rho_2) + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^N \{K_{xnc}(\rho_2) [K_{x(n+k)s}(\rho_3) - \\
& - K_{x(n-k)s}(\rho_3)] - K_{xns}(\rho_2) [K_{x(n+k)c}(\rho_3) - K_{x(n-k)c}(\rho_3)]\}, \\
\lambda_0(\rho_1, \rho_2, \rho_3) &= 2p'''K_{x0}(\rho_1)K_{x0}(\rho_2, \rho_3) + \sum_{m=1}^N \{K_{xmc}(\rho_1) [p'''K_{xmc}(\rho_2, \rho_3) + \\
& + m\omega_y K_{xms}(\rho_2, \rho_3)] + K_{xms}(\rho_1) [p'''K_{xms}(\rho_2, \rho_3) - m\omega_y K_{xmc}(\rho_2, \rho_3)]\}, \\
\lambda_{nc}(\rho_1, \rho_2, \rho_3) &= K_{x0}(\rho_1) [p'''K_{xnc}(\rho_2, \rho_3) + n\omega_y K_{xns}(\rho_2, \rho_3)] + \\
& + \frac{1}{2} \sum_{m=1}^N \{K_{xmc}(\rho_1) [p'''K_{x(m\pm n)c}(\rho_2, \rho_3) + (m\pm n)\omega_y K_{x(m\pm n)s}(\rho_2, \rho_3)] + \\
& + K_{xms}(\rho_1) [p'''K_{x(m\pm n)s}(\rho_2, \rho_3) - (m\pm n)\omega_y K_{x(m\pm n)c}(\rho_2, \rho_3)]\}, \\
\lambda_{ns}(\rho_1, \rho_2, \rho_3) &= K_{xns}(\rho_1) p'''K_{x0}(\rho_2, \rho_3) + \\
& + \frac{1}{2} \sum_{m=1}^N \{K_{xmc}(\rho_1) [\pm p'''K_{x(m\pm n)s}(\rho_2, \rho_3) \mp (m\pm n)\omega_y K_{x(m\pm n)c}(\rho_2, \rho_3)] - \\
& - K_{xms}(\rho_1) [\pm p'''K_{x(m\pm n)c}(\rho_2, \rho_3) \pm (m\pm n)\omega_y K_{x(m\pm n)s}(\rho_2, \rho_3)]\}.
\end{aligned}$$

4. Для емкости:  $\xi_m^{(l)} = \theta_m^{(l)}$ ,  $K_x = K_u$ ,  $K_y = K_i$ ,  $C(t, u) = \xi(t) + \xi'(t)u + \xi''(t)u^2$ ,

$$\begin{aligned}
\xi(t) &= \xi_0(t) + \sum_{m=1}^N (\xi_{mc} \cos m\omega_r t + \xi_{ms} \sin m\omega_r t), \\
\xi'(t) &= \xi'_0(t) + \sum_{m=1}^N (\xi'_{mc} \cos m\omega_r t + \xi'_{ms} \sin m\omega_r t), \\
\xi''(t) &= \xi''_0(t) + \sum_{m=1}^N (\xi''_{mc} \cos m\omega_r t + \xi''_{ms} \sin m\omega_r t);
\end{aligned}$$

для индуктивности:  $v_m^{(l)} = \theta_m^{(l)}$ ,  $K_x = K_i$ ,  $K_y = K_u$ ,  $L(t, i) = v(t) + v'(t)i + v''(t)i^2$ ,

$$v(t) = v_0(t) + \sum_{m=1}^N (v_{mc} \cos m \omega_r t + v_{ms} \sin m \omega_r t),$$

$$v'(t) = v'_0(t) + \sum_{m=1}^N (v'_{mc} \cos m \omega_r t + v'_{ms} \sin m \omega_r t),$$

$$v''(t) = v''_0(t) + \sum_{m=1}^N (v''_{mc} \cos m \omega_r t + v''_{ms} \sin m \omega_r t).$$

## ПРИЛОЖЕНИЕ 3

### ОРГАНИЗАЦИЯ И СТРУКТУРА ПАКЕТА ПРОГРАММ МАНРЦ-6

Пакет программ МАНРЦ-6 предназначен для анализа нелинейных свойств усилительных трактов с несущественной нелинейностью на основе рядов В.

В состав пакета входят программы, позволяющие моделировать нелинейные искажения усилителей с резистивным и комплексным характером нелинейности, а также производить допусковый анализ усилителя по заданным нелинейным критериям (с использованием метода Монте-Карло).

Программные фазы пакета построены по модульному принципу, который позволяет дополнять пакет новыми программами, используя при этом унифицированные программы, входящие в состав каждой фазы: 1) формирования матрицы полных узловых проводимостей и вектора правой части системы уравнений; 2) решения системы уравнений с использованием техники разреженных матриц; 3) расчета характеристик и критериев НИ, заданных пользователем.

Многофазность пакета МАНРЦ-6 обеспечивает экономию затрат машинного времени и оперативной памяти при постановке активного машинного эксперимента, в случае возникновения сбоев ЭВМ и дает возможность подключения к программе любых моделей компонентов, составленных пользователем.

Анализируемая с помощью пакета МАНРЦ-6 электронная схема может содержать следующие компоненты: линейные и нелинейные резисторы, конденсаторы и индуктивности, управляемые источники тока, полупроводниковые диоды, биполярные и полевые транзисторы. Программы пакета позволяют получить по желанию пользователя частотные характеристики линейного коэффициента передачи и различных критериев НИ ( $K_{г2}$ ,  $K_{г3}$ ,  $K_{21}$ ,  $K_{11}$ ,  $K_{г(ог)}$ ,  $K_{пер}$ ,  $y_2$ ,  $y_3$ ), рассчитываемых с учетом разброса параметров компонентов. В составе пакета имеются подпрограммы, позволяющие организовать вариацию параметров компонентов, величины их разбросов, а также режимов работы по постоянному току и параметров моделей нелинейных компонентов. Наличие этих подпрограмм значительно расширяет возможности пакета МАНРЦ-6 и позволяет реализовать постановку активного машинного эксперимента.

Повышение быстродействия и предельно допустимой сложности моделируемых схем в МАНРЦ-6 достигается хранением и обработкой только ненулевых элементов матрицы полных узловых проводимостей.

Пакет программ МАНРЦ-6 может быть использован для анализа схем с числом узлов не более 70, содержащих до 30 транзисторов, при емкости оперативной памяти ЭВМ 128 К.

## Список литературы

1. Радиоприемные устройства/Под общей ред. В. И. Сифорова. М.: Сов радио, 1974.
2. Чистяков Н. И., Сидоров В. М. Радиоприемные устройства. М.: Связь, 1974.
3. Челышев В. Д. Приемные радиоцентры. М.: Связь, 1975.
4. Винер Н. Нелинейные задачи в теории случайных процессов. М.: ИЛ, 1961.
5. Ван-Трис Г. Синтез оптимальных нелинейных систем управления. М.: Мир, 1964.
6. Пупков К. А., Капалин В. И., Ющенко А. С. Функциональные ряды в теории нелинейных систем. М.: Наука, 1976.
7. Идентификация и оптимизация нелинейных стохастических систем. М.: Энергия, 1976.
8. Голубев В. Н. Эффективная избирательность радиоприемных устройств. М.: Связь, 1978.
9. Бородич С. В. Искажения и помехи в многоканальных системах радиосвязи с частотной модуляцией. М.: Связь, 1976.
10. Грибов Э. Б. Нелинейные явления в приемно-передающем тракте аппаратуры связи на транзисторах. М.: Связь, 1971.
11. Левин Б. Р. Теоретические основы статистической радиотехники. М.: Сов. радио, 1968.
12. Богданович Б. М. Основы теории и расчета малосигнальных электронных усилителей с контролируемыми нелинейными искажениями. Минск: Высшая школа, 1974.
13. Зенькович А. В. Искажения частотно-модулированных колебаний. М.: Сов. радио, 1974.
14. Борисов Ю. П., Пенин П. И. Основы многоканальной передачи информации. М.: Связь, 1967.
15. Техническая кибернетика. Кн. 3. Ч. II/Под ред. В. В. Солодовникова. М.: Машиностроение, 1969.
16. Бондаренко В. М. Вопросы анализа нелинейных цепей. Киев: Наукова думка, 1967.
17. Сверкунов Ю. Д. Идентификация и контроль качества нелинейных элементов радиозлектронных систем. М.: Энергия, 1975.
18. Деч Р. Нелинейные преобразования случайных процессов. М.: Сов. радио, 1965.
19. Рубичев Н. А. Оценка и измерение искажений радиосигналов. М.: Сов. радио, 1978.
20. Мурадян А. Г., Разумихин В. М., Тверецкий М. С. Усилительные устройства. М.: Связь, 1976.
21. Зиновьев А. Л., Филиппов Л. И. Введение в теорию сигналов и цепей. М.: Высшая школа, 1968.
22. Мовшович М. Е. Полупроводниковые преобразователи частоты. Л.: Энергия, 1974.
23. Бруевич А. Н., Евтянов С. И. Аппроксимация нелинейных характеристик и спектры при гармоническом воздействии. М.: Сов. радио, 1965.
24. Буссганг, Эрман, Грейам. Анализ нелинейных систем при воздействии нескольких входных сигналов. — ТИИЭР, 1974, №8, с. 56—92.
25. Бедроян, Райс. Свойства выходного сигнала систем, описываемых рядами Вольтерра, при подаче на вход гармонических колебаний и гауссова шума. — ТИИЭР, 1971, № 12, с. 58—82.
26. Кушнир В. Ф., Ферсман Б. А. Теория нелинейных электрических цепей. М.: Связь, 1974.
27. Крислов Ю. Д. Автоматическая регулировка и стабилизация усиления транзисторных схем. М.: Сов. радио, 1972.

28. Заварин Г. Д., Мартынов В. А., Федорцев Б. Ф. Радиоприемные устройства. М.: Воениздат, 1973.
29. Залевский А. А. Методика расчета измерительного приемно-усилительного тракта по критерию максимального динамического диапазона. Материалы I Всесоюзного симпозиума «Нелинейные искажения» в приемно-усилительных устройствах». Минск, 1977, с. 268—270.
30. Соловьев Н. И. Измерительная техника в проводной связи. Ч. III. М.: Связь, 1971.
31. Савин С. К. Об аппроксимации характеристик нелинейных элементов с помощью степенных полиномов. — Радиотехника, 1969, № 3, с. 46—53.
32. Цыкин Г. С. Электронные усилители. М.: Связь, 1960.
33. Привалов И. И. Введение в теорию функций комплексного переменного. М.: Госфизматиздат, 1960.
34. Пампура В. И. Анализ радиочепей и их схемной надежности. Киев: Техника, 1967.
35. Репинский В. Н. К расчету нелинейных искажений в узкополосных усилителях и преобразователях СВЧ. — Радиотехника, № 10, 1977, с. 87—89.
36. Кудашов В. Н. Прохождение нескольких фазомодулированных сигналов через устройство с комплексной нелинейностью. — Радиотехника, 1973, № 12, с. 28—34.
37. Nagaanan S. Application of Volterra Series to Intermodulation Distortion Analysis of Transistor Feedback Amplifiers. — IEEE Trans. on Circuit Theory, v. CT-17, 1970, № 4, p. 518—527.
38. Смирнов В. А. Основы радиосвязи на ультракоротких волнах. М.: Связь, 1957.
39. Бокк О. Ф. Предельные возможности линеаризации усилителей радиочастоты. — Радиотехника, 1976, № 6, с. 67—75.
40. Хаяси Т. Нелинейные колебания в физических системах. М.: Мир, 1968.
41. Егоров К. П. Основы многоканальной связи. М.: Связь, 1962.
42. Мамонкин И. Г. Усилительные устройства. М.: Связь, 1977.
43. Ильин В. Н. Машинное проектирование электронных схем. М.: Энергия, 1972.
44. Ван дер Зил. Шум. М.: Сов. радио, 1973.
45. Шор К. Г. Малошумящие транзисторные усилители. И.: Энергия, 1971.
46. Сверкунов Ю. Д. Определение многомерных передаточных функций нелинейной системы. — Радиотехника, 1977, № 9.
47. Богданович Б. М., Шакирин А. И. Машинный анализ трактов передачи сигналов по критериям нелинейности. — Радиотехника, 1978, № 7.
48. Баев И. Н., Егоров А. П. Лекции по теории цепей с сосредоточенными элементами. М.: Связь, 1955.
49. Чахмахсаян Е. А., Бармаков Ю. Н., Гольденберг А. Э. Машинный анализ интегральных схем. М.: Сов. радио, 1974.
50. Агаханян Г. М. Основы транзисторной электроники. М.: Энергия, 1974.
51. Логан. Моделирование при проектировании схем и систем. — В кн.: Автоматизация в проектировании/Под ред. Д. Калахана. М.: Мир, 1972, с. 112—122.
52. Моругин Л. А. Импульсные схемы на туннельных диодах. М.: Сов. радио, 1966.
53. Севин Л. Полевые транзисторы. М.: Сов. радио, 1968.
54. Богданович Б. М., Ирмес В. Д. К вопросу расчета входных цепей приемников на транзисторах. — Вопросы радиоэлектроники, сер. VIII, 1961, № 1, с. 53—65.
55. Эйххофф П. Основы идентификации систем управления. М.: Мир, 1975.
56. Дальняя связь/Аболищ И. А., Басик И. В., Резвяков А. П. и др. М.: Связь, 1962.
57. Богданович Б. М. К расчету входной цепи транзисторного приемника на частотах, близких к предельной частоте транзистора. — Вопросы радиоэлектроники, сер. VIII, 1962, № 3, с. 74—83.

58. Суходоев И. В. Шумы электрических цепей. М.: Связь, 1975.
59. Riva G., Benetean P. Amplitude distortion in transistor amplifiers. — PIRE, 1964, № 3, p. 107.
60. Фогель. Уменьшение нелинейных искажений в усилительных каскадах на полевых транзисторах. — А. Е. У., 1968, вып. 22, № 5.
61. Бокк О. Ф., Грибов Э. Б., Чернолихова В. П. Динамический диапазон транзисторных каскадов радиоприемных устройств. — Радиотехника, 1974, № 6, с. 65—70.
62. Rohde U. L. Eight ways to better radio receiver design. — Electronics, 1975, № 4, p. 87—91.
63. Королев В. И., Кучумов А. И. Усилители-ограничители. М.: Энергия, 1976.
64. Пат. № 2105747 (ФРГ).
65. Богданович Б. М., Окулич Н. И. О применении одноэлементных регуляторов усиления, не изменяющих форму частотных характеристик тракта. — Радиотехника, 1971, № 10, с. 53—64.
66. Банк М. У. Электрические и акустические параметры радиоприемных устройств. М.: Связь, 1974.
67. МККР. Документы X пленарной ассамблеи. Т. 1. М.: Связь, 1964.
68. МККР. Документы XI пленарной ассамблеи. Т. 1. М.: Связь, 1969.
69. Принципы и методы регулировки усиления в транзисторных усилителях/Крылов Г. М., Смирнов Г. А., Волкостов А. П., Губарчук В. Н. М.: Энергия, 1974.
70. Бабанов Ю. Н., Силин А. В. Электромагнитная совместимость радиоэлектронных систем. Горький, изд. ГГУ, 1976.
71. Силин А. В. О взаимосвязи оценок динамического диапазона приемника по блокированию, перекрестной и взаимной модуляции. — Радиотехника, 1977, № 5, с. 93—96.
72. Евневич-Чекан О. В. Расчет суммарных помех и искажений в тракте передачи телевизионных сигналов. — Электросвязь, 1974, № 10, с. 28—32.
73. Фролкин В. Д. Динамический диапазон УВЧ при воздействии двух сигналов. — Радиотехника, 1974, № 5, с. 87—89.
74. Богданович Б. М. Структурный синтез цепей класса Вольтерра — Винера по критериям нелинейности. — В сб.: Радиотехника и электроника. Минск, 1976, вып. 6, с. 30—50.
75. Свержунов Ю. Д. Метод линеаризации характеристик измерительных преобразователей. — В кн.: Материалы I Всесоюзного симпозиума «Нелинейные искажения в приемно-усилительных устройствах». Минск, 1977, с. 54—57.
76. Крылов Г. М., Никифоров А. В. К расчету нелинейных и перекрестных искажений в избирательных усилителях. — Радиотехника, 1977, № 8, с. 97—99.
77. ГОСТ 5651—76.
78. ГОСТ 9783—71.
79. ГОСТ 11515—75.
80. ГОСТ 12252—77.
81. ГОСТ 13260—67.
82. ГОСТ 14663—76.
83. ГОСТ 17692—72.
84. ГОСТ 18198—72.
85. ГОСТ 20842—75.
86. ГОСТ 22504—77.
87. ГОСТ 22579—77.
88. ГОСТ 22580—77.
89. Бомштейн Б. Д., Киселев Л. К., Моргачев Е. Т. Методы борьбы с помехами в каналах проводной связи. М.: Связь, 1975.
90. Борисов А. И., Куликова В. И. Оценка нелинейных свойств транзисторов для усилителей ВЧ систем передачи. — Электросвязь, 1974, № 6, с. 32—36.



91. Бокк О. Ф., Грибов Э. Б., Чернолихова В. Н. Динамический диапазон транзисторных каскадов радиоприемных устройств. — Радиотехника, 1974, № 11, с. 70—77.
92. Rohde U. L. Zur optimalen Dimensionierung von Kurzwellen—Eingangsteilen. — Internationale Elektronische Rundschau, 1973, № 12, S. 276—280.
93. Сидоров В. М., Кудашов В. Н. Метод определения спектра в устройствах с амплитудно-фазовой конверсией. — Радиотехника, 1976, № 4, с. 10—17.
94. Гольдин С. М. О преобразовании суммы гармонических колебаний четырехполюсником с комплексной нелинейностью. — Радиотехника, 1971, № 11, с. 42—51.
95. Лукошкин А. П., Киренский И. Г., Петров О. В. Усилители на транзисторах со стабильными фазовыми характеристиками. М.: Энергия, 1973.
96. Гольдин С. М., Морозов Г. И. Аппроксимация характеристик четырехполюсников с комплексной нелинейностью. — Радиотехника, 1973, № 6, с. 40—47.
97. Голубев В. Н. Характеристики нелинейности некоторых элементов приемно-усилительных трактов. — Радиотехника, 1976, № 8, с. 96—99.
98. Дзарданов А. Л., Соина А. В., Фогельсон М. С. Нелинейность выходной характеристики — доминирующий источник нелинейных искажений в усилителях на полевых транзисторах. — В кн.: Материалы I Всесоюзного симпозиума «Нелинейные искажения в приемно-усилительных устройствах». Минск, 1977, с. 112—117.
99. Голубев В. Н. О корректности использования укороченного ряда Тэйлора при анализе нелинейных искажений радиосигналов в избирательных каскадах радиоаппаратуры. — Радиотехника, 1978, № 8, с. 68—69.
100. Богданович Б. М. К вопросам о сравнении различных методов линеаризации усилительных устройств. — Электросвязь, 1970, № 2, с. 52—59.
101. Богданович Б. М., Окулич Н. И. Одноэлементные неискажающие регуляторы затухания. — Электросвязь, 1973, № 6, с. 50—56.
102. Петров Б. Е. Аппроксимация характеристики нелинейного элемента полиномом с переменными коэффициентами. — Известия вузов СССР. Радиоэлектроника, 1972, № 1, с. 64—71.
103. Богданович Б. М., Позняк С. С. Исследование устойчивости двух типов усилителей с нелинейной коррекцией. — Радиотехника, 1973, № 12, с. 41—47.
104. Туз Ю. С. Структурные методы повышения точности измерительных устройств. Киев: Вища школа, 1976.
105. Белов В. Д. Коэффициент взаимной модуляции диодных преобразователей частоты с резистивными нагрузками. — Радиотехника, 1975, № 12, с. 48—53.
106. Электромагнитная совместимость радиоэлектронных средств и непреднамеренные помехи: Пер. с англ./Под ред. А. И. Сапгира.
107. Князев А. Д., Пчелкин В. Ф. Проблемы обеспечения совместной работы радиоэлектронной аппаратуры. М.: Сов. радио, 1971.
108. Егоров Е. А., Кабанов Д. А. Системный подход к функциональным устройствам с нелинейными распределенными параметрами. — Радиотехника и электроника, 1978, № 12, с. 2557—2562.
109. Силин А. В. Оценка блокирования усилителя с АРУ. — Радиотехника, 1977, № 7, с. 95—97.
110. CCIR. XIII Plenary Assembly, Geneva, 1974, v. 1, p. 205—216.
111. Богданович Б. М., Ваксер Э. Б., Окулич Н. И. Проектирование элементов радиоприемных устройств (управляемых электронных аттенуаторов). Минск: Высшая школа, 1979.

## ОГЛАВЛЕНИЕ

	Стр.
Предисловие . . . . .	3
<b>Глава 1. Нелинейные искажения в приемно-усилительных устройствах и методы их оценки . . . . .</b>	<b>6</b>
1.1. Понятие о НИ и их видах . . . . .	6
1.2. Методы оценки нелинейных свойств трактов . . . . .	9
1.3. Влияние НИ на показатели качества трактов . . . . .	18
<b>Глава 2. Методы анализа НИ в радиоприемных и усилительных трактах с несущественной нелинейностью . . . . .</b>	<b>24</b>
2.1. Особенности анализа НИ . . . . .	24
2.2. Использование рядов Вольтерра для анализа НИ . . . . .	34
2.3. Расчет нелинейной передаточной характеристики тракта . . . . .	53
2.4. Нелинейные модели компонентов тракта . . . . .	85
<b>Глава 3. Методы анализа НИ в радиоприемных и усилительных устройствах с существенной нелинейностью . . . . .</b>	<b>109</b>
3.1. Анализ НИ в усилительных каскадах с нелинейностью резистивного характера . . . . .	109
3.2. Анализ НИ в преобразователях частоты . . . . .	111
3.3. Анализ НИ в усилительных трактах с амплитудно-фазовой конверсией . . . . .	126
<b>Глава 4. Нелинейные искажения и динамический диапазон каскадов с несущественной нелинейностью . . . . .</b>	<b>134</b>
4.1. Общие сведения . . . . .	134
4.2. Усилительные каскады с двухполюсными усилительными элементами . . . . .	138
4.3. Усилительные каскады с четырехполюсными усилительными элементами . . . . .	144
4.4. Усилительные каскады с линейными отрицательными обратными связями (ЛООС) . . . . .	164
4.5. Влияние нелинейности комплексного характера в усилительном каскаде . . . . .	179
4.6. Нелинейные искажения в каскадах с регулируемым усилением . . . . .	185
<b>Глава 5. Нелинейные искажения в преобразовательных и усилительных каскадах с существенной нелинейностью . . . . .</b>	<b>196</b>
5.1. Диодные преобразователи частоты . . . . .	196
5.2. Преобразователи частоты на биполярных и полевых транзисторах . . . . .	206
5.3. Предельный динамический диапазон усилительных каскадов . . . . .	210
5.4. Практические схемы усилительных и преобразовательных каскадов с широким динамическим диапазоном . . . . .	218
<b>Глава 6. Нелинейные искажения в многокаскадных усилительных трактах . . . . .</b>	<b>222</b>
6.1. Звенья многокаскадного усилительного тракта и описание их нелинейных свойств . . . . .	222
6.2. Передаточные характеристики многокаскадных усилительных трактов . . . . .	236
6.3. Динамический диапазон и отношение сигнал/помеха в многокаскадных трактах . . . . .	247

6.4. Взаимосвязь различных критериев НИ и динамического диапазона усилительного тракта . . . . .	252
6.5. Структурный синтез усилительных трактов по критериям НИ . . .	258
Приложение 1. Программа расчетов на ЭВМ критериев НИ и динамического диапазона трактов с несущественной нелинейностью . . .	266
Приложение 2. Формулы для расчета коэффициентов $\alpha_j$ , $\gamma^t_j$ , $\beta^t_j$ реактивных нелинейно-параметрических цепей . . . . .	269
Приложение 3. Организация и структура пакета программ МАНРЦ-6	273
Список литературы . . . . .	274

*Борис Михайлович Богданович*

**НЕЛИНЕЙНЫЕ ИСКАЖЕНИЯ  
В ПРИЕМНО-УСИЛИТЕЛЬНЫХ УСТРОЙСТВАХ**

Редактор *В. Н. Вяльцев*

Художник *Л. В. Брылёв*

Художественный редактор *Р. А. Клочков*

Технический редактор *Г. И. Колосова*

Корректор *В. А. Иванова*

**ИБ № 600**

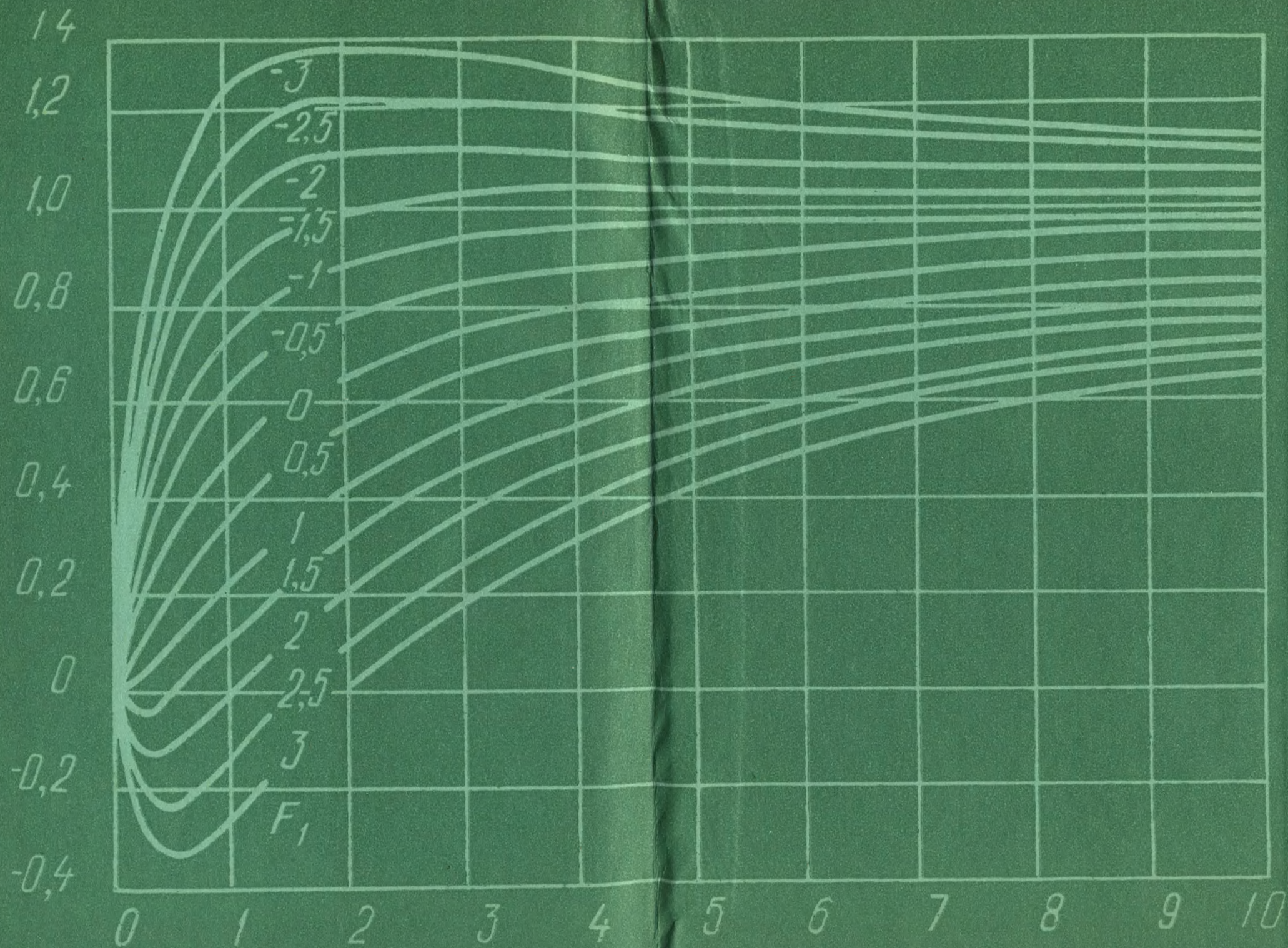
---

Сдано в набор 11.03.80 г. Подп. в печ. 18.06.80 г.  
Т-09782 Формат 60×84/16 Бумага тип. № 1 Гарнитура литературная  
Печать высокая Усл. печ. л. 16,27 Уч.-изд. л. 17,6 Тираж 7000 экз.  
Изд. № 18398 Зак. № 54 Цена 1 р. 30 к.  
Издательство «Связь», Москва 101000, Чистопрудный бульвар, д. 2

---

Типография издательства «Связь» Госкомиздата СССР  
Москва 101000, ул. Кирова, д. 40



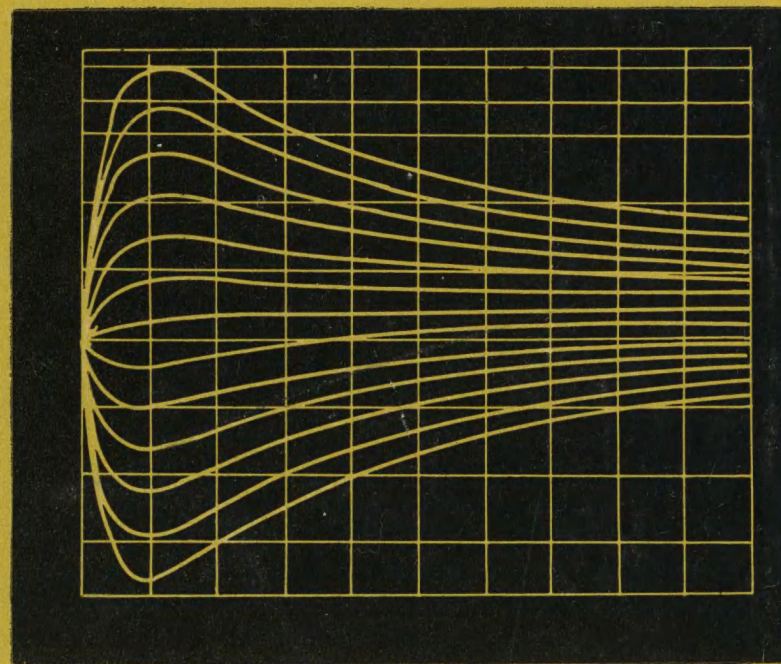








Автор книги заслуженный деятель науки и техники БССР, доктор технических наук, профессор Б. М. Богданович работает над проблемами уменьшения искажений сигналов, нелинейных явлений в радиоприемных и усилительных трактах, создания методов и аппаратуры для измерения нелинейных искажений. Имеет более 100 опубликованных научных работ, в том числе 5 книг. Из них наиболее знакомы читателям такие, как «Основы теорий и расчета малосигнальных усилителей с контролируемой нелинейностью» (Минск: Высшая школа, 1974) и «Проектирование элементов радиоприемных устройств (управляемых электронных аттенюаторов)», написанная в соавторстве с Э. Б. Ваксером и Н. И. Окуличем (Минск: Высшая школа, 1979).

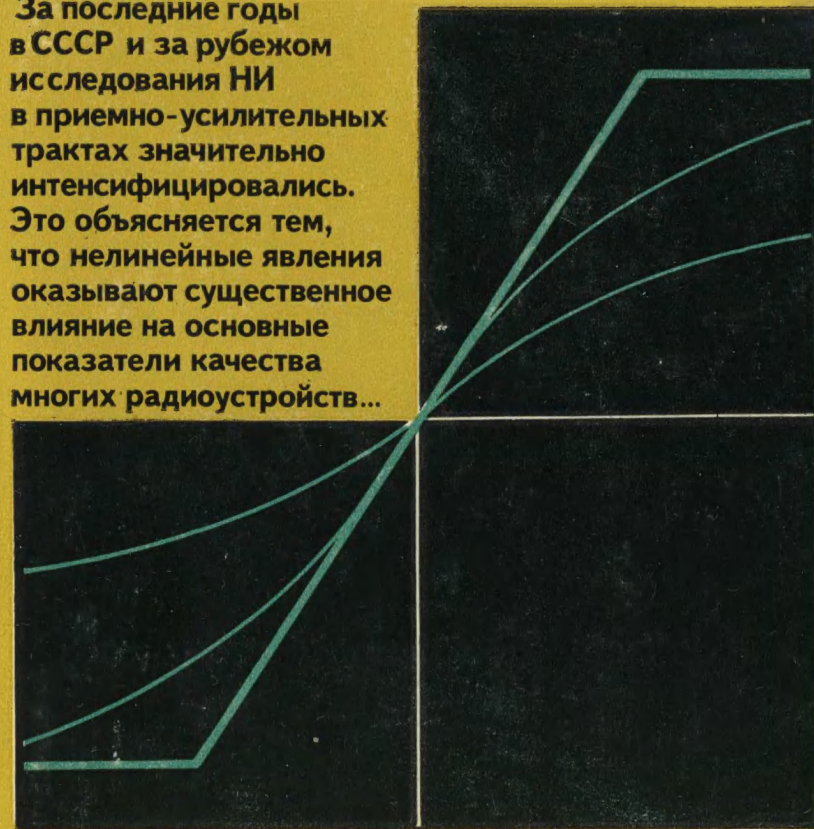


Б.М.БОГДАНОВИЧ НЕЛИНЕЙНЫЕ ИСКАЖЕНИЯ

Б. М. БОГДАНОВИЧ

## НЕЛИНЕЙНЫЕ ИСКАЖЕНИЯ В ПРИЕМНО-УСИЛИТЕЛЬНЫХ УСТРОЙСТВАХ

За последние годы в СССР и за рубежом исследования НИ в приемно-усилительных трактах значительно интенсифицировались. Это объясняется тем, что нелинейные явления оказывают существенное влияние на основные показатели качества многих радиоустройств...



В монографии последовательно рассмотрены виды нелинейных искажений и способы их оценки, методы анализа нелинейных искажений в трактах и отдельных каскадах, а также способы их минимизации. Ряд результатов получен на основе нового перспективного метода анализа, базирующегося на использовании аппарата функциональных рядов Вольтерра и оперативном способе решения системы нелинейных дифференциальных уравнений тракта. На XIII пленарной ассамблее МККР (Женева, 1974 г.) была отмечена перспективность этого метода для анализа нелинейных явлений в широком классе приемно-усилительных трактов. Наряду с изложением вопросов теории и методов проектирования в книге много внимания уделено практическим рекомендациям, принципам построения, схемам и режимам работы устройств с малыми нелинейными искажениями.

